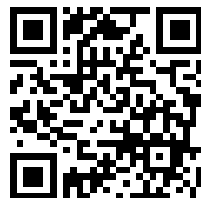

This is a reproduction of a library book that was digitized by Google as part of an ongoing effort to preserve the information in books and make it universally accessible.

GoogleTM books

<https://books.google.com>





Informazioni su questo libro

Si tratta della copia digitale di un libro che per generazioni è stato conservata negli scaffali di una biblioteca prima di essere digitalizzato da Google nell'ambito del progetto volto a rendere disponibili online i libri di tutto il mondo.

Ha sopravvissuto abbastanza per non essere più protetto dai diritti di copyright e diventare di pubblico dominio. Un libro di pubblico dominio è un libro che non è mai stato protetto dal copyright o i cui termini legali di copyright sono scaduti. La classificazione di un libro come di pubblico dominio può variare da paese a paese. I libri di pubblico dominio sono l'anello di congiunzione con il passato, rappresentano un patrimonio storico, culturale e di conoscenza spesso difficile da scoprire.

Commenti, note e altre annotazioni a margine presenti nel volume originale compariranno in questo file, come testimonianza del lungo viaggio percorso dal libro, dall'editore originale alla biblioteca, per giungere fino a te.

Linee guida per l'utilizzo

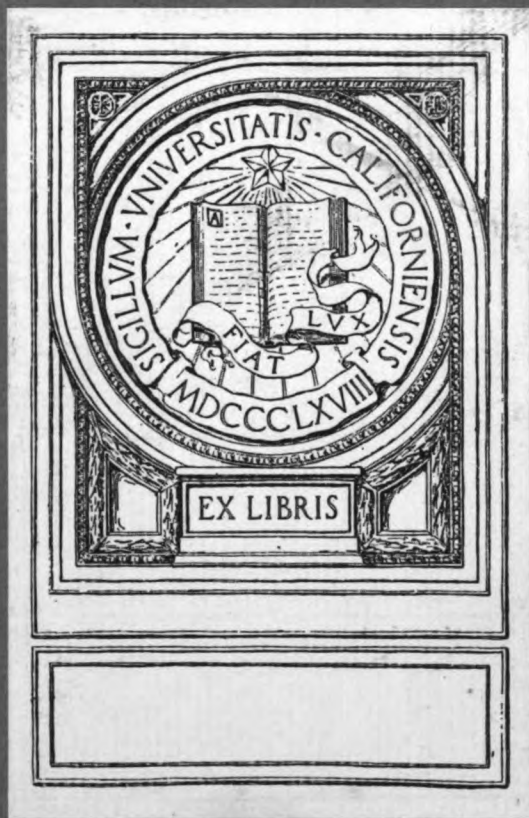
Google è orgoglioso di essere il partner delle biblioteche per digitalizzare i materiali di pubblico dominio e renderli universalmente disponibili. I libri di pubblico dominio appartengono al pubblico e noi ne siamo solamente i custodi. Tuttavia questo lavoro è oneroso, pertanto, per poter continuare ad offrire questo servizio abbiamo preso alcune iniziative per impedire l'utilizzo illecito da parte di soggetti commerciali, compresa l'imposizione di restrizioni sull'invio di query automatizzate.

Inoltre ti chiediamo di:

- + *Non fare un uso commerciale di questi file* Abbiamo concepito Google Ricerca Libri per l'uso da parte dei singoli utenti privati e ti chiediamo di utilizzare questi file per uso personale e non a fini commerciali.
- + *Non inviare query automatizzate* Non inviare a Google query automatizzate di alcun tipo. Se stai effettuando delle ricerche nel campo della traduzione automatica, del riconoscimento ottico dei caratteri (OCR) o in altri campi dove necessiti di utilizzare grandi quantità di testo, ti invitiamo a contattarci. Incoraggiamo l'uso dei materiali di pubblico dominio per questi scopi e potremmo esserti di aiuto.
- + *Conserva la filigrana* La "filigrana" (watermark) di Google che compare in ciascun file è essenziale per informare gli utenti su questo progetto e aiutarli a trovare materiali aggiuntivi tramite Google Ricerca Libri. Non rimuoverla.
- + *Fanne un uso legale* Indipendentemente dall'utilizzo che ne farai, ricordati che è tua responsabilità accertarti di farne un uso legale. Non dare per scontato che, poiché un libro è di pubblico dominio per gli utenti degli Stati Uniti, sia di pubblico dominio anche per gli utenti di altri paesi. I criteri che stabiliscono se un libro è protetto da copyright variano da Paese a Paese e non possiamo offrire indicazioni se un determinato uso del libro è consentito. Non dare per scontato che poiché un libro compare in Google Ricerca Libri ciò significhi che può essere utilizzato in qualsiasi modo e in qualsiasi Paese del mondo. Le sanzioni per le violazioni del copyright possono essere molto severe.

Informazioni su Google Ricerca Libri

La missione di Google è organizzare le informazioni a livello mondiale e renderle universalmente accessibili e fruibili. Google Ricerca Libri aiuta i lettori a scoprire i libri di tutto il mondo e consente ad autori ed editori di raggiungere un pubblico più ampio. Puoi effettuare una ricerca sul Web nell'intero testo di questo libro da <http://books.google.com>



14
NUOVA SERIE

ANNO V - 1928
UNIV. OF
CALIFORNIA

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATO IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI



BOLOGNA
NICOLA ZANICHELLI
EDITORE

710.1740
ADRIANO IAO



**L'EDITORE ADEMPIUTI I DOVERI
ESERCITERÀ I DIRITTI SANCITI DALLE LEGGI**

Bologna • Cooperativa Tipografica Azzoguidi, XII-1928

NUOVA SERIE

GENNAIO 1928

ANNO V - N. 1

IL

UNIV. OF
CALIFORNIA

NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATO IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

v. 5

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCANTI

SOMMARIO

A. BARTORELLI: *Un modo di rendere visibili le leggi di variazione delle correnti variabili.* — A. CARRELLI: *Sul calcolo dell'energia di dissociazione delle molecole biatomiche.* — A. CICCONE: *Saggio di applicazione delle frangie di combinazione allo studio degli obiettivi microscopici.* — V. POLARA: *Sull'influenza del gradiente termico del dielettrico nei fenomeni di triboelettricità.* — A. AMERIO: *Ancora a proposito delle leggi sulla dilatazione dei gas e sulle tensioni dei vapori.* — RIVISTA: A. CARRELLI: *Le nuove concezioni statistiche.* — G. DALLA NOCE: *Aspetto fisico della gravitazione.* — *Congresso Internazionale dei Fisici in onore di Alessandro Volta.*

JUL 24 1928



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

IL NUOVO CIMENTO

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCIANI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

UN MODO DI RENDERE VISIBILI LE LEGGI DI VARIAZIONE DELLE CORRENTI VARIABILI

Nota di A. BARTORELLI

Sunto. - In questa Nota si espone un metodo per presentare in proiezione le curve corrispondenti alle correnti variabili, metodo che si basa sulla azione ponderomotrice di un campo magnetico costante sopra un filo conduttore percorso da corrente variabile, combinata con un procedimento di proiezione stroboscopica. Se ne precisano i fondamenti teorici. Si indicano i mezzi occorrenti per compiere gli esperimenti e il modo di procedere degli esperimenti stessi, nonché le cautele necessarie per riconoscere quando la frequenza della corrente che percorre il filo corrisponde a quella delle illuminazioni date dal disco stroboscopico. Ne deriva la possibilità di determinare la frequenza di una corrente alternata o comunque periodica per mezzo di un disco rotante con velocità nota, oppure di misurare la velocità di rotazione di un disco per mezzo di una corrente alternata di frequenza nota. Nell'ultima parte della Nota si descrive poi il metodo da seguire per ottenere la proiezione di curve ferme e stabili di correnti periodiche in modo indipendente dalla rotazione del disco, metodo applicabile sia alle correnti monofasiche sia alle correnti polifasiche.

1. *Scopo del lavoro.* — È noto che si può far vibrare una corda metallica sincronicamente con le alternazioni di una corrente elettrica in un modo assai semplice. Il filo percorso dalla corrente elettrica in studio attraversa un campo magnetico costante, ottenuto per mezzo di un magnete permanente o di un elettromagnete; l'azione mutua fra questo campo magnetico permanente e quello variabile, prodotto attorno al filo dalla corrente, mette in oscillazione il filo ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Questo principio, che ha avuto anche tante altre applicazioni nella scienza e nella tecnica, ha servito all'ADER per costruire un apparecchio ricevente per la telegrafia (« Compt. Rend. », 124, 1897, p. 1440) e all'EINTHOVEN per creare il suo sensibilissimo galvanometro a corda (« Annalen der Physik », [4], 12, 1903, pp. 1059-1071).

Di altra parte le oscillazioni di un filo si possono mettere in evidenza, in proiezione, con un metodo stroboscopico ⁽¹⁾. Combinando i due procedimenti io ho messo insieme una disposizione sperimentale con la quale possono essere proiettate a distanza e in grande scala, in nero su fondo chiaro, le curve corrispondenti alle correnti variabili.

2. *Mezzi occorrenti.* — I mezzi occorrenti sono: una lanterna per proiezioni *L* con relativo condensatore *C* ed obiettivo *O*; un disco girevole *D*, con finestre sottili radiali vicine alla periferia, collocato verticalmente in modo che dette finestre passino dinanzi al centro del condensatore, e messo in moto per mezzo di un motorino, che può essere meccanico, idraulico, elettrico e via dicendo; un filo sottile *F*, di metallo non magnetico e di sufficiente tenacità, teso orizzontalmente, all'altezza dell'asse ottico della lanterna, su apposito sostegno dinanzi al disco; un'elettrocalamita la quale abbracci il filo fra le sue espansioni disposte in modo da dare un campo magnetico con le linee di forza orizzontali e perpendicolari alla lunghezza del filo. Il sostegno di quest'ultimo dev'essere provvisto di pezzi isolanti elettricamente, per separare il filo dal rimanente del sostegno, e deve avere qualche organo adatto a dare al filo la voluta tensione. La figura schematica 1 rappresenta l'insieme degli apparecchi.

3. *Procedimento sperimentale.* — La esperienza procede nel modo seguente: con la corrente di una piccola batteria, preferibilmente di accumulatori, si magnetizza il nucleo dell'elettrocalamita; si fa percorrere il filo teso dalla corrente variabile che si vuole studiare e tosto il filo stesso si mette in oscillazione nel senso verticale; regolando la tensione del filo e la posizione dell'elettrocalamita si ottiene che le oscillazioni raggiungano un massimo di ampiezza, indizio che il filo risponde nel miglior modo alle variazioni della corrente.

Il filo deve essere vicinissimo al disco e allora, collocato uno schermo *S* alla distanza voluta, si cerca la posizione dell'obiettivo

(1) La prima idea del disco stroboscopico è dovuta al PLATEAU (« Poggendorff's Annalen », t. XXXII, 1834, p. 647). Il TÖPLER se ne servì per studiare le fiamme vibranti, il caleidofono ecc. (« Poggendorff's Annalen », t. CXXVII, pp. 108, 126, 156; t. CXXXI, p. 33, anni 1866-67).

Il FELICI nella sua Nota: *Esperienze per determinare le leggi di oscillazione di un corpo elastico* (« Nuovo Cimento », [1], 26, 1867, pp. 255-65) trasformò il metodo stroboscopico rendendolo adatto alla proiezione e lo applicò in particolare per mostrare le curve di oscillazione di una corda sonora.

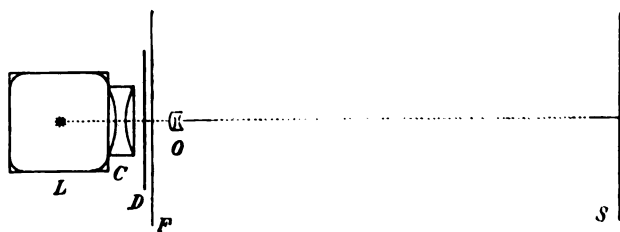


Fig. 1

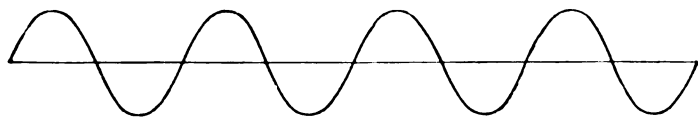


Fig. 2

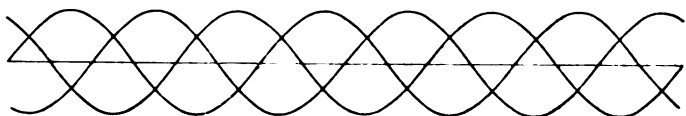


Fig. 3

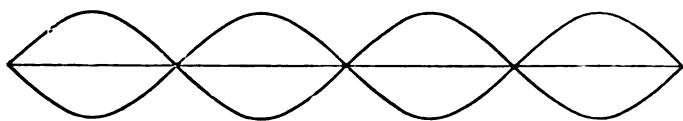


Fig. 4

per la quale l'ombra del filo si proietta nettissima; in tal caso anche i contorni dei tagli del disco sono sufficientemente netti.

Messo in moto il disco, per mezzo del motorino e di una trasmissione, si fa crescere gradatamente la velocità; arriva un momento in cui una curva netta si disegna ferma sullo schermo, come quella della fig. 2. È la curva della corrente che percorre il filo. L'asse orizzontale XX di questa curva è segnato per mezzo di un filo teso sullo schermo in corrispondenza dell'ombra proiettata dal filo conduttore quando è in posizione di riposo.

4. *Principio del metodo.* — Il principio del metodo si basa naturalmente sul fatto che, se prendiamo di mira una delle posizioni per le quali passa periodicamente uno dei tagli del disco, per esempio quella verticale, e se questo taglio o finestra sottile ripassa sempre per la stessa posizione quando il filo si trova pure nella stessa posizione, noi vedremo evidentemente quel punto come fermo. Lo stesso fatto accadrà per tutte le altre posizioni della finestra visibili nel campo ottico della lanterna, e perciò, data la persistenza delle sensazioni visive, noi vedremo fermo non un punto solo, ma tutti i punti del filo che rientrano nel campo. Ma, poichè la finestrina passa dinanzi ai diversi punti in istanti diversi del periodo, così vedremo disegnata sullo schermo la curva completa.

5. *Resultati ottenuti.* — La curva della fig. 2 è la riproduzione in scala ridotta di quella ottenuta sullo schermo nelle condizioni sottoindicate.

Il filo era percorso dalla corrente alternata generata da un alternatore monofase accoppiato direttamente ad un motore elettrico a corrente continua. Il gruppo convertitore, fabbricato espressamente per il Gabinetto di Fisica dell'Istituto Tecnico di Parma dalla Ditta Ercole Marelli e C. di Sesto San Giovanni secondo mie indicazioni, permette di operare fra limiti estesi di frequenza, di tensione e di intensità di corrente. L'alternatore è ad indotto rotante e ad induttore a quattro poli; dà quindi 2 periodi per giro. Se indichiamo con f la frequenza e con n il numero dei giri al minuto primo avremo dunque

$$(1) \quad f = \frac{n}{30}.$$

Nel caso della figura riportata, poichè il motore era messo in azione con una batteria di accumulatori a 50 volt, si aveva $n = 960$ e perciò $f = 32$ periodi al secondo. Il disco era messo in moto per mezzo di un motorino Dueret, con una trasmissione a cordoncino incrociato,

atta a ridurre la velocità da 4 a 1. Per far funzionare detto motorino era adoperata pure corrente fornita da altra piccola batteria di accumulatori.

Se t è il numero dei tagli del disco ed m il numero dei giri compiuti da questo in un minuto primo, sarà

$$(2) \quad m' = \frac{mt}{60}$$

il numero dei tagli che passeranno ad ogni secondo dinanzi all'asse ottico dell'obiettivo. Nel caso attuale, essendo $t = 16$, si ha

$$(3) \quad m' = \frac{16m}{60} = \frac{4m}{15}.$$

Si aveva la curva netta e ferma per $m = 120$ e quindi per $m' = 32$. Questi dati mostrano la perfetta corrispondenza della frequenza della corrente con quella dei passaggi delle fessure del disco, e quindi, mentre giustificano la spiegazione del fatto data di sopra, offrono anche un modo di studiare la frequenza della corrente e di presentare in modo relativamente facile le caratteristiche della corrente stessa davanti ad un numeroso uditorio.

Se la corrispondenza fra la frequenza della corrente e la frequenza del passaggio delle fessure del disco davanti all'asse ottico non è perfetta, ma esiste una piccola differenza, allora la curva si sposta in un verso o nell'altro a seconda del verso della rotazione del disco e del senso nel quale si presenta la differenza. La velocità dello spostamento è maggiore o minore a seconda che è maggiore o minore l'accennata differenza.

6. *Cautele necessarie.* — Occorrono alcune cautele per ottenere la corrispondenza suaccennata fra la frequenza della corrente e quella del passaggio delle fessure dinanzi all'asse ottico. Infatti le curve 3 e 4, riprodotte pure in scala ridotta, mettono in evidenza altre figure più o meno complesse che si possono ottenere in condizioni di esperienza diverse. La fig. 3 corrisponde sempre alla frequenza della corrente di 32 periodi, ma con un numero di giri del disco $m = 180$ e quindi $m' = 48$. In tal caso le due frequenze hanno il rapporto

$$\frac{m'}{f} = \frac{48}{32} = \frac{3}{2},$$

quindi il periodo delle successive illuminazioni è soltanto i $2/3$ di quello della corrente. Allora a partire dall'istante in cui una delle fessure passa per la verticale, la successiva vi si trova dopo soltanto

due terzi di periodo della corrente e quindi coglierà il filo in un'altra fase della sua oscillazione. La stessa cosa avverrà per tutte le altre posizioni della fessura e per tutte le corrispondenti posizioni del filo. Parimenti la terza fessura passerà dopo altri $2/3$ di periodo e coglierà il filo in una posizione corrispondente ad una differenza di fase di $4/3$ di periodo rispetto alla primitiva. E finalmente la quarta fessura passerà dopo $6/3$ di periodo, cioè dopo due periodi interi e quindi ritroverà il filo nella posizione primitiva. Si dovranno vedere dunque le tre curve incatenate, corrispondenti a tre movimenti oscillatori di ugual periodo, ma aventi un ritardo di fase, l'uno rispetto all'altro di $2/3$ di periodo. È appunto quanto mostra la fig. 3.

Il ragionamento precedente richiede naturalmente che si debba vedere una curva ferma quando la frequenza con la quale passano le fessure del disco sia un sottomultiplo di quella della corrente, perchè infatti ciascuna delle tre curve della fig. 3 corrisponde ad illuminazioni che si susseguono con intervalli di due periodi. Che debba essere così viene mostrato da un ragionamento semplice, e cioè dalla considerazione che, se le fessure ripassano per la stessa posizione dopo due, dopo tre o dopo un maggior numero intero di periodi, ritrovano il filo nella stessa posizione e quindi, per la persistenza della visione e purchè le fessure passino con sufficiente frequenza, lasciano vedere la curva ferma.

Ma, ad ogni modo, citerò un'esperienza che ha confermato questa conclusione. Ho ottenuto cioè una curva netta e ferma come quella della fig. 2 quando, la corrente alternata essendo la medesima, il disco compiva un numero di giri $m = 60$ e quindi le fessure passavano con la frequenza $m' = 16$, cioè esattamente la metà di quella della corrente.

Se invece la velocità del disco si aumenta sopra quella precedentemente presa in esame di $m = 180$ e si porta a 240 si presentano le curve della fig. 4, ben ferme ed esattamente in opposizione di fase. Il risultato si spiega bene dopo le considerazioni precedenti. Infatti per $m = 240$ si ha $m' = 64$, cioè una frequenza doppia di quella della corrente, due fessure consecutive colgono il filo in due momenti che si seguono con una differenza di tempo di $1/2$ periodo, mentre la terza fessura che passa ritrova il filo nella posizione primitiva, quindi è chiaro che si debbono vedere appunto due curve aventi una differenza di $1/2$ periodo, ossia in opposizione di fase.

7. Misura della frequenza. — Dalle esperienze citate e dalle considerazioni svolte si deduce anche un criterio per giudicare se la velocità del disco è quella che corrisponde veramente alla uguaglianza

fra la frequenza dei passaggi delle fessure e quella della corrente alternata.

Cominciando infatti a far muovere il disco con una velocità moderata, che verrà poi fatta crescere grado a grado, quando si arriva a vedere una sola curva ferma può darsi o che la frequenza m' relativa alle fessure del disco sia esattamente uguale a quella della corrente o che ne sia un sottomultiplo. Nel caso che ne sia un sottomultiplo per es. 16 invece di 32, potremo farla crescere fino a 24 (corrispondente a $m = 90$) e avremo tre curve spostate di $1/3$ di periodo, e allora accrescendola ancora troveremo di nuovo una curva sola corrispondente a $m = 120$ ed a $m' = 32$, cioè all'accordo fra le due frequenze. Se dopo faremo crescere la velocità fino a farla divenire uguale, come prima, ad una volta e mezzo la precedente e cioè a $m = 180$ ed $m' = 48$ otterremo le tre curve, ma poi per la velocità doppia, cioè per $m = 240$ ed $m' = 64$ otterremo non più una curva sola, ma le due curve in opposizione di fase di cui si è detto prima. Per velocità maggiori le cose naturalmente si complicano, cioè le curve aumentano di numero.

Resta perciò bene individuata quella velocità che corrisponde all'accordo fra le frequenze.

8. *Apprezzamento di piccole variazioni della frequenza.* — Si può osservare infine che il metodo è atto a rivelare molto piccole differenze fra i periodi di oscillazione. Infatti quando si è vicini all'accordo ma non si è raggiunta la perfetta uguaglianza si vede una bella curva netta come quella della fig. 2, ma essa non sta ferma sibbene si sposta lentamente in un verso o nell'altro secondo quanto è detto alla fine del § 5. E per esempio, rilevato in uno di questi casi che, essendo sempre la frequenza della corrente uguale a 32 la velocità del disco era $m = 126$ e quindi la frequenza relativa $m' = \frac{4.126}{15} = 33,6$, ne risultavano i valori seguenti:

Periodo della corrente	sec. $1/32$		0,031250
Periodo delle fessure del disco	sec. $1/33,6$		0,029762
Differenza dei due periodi	sec.		0,001488

Risulta dunque già messa in evidenza una differenza fra i due periodi di poco più di 1 millesimo di secondo; ma si possono rilevare per mezzo dello spostamento della curva delle differenze molto minori.

9. *Estesa applicabilità del metodo.* — Il modo di operare precedentemente descritto permette di esaminare in proiezione la curva corrispondente alla corrente variabile prodotta dalle più diverse sorgenti, regolando via via opportunamente la velocità del disco. E se la corrente esaminata è periodica con un periodo molto breve si può evitare di far ruotare il disco con una velocità eccessiva perchè abbiamo visto precedentemente che si osserva una curva netta e ferma anche quando la frequenza del passaggio delle fessure dinanzi all'obbiettivo è un sottomultiplo di quella della corrente. Inoltre è manifesto che, trovato l'accordo, come si può misurare la frequenza di una corrente periodica conoscendo la velocità di rotazione del disco, così si può determinare la velocità di rotazione di un albero qualsiasi quando si conosca la frequenza della corrente.

10. *Indipendenza dalla velocità di rotazione del disco.* — Un interesse particolare presentano i risultati che si possono ottenere facilmente quando la stessa macchina che fornisce la corrente da studiare serve da motore per il disco. L'accennata dinamo Ducretet (v. § 5) è una commutatrice da corrente continua in trifase. Io l'ho messa in azione con la corrente continua di una batteria di accumulatori, dei quali variavo il numero per variare caso per caso la velocità; ho raccolto la corrente alternata di una sola fase facendola passare per il filo teso; ho trasmesso infine il moto della macchinetta al disco per mezzo di una puleggia in legno a gola, collegata con una cinghia di cuoio.

In una prima esperienza il disco aveva quattro fessure e la trasmissione riduceva la velocità del disco ad un quarto di quella del motore; così tutto procedeva come se il disco avesse avuto un solo taglio e avesse ruotato con la velocità del motore, ossia con una frequenza nel passaggio delle fessure uguale a quella della corrente, qualunque fosse la velocità del motore. In queste condizioni facendo funzionare gli apparecchi senza nessuna preoccupazione della velocità del motore si otteneva la curva ferma corrispondente alla fig. 2.

In una seconda esperienza il disco aveva sei fessure e conservava col motore lo stesso rapporto di velocità del caso precedente. La frequenza delle fessure era manifestamente in questa esperienza $\frac{3}{2}$ di quella della corrente. Si avevano in tal caso, con qualsiasi velocità del motore, le tre curve della fig. 3.

In una terza esperienza il disco aveva otto fessure, sempre con lo stesso rapporto di velocità col motore; aveva dunque una frequenza, nel passaggio delle fessure, doppia di quella della corrente. Si ave-

vano in questo caso le due curve in opposizione di fase della fig. 4, anche qui *con qualsiasi velocità della commutatrice*.

Quando la generatrice della corrente alternata sia una macchina alquanto grande, dalla quale non si possa trasmettere il moto direttamente al disco, si può ricorrere ad un motorino sincrono messo in azione dalla detta macchina e collegato col disco. In questo modo infatti si possono pure mantenere nel rapporto voluto la frequenza della corrente e la frequenza del passaggio delle fessure, qualunque sia del resto il valore della frequenza della corrente.

11. *Correnti trifasiche*. — Si può applicare il principio, che forma la base della disposizione sperimentale descritta, per studiare le correnti trifasiche.

Per tale scopo si dispongono nel piano orizzontale corrispondente all'asse ottico della lanterna tre fili metallici invece di uno. Ognuno di questi fili passa entro un campo magnetico; i tre campi magnetici occorrenti sono ottenuti per mezzo di una elettrocalamita che ha le espansioni polari sufficientemente distanti e contiene nell'intervallo due lastre di ferro dolce di forma e dimensioni corrispondenti alle espansioni polari; queste si magnetizzano per induzione e creano così, insieme con le dette espansioni polari, i tre campi magnetici.

I tre fili si collegano per un capo ai tre morsetti del generatore trifase e dall'altra parte si riuniscono a stella con la inserzione di tre adattati reostati. Molto opportuni si presentano, per la loro gradualità, i reostati a liquido.

Usando come generatore della corrente trifasica e come motorino per il disco la accennata commutatrice Ducretet fu facile avere la proiezione nitida e ferma delle tre curve corrispondenti alle tre fasi, *indipendentemente dalla velocità della commutatrice*.

SUL CALCOLO DELL'ENERGIA DI DISSOCIAZIONE DELLE MOLECOLE BIATOMICHE

Nota di A. CARRELLI

Sunto. - *In questo lavoro si determina teoricamente il segno del termine correttivo che con maggior approssimazione compare nella formula che dà l'energia di dissociazione di una molecola biatomica in base alla conoscenza del suo spettro di bande.*

L'energia di dissociazione di una molecola biatomica può ottenersi, secondo le idee enunciate per la prima volta da FRANCK, anche dallo studio del suo spettro di bande.

Infatti si ricava dall'esperienza che la energia di oscillazione di una molecola è data da una formula di questo tipo

$$(1) \quad W_n = an - bn^2$$

dove a e b sono delle costanti ed n rappresenta il numero quantico caratteristico dei vari stati oscillatori. Se il legame esistente fra le due parti della molecola fosse perfettamente armonico, la relazione intercedente fra l'energia e il numero quantico n sarebbe quella ben nota dell'oscillatore di PLANCK $W_n = nh\nu_0$ ⁽¹⁾ il che porterebbe ad una perfetta equidistanza fra le righe di emissione o assorbimento dello spettro di bande; ma in realtà una determinazione più accurata delle frequenze mostra che le righe si avvicinano al crescere di n il che porta ad un'espressione di W_n del tipo (1) almeno in prima approssimazione.

La presenza del termine in n^2 con coefficiente negativo indica che l'energia di oscillazione raggiunge un massimo per un particolare valore di n e quindi permette di ricavare la energia di dissociazione che sarà rappresentata appunto dal massimo della funzione (1). Si

⁽¹⁾ In questa Nota si prescinde dall'eventuale presenza di numeri quantici del tipo $n + \frac{1}{2}$.

ottiene cioè come energia massima o energia di dissociazione l'espressione

$$(2) \quad (W_n)_m = D = \frac{a^2}{4b}.$$

Evidentemente i valori così ottenuti per D non possono considerarsi esatti poichè non è assolutamente esatta l'espressione generica di W_n ; al crescere della precisione delle misure può aversi ancora un termine in n^3 e così via. Scopo di questa Nota è di ricercare quale indicazione può trarsi dalla teoria sul valore di questo termine e sull'influenza che esso ha su D .

Consideriamo allora il caso nel quale l'energia vibratoria è data da una relazione del tipo

$$(1') \quad W_n = an - bn^2 - cn^3;$$

il valore di questo termine in n^3 sarà evidentemente piccolo poichè ha il significato di termine correttivo e dobbiamo quindi ottenere un valore di $(W_n)_m$ poco diverso dal precedente (2).

Ora delle due radici della equazione

$$\frac{\partial W_n}{\partial n} = a - 2bn - 3cn^2 = 0$$

è da prendere in esame la radice

$$n = \frac{2b - \sqrt{4b^2 + 12ac}}{6c}$$

che non ha valore molto elevato ma un valore poco discosto da $\frac{a}{2b}$.

Moltiplicando i due termini della frazione per

$$2b + \sqrt{4b^2 + 12ac}$$

nell'ipotesi che $ca \ll b^2$ si ottiene

$$n = \frac{a}{b \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{3ca}{b^2}} \right\}} = \frac{a}{2b} \left(1 - \frac{3ca}{2b^2} \right)$$

e quindi

$$(W_n)_m = D = \frac{a^2}{4b} - \frac{3a^2c}{8b^2};$$

il termine correttivo che compare nell'energia di dissociazione quando si tenga conto del termine in n^3 dipende dal segno del coeffi-

ciente di questo termine ed è uguale in valore assoluto a

$$\frac{3}{8} \frac{a^3 c}{b^3}.$$

Vediamo ora se può determinarsi teoricamente il segno di c ; per far ciò bisogna ricercare il significato dei coefficienti a , b , c . Se il legame fra i due atomi di una molecola è perfettamente armonico l'energia del vibratore è

$$W_n = \frac{1}{2m} p^2 + Ax^2$$

dove p è l'impulso ed x lo spostamento dalla posizione di riposo. La teoria quantistica dimostra che

$$W_n = n \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{2A}{m}} = nh\nu_0;$$

se invece il legame è anarmonico e cioè l'energia W_n è data da

$$W_n = \frac{1}{2m} p^2 + Ax^2 + Bx^3$$

risulta allora dal calcolo ⁽¹⁾ che

$$W_n = n \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{2A}{m}} - n^2 \frac{30}{32} \frac{h^2 B^2}{mA^3}$$

quindi

$$b = \frac{30}{32} \frac{h^2 B^2}{A^3}$$

è essenzialmente positivo; per ricavare il valore di c bisogna allora estendere ancora l'approssimazione finora usata per determinare W_n . Fra i vari metodi di trattazione dell'oscillatore anarmonico ci serviremo di quello proposto da BOGUSLAWSKI perchè più atto ad una estensione. Esso consiste essenzialmente in ciò: data l'espressione dell'energia

$$W_n = \frac{1}{2m} p^2 + Ax^2 + Bx^3$$

sostituiamo nell'espressione della condizione quantistica

$$\iint dx dp = nh$$

(1) BORN, « Vorlesungen über Atom-mechanik », pag. 76.

alla variabile p la variabile W_n . Si ha allora

$$(3) \quad \int_0^W dW \sqrt{2m} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{W - Ax^2 - Bx^3}} = nh$$

i limiti x_1 e x_2 sono le radici della equazione

$$W - Ax^2 - Bx^3 = 0$$

la (3) permette di ricavare allora W_n in funzione di n , A , B e m . Applicando la teoria degli integrali ellittici il BOGUSLAWSKI ⁽¹⁾ trova che

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{W - Ax^2 - Bx^3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{B}} \frac{1}{\sqrt[4]{12g_2}} F\left(\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, 1, \frac{1}{I}\right)$$

dove F è una serie ipergeometrica, g_2 e $\frac{1}{I}$ sono dati dalla espressione

$$g_2 = \frac{4}{3} \frac{A^2}{B^2}, \quad g_3 = \frac{4}{B} \left(W - \frac{2A^3}{27B^2} \right) \\ \Delta = g_2^3 - 27g_3^2, \quad \frac{1}{I} = \frac{\Delta}{g_2^3} = 1 - 27 \frac{g_3^2}{g_2^3}.$$

Noi dobbiamo estendere l'approssimazione fino al termine in $\frac{1}{I^2}$

$$F\left(\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, 1, \frac{1}{I}\right) = 1 + \frac{5}{12 \cdot 12} \frac{1}{I} + \frac{1}{12} \left(1 + \frac{1}{12}\right) \frac{5}{12} \left(1 + \frac{5}{12}\right) \frac{1}{2 \cdot 2} \frac{1}{I^2} + \dots$$

e si ottiene

$$F = 1 + \frac{15}{16} \frac{WB^2}{A^2} + \frac{3465}{1024} \frac{W^2B^4}{A^6} + \dots$$

quindi

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{W - Ax^2 - Bx^3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{B}} \frac{\sqrt{B}}{2\sqrt{A}} \left(1 + \frac{15}{16} \frac{WB^2}{A^2} + \frac{3465}{1024} \frac{W^2B^4}{A^6} + \dots \right)$$

ed essendo

$$\int dW \left(1 + \frac{15}{16} \frac{WB^2}{A^2} + \frac{3465}{1024} \frac{W^2B^4}{A^6} + \dots \right) = nh\nu_0$$

si ottiene alla fine

$$W_n \left(1 + \frac{15}{32} \frac{B^2}{A^2} W_n + \frac{3465}{3072} \frac{B^4}{A^6} W_n^2 + \dots \right) = nh\nu_0.$$

⁽¹⁾ BOGUSLAWSKI, « Phys. Zeit. », 1914, p. 569.

In prima approssimazione può porsi

$$W_n = nh\nu_0;$$

quindi sostituendo nella precedente

$$W_n \left(1 + \frac{15}{32} \frac{B^2}{A^3} nh\nu_0 + \dots \right) = nh\nu_0$$

e in seconda approssimazione si ha

$$W_n = nh\nu_0 \left(1 - \frac{15}{32} \frac{B}{A^2} h\nu_0 n + \dots \right)$$

e sostituendo in fine

$$W_n \left[1 + \frac{15}{32} \frac{B^2}{A^3} nh\nu_0 \left(1 - \frac{15}{32} \frac{B^2}{A^3} h\nu_0 n \right) + \right. \\ \left. + \frac{3465}{3072} \frac{B^4}{A^6} n^2 h^2 \nu_0^2 \left(1 - \frac{15}{16} \frac{B}{A^2} h\nu_0 n + \dots \right) + \dots \right] = nh\nu_0$$

$$W_n \left[1 + \frac{15}{32} \frac{B^2}{A^3} nh\nu_0 - \left(\frac{15}{32} \right)^2 \frac{B^4}{A^6} n^2 h^2 \nu_0^2 + \frac{3465}{3072} \frac{B^4}{A^6} n^2 h^2 \nu_0^2 - \dots \right] = nh\nu_0$$

$$W_n = nh\nu_0 \left\{ 1 - \frac{15}{32} \frac{B^2}{A^3} h\nu_0 n - \right. \\ \left. - \left[\frac{3465}{3072} - \left(\frac{15}{32} \right)^2 \right] \frac{B^4}{A^6} h^2 \nu_0^2 n^2 + \left(\frac{15}{32} \right)^2 \frac{B^4}{A^6} h^2 \nu_0^2 n^2 + \dots \right\}$$

$$W_n = nh\nu_0 \left\{ 1 - nh\nu_0 \frac{15}{32} \frac{B^2}{A^3} - n^2 h^2 \nu_0^2 \frac{2115}{3072} \frac{B^4}{A^6} + \dots \right\}.$$

Si ottiene adunque come risultato che il segno di c è quindi sempre negativo e si conclude: nell'ipotesi che il legame fra le due parti di una molecola biatomica sia anarmonico e con una funzione potenziale del tipo $Ax^3 + Bx^3$, l'energia di dissociazione D calcolata in base all'energia vibratoria W_n , determinata fino ai termini del secondo grado, è sempre superiore al valore effettivo perchè si trascura una quantità negativa. La teoria prevede per il termine al terzo grado sempre un valore negativo.

SAGGIO DI APPLICAZIONE DELLE FRANGIE DI COMBINAZIONE ALLO STUDIO DEGLI OBIETTIVI MICROSCOPICI

Nota di A. CICCONE

Sunto. - *Si studia col metodo delle frangie di combinazione del RONCHI un obiettivo microscopico a secco della casa Zeiss. Si espongono i risultati delle misure della distorsione, curvatura del campo, astigmatismo, apla-
natismo. Non si misurano le aberrazioni cromatiche perchè estremamente deboli.*

Scopo della presente nota è di esporre un metodo sperimentale che è un caso particolare di quello generale ⁽¹⁾ del RONCHI per lo studio delle superficie e dei sistemi ottici.

Il metodo consiste nel far cadere l'immagine ingrandita di un reticolo di diffrazione, data dall'obiettivo, su un reticolo fotografico di conveniente periodo, e nell'osservare e fotografare, a diverse distanze, le frangie di combinazione, usando un sottile e intenso pennello luminoso, che segua l'asse ottico, o su di esso s'inclini di un angolo determinato, variabile a piacimento.

Per tale studio ho usato la seguente disposizione sperimentale della quale la figura dà lo schema.

Ad un banco *BB* è fissato:

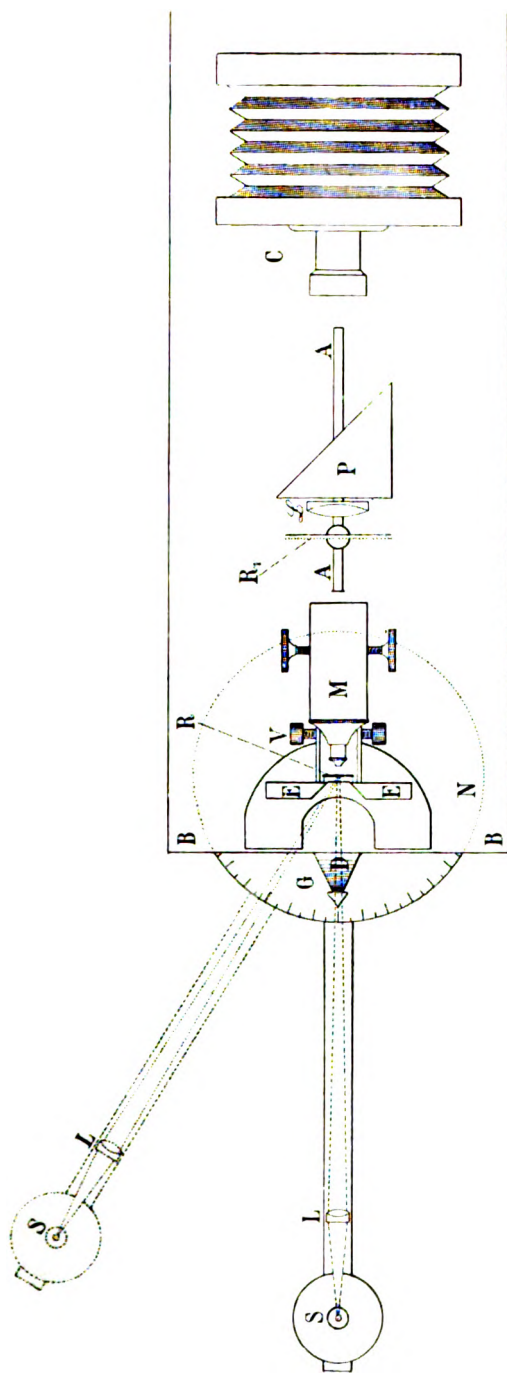
1. Il microscopio *M* da cui sono stati tolti lo specchio, l'apparato di *ABBE* e il tubo porta-oculare. Esso è disposto col tubo orizzontale, e sulla piattaforma *EE* è aggiustato, coi tratti verticali, il reticolo di diffrazione *R*. Lo spostamento micrometrico *V* permette di variare la posizione dell'obiettivo rispetto al reticolo, e di misurarne, con conveniente precisione, gli spostamenti;

2. Una guida orizzontale *AA* sulla quale si fa scorrere, parallelamente all'asse del sistema, il reticolo fotografico *R*₁ ⁽²⁾;

⁽¹⁾ « Rivista di ottica e meccanica di precisione ». Volume II, fascicolo IV, pag. 9 e seg.

⁽²⁾ Il reticolo fotografico *R*₁ si è ottenuto fotografando un insieme di rette parallele ed equidistanti tracciate su un cartoncino bianco. Questo modello è di proprietà dell'Istituto di Fisica di Pisa.

A. CICCONI: *Un'applicazione delle frangie di combinazione.*



3. Una macchina fotografica C ;

4. Per le osservazioni ad occhio si inserisce fra il reticolo fotografico e la camera, un'opportuna lente di campo L e un prisma a riflessione totale P ;

5. Al disotto del banco BB giace orizzontalmente una piattaforma N , con lembo graduato G , la quale può ruotare attorno ad un asse verticale il cui prolungamento incontra l'asse ottico dell'obiettivo sul reticolo di diffrazione. Essa porta ad un lungo braccio la lampada a punto luminoso S , e la lente acromatica L , la quale invia un sottile pennello di luce sul reticolo, ove forma un'immagine reale della pallina incandescente.

Così è facile variare la direzione del pennello luminoso e misurarne, in gradi, l'inclinazione sull'asse, leggendo la divisione corrispondente all'alidada D .

Nella figura è rappresentato a tratto pieno, il braccio nella posizione assiale e, a tratto punteggiato in una posizione inclinata.

Dalle esperienze da me eseguite risulta quanto segue: sul reticolo fotografico R_1 dove si raccoglie l'immagine R' del reticolo di diffrazione, si formano le frangie di combinazione, le quali cambiano di forma e di grandezza, per spostamenti del reticolo R_1 sulla sua guida.

Per ogni posizione dell'obiettivo, sempre in vicinanza della messa a punto esatta, vi è una sola posizione di R_1 nella quale il campo si mostra uniformemente illuminato; (in questa posizione il periodo di R_1 e quello della immagine R' di R sono uguali) prima e dopo di essa le frangie si producono.

Se l'obiettivo fosse esattamente messo a punto e l'immagine fosse esente da qualsiasi aberrazione, tali frangie, manifestamente, risulterebbero perfettamente rettilinee, parallele ed equidistanti su tutto il campo, e la loro posizione sarebbe indipendente dall'inclinazione del pennello luminoso sull'asse. Invece le frangie mostrano incurvamenti con forma variabile inclinando il pennello, e ciò permette di studiare i diversi tipi di aberrazioni.

Distorsione. — Operando col pennello centrale si osservava che le frangie presentavano distorsioni (simmetriche rispetto alla frangia di mezzo che è verticale) del tipo detto a *barile* e a *cuscino*; se si spostava il reticolo R_1 si riconosceva che tali configurazioni si scambiavano tra loro, attraversando la posizione, ora detta, in cui le frangie mancavano; e precisamente la distorsione a barile si presentava per posizioni di R_1 più lontane all'obiettivo, quella a cuscino per posizioni di R_1 più vicine all'obiettivo.

Tali distorsioni sono un'esagerazione utile, per le nostre esperienze, della distorsione dell'immagine che è accompagnata da una inversione di segno o no, a seconda che il periodo dell'immagine è maggiore o minore del periodo del reticolo fotografico.

Per fare un'analisi precisa di ciò che si è detto, indichiamo con a il periodo ⁽¹⁾ di R_1 e con a' il periodo dell'immagine e supponiamo dapprima:

$$a > a' \quad (\text{posizione di } R_1 \text{ verso } M).$$

Se l'obiettivo ha, come è il caso nostro, il difetto di distorsione a cuscino, possiamo scrivere per il periodo dell'immagine:

$$a'_c < a'_m$$

nella quale con a'_c , a'_m indichiamo la distanza fra le mezzerie dei due tratti, opachi o trasparenti, adiacenti al tratto che contiene il centro del campo, rispettivamente sul diametro perpendicolare ai tratti del reticolo fotografico R_1 e sulla corda prossima al margine del campo e parallela al diametro.

Poichè la frequenza ⁽²⁾ $\frac{1}{A}$ delle frangie è funzione della frequenza del reticolo R_1 e di quella della immagine R' di R , possiamo scrivere:

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{a - a'}{a'a}.$$

E quindi per il periodo ⁽³⁾ A delle frangie abbiamo:

$$A = \frac{a'a}{a - a'}.$$

Questa relazione si scrive:

$$(1) \quad A_c = \frac{a'_c a}{a - a'_c}$$

se la distanza fra le mezzerie dei due massimi opachi o trasparenti, adiacenti al massimo centrale, indica il periodo delle frangie sul dia-

⁽¹⁾ Chiamasi periodo del reticolo la larghezza complessiva di un tratto opaco e di un tratto trasparente, o ciò che è lo stesso, la distanza fra le mezzerie di due tratti, opachi o trasparenti, consecutivi.

⁽²⁾ Cfr. citata Memoria a pag. 10 e seg.

⁽³⁾ Periodo delle frangie è la distanza fra le mezzerie di due massimi opachi o trasparenti consecutivi, o la larghezza complessiva di un massimo opaco e di un massimo trasparente.

metro perpendicolare ai tratti di R_1 , e

$$(2) \quad A_m = \frac{a'_m a}{a - a'_m}$$

se la distanza fra le mezzerie degli stessi massimi, adiacenti al massimo centrale, indica il periodo delle frangie sulla detta corda.

Poichè

$$a'_c < a'_m$$

si conclude che:

$$A_m > A_c$$

cioè le *frangie rivolgono la convessità all'asse*.

Se invece fosse

$$a'_c > a'_m,$$

cioè se l'obiettivo presentasse la distorsione a barile si avrebbe:

$$(3) \quad A_m < A_c$$

e le *frangie rivolgerebbero la concavità all'asse*, cioè presenterebbero, pure, la distorsione a barile.

Sia ora invece:

$$a < a' \quad - \quad (\text{posizione di } R_1 \text{ verso } C).$$

In questo caso il periodo delle frangie è dato da:

$$A = \frac{aa'}{a' - a}$$

e quindi le (1) e (2) si scrivono:

$$(1') \quad A_c = \frac{aa'_c}{a'_c - a};$$

$$(2') \quad A_m = \frac{aa'_m}{a'_m - a}.$$

Se l'obiettivo ha, come è il caso nostro, il difetto di distorsione a cuscino, per il periodo dell'immagine scriviamo:

$$a'_c < a'_m$$

e quindi per le (1') e (2') è:

$$A_m < A_c$$

cioè le *frangie rivolgono la concavità all'asse*; mentre se l'obiettivo avesse il difetto di distorsione a barile si avrebbe:

$$a'_c > a'_m$$

dalla quale ancora per le (1') e (2') sarebbe:

$$(4) \quad A_m > A_c$$

cioè le frangie rivolgerebbero la convessità all'asse.

Ma, come abbiamo accennato, per l'obiettivo che è stato esaminato non si presentava il caso corrispondente alle disuguaglianze (3) e (4) e ciò indicava che esso era costantemente affetto da *distorsione a cuscino*.

La misura di questa distorsione si faceva col metodo che ora segue, mediante quattro negative ottenute con la camera *C*, s'intende, dopo aver rimosso il sistema *L* e *P*.

Indico con *N* il numero intero o decimale dei periodi *a* contenuti nel periodo *A* delle frangie, e con $(N+1)$ il numero intero o decimale dei periodi *a'* pure contenuti in *A*.

Per formare il periodo delle frangie è condizione che *N* periodi *a* si combinino con $(N+1)$ periodi *a'*, quindi:

$$A = Na = (N+1)a'$$

se le frangie sono a cuscino e

$$A = Na = (N-1)a'$$

se le frangie sono a barile.

In ambedue i casi abbiamo quindi:

$$A = \frac{N}{(N+1)} = \frac{a'}{a}; \quad A = \frac{N}{(N-1)} = \frac{a'}{a}$$

che scriviamo:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_c = \frac{N_1}{(N_1+1)} = \frac{a'_c}{a} \\ A_m = \frac{N'}{(N'+1)} = \frac{a'_m}{a} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_c = \frac{N_1}{(N_1-1)} = \frac{a'_c}{a} \\ A_m = \frac{N'}{(N'-1)} = \frac{a'_m}{a} \end{array} \right.$$

dove A_c , A_m hanno il significato detto avanti, e N_1 , N' sono il numero dei periodi del reticolo fotografico rispettivamente contati in A_c e in A_m .

Chiamando *inflessione* della frangia il rapporto:

$$\frac{A_m}{A_c} = \frac{N'}{(N'+1)} \cdot \frac{(N_1+1)}{N_1} = \frac{a'_m}{a} \cdot \frac{a}{a'_c} = \frac{a'_m}{a'_c}$$

o l'altro:

$$\frac{A_m}{A_c} = \frac{N'}{(N'-1)} \cdot \frac{(N_1-1)}{N_1} = \frac{a'_m}{a} \cdot \frac{a}{a'_c} = \frac{a'_m}{a'_c}$$

il numero (in valore assoluto) che misura la distorsione, per la corda considerata, si indica con:

$$\Delta = \left(\frac{a'_m}{a'_c} - 1 \right).$$

Mediante proiezione delle negative su uno schermo è stato facile avere il novero dei periodi N_1 ed N' e misurare, con sufficiente esattezza, la distanza fra il diametro e la corda, distanza che si è indicata con l sull'immagine e con l_1 se essa è riferita all'oggetto.

Osservando che il rapporto $\frac{a'_m}{a'_c}$ è funzione pari di l_1 possiamo scrivere, arrestandoci, in prima approssimazione, al secondo termine dello sviluppo:

$$\frac{a'_m}{a'_c} = 1 + kl_1^2 + \dots \quad (\text{con } k \text{ costante}).$$

E poiché

$$\Delta = \left(\frac{a'_m}{a'_c} - 1 \right),$$

si avrà:

$$\Delta = kl_1^2$$

dalla quale si ha:

$$k = \frac{\Delta}{l_1^2}$$

cioè il rapporto fra la distorsione e il quadrato di l_1 è costante.

La media K dei valori di k per i diversi ingrandimenti si è presa come coefficiente di distorsione dell'obiettivo.

Nella seguente tabella sono riportati i risultati della misura della distorsione, nonchè i valori di k e K .

I periodi del reticolo fotografico e del periodo di diffrazione sono stati calcolati con accurate misure; il periodo di R' si è invece calcolato con le due note relazioni:

$$\frac{N_1}{(N_1 + 1)} = \frac{a'_c}{a}; \quad \frac{N_1}{(N_1 - 1)} = \frac{a'_c}{a}$$

in cui i simboli hanno il solito significato (V. Tabella I).

Curvatura del campo. — Le precedenti esperienze, come ho detto, si facevano col pennello assiale; inclinandolo sull'asse le frangie s'incurvavano notevolmente.

TABELLA I.

	Distorsione delle frangie a cuscino			Distorsione delle frangie a barile	
	Prima Negativa		Seconda Negativa	Terza Negativa	Quarta Negativa
Periodi a contati in A_c e in A_m .	N_1	10,4	14,5	11,6	9,3
	N'	12,2	18,1	10,2	8,4
$\frac{a'_m}{a'_c}$	1,0131		1,0129	1,0130	1,0130
Distorsione.	0,0131		0,0129	0,0130	0,0130
Periodo a del reticolo fotografico espresso in millimetri.	0,451		0,451	0,451	0,451
Periodo del reticolo oggetto espresso in millimetri.	0,0068		0,0068	0,0068	0,0068
Periodo a' del reticolo immagine nei diversi ingrandimenti in millimetri.	0,411		0,421	0,493	0,503
l espressa in millimetri.	52,9		54,0	63,5	64,7
Ingrandimenti.	$\frac{4110}{68}$		$\frac{4210}{68}$	$\frac{4930}{68}$	$\frac{5030}{68}$
l_1 espressa in millimetri.	0,875		0,872	0,875	0,874
Coefficiente K di distorsione nei diversi ingrandimenti.	0,0171		0,0169	0,0170	0,0170
K	0,0170 mm. ⁻²				

Ciò è conseguenza della curvatura del campo, la quale ha per effetto che le diverse regioni del reticolo, che è piano, non possono trovarsi tutte contemporaneamente in *punto* rispetto al reticolo fotografico, piano anch'esso. Sono in *punto* le areole cui corrisponde spostamento nullo della frangia.

Ma, se non è verificata la condizione di aplanatismo, nessuna areola della frangia rimane esattamente fissa, per molto ampie variazioni dell'inclinazione.

Rimandando, quindi, a dopo la ricerca della *messa a punto aplanetica*, si consideravano inclinazioni del pennello luminoso non troppo notevoli (per le quali era insensibile la mancanza di aplanatismo) per determinare, dall'incurvamento delle frangie, la freccia della curvatura del campo.

Per avere luce diffusa e contemporaneamente un riferimento, si sovrapponeva al reticolo fotografico un vetro smerigliato sul quale erano disegnate, a punti, due rette perpendicolari: la distanza fra uno di questi punti e il successivo era di quattro millimetri. Le cose erano inoltre disposte in maniera che il punto d'incontro delle rette cadesse nel centro del campo, e la retta verticale coincidesse con il tratto del reticolo fotografico che rappresentava la mediana della frangia diametrale del campo.

Inclinando sull'asse il pennello luminoso, in un verso o nell'altro, di 20° si notava subito che due areole marginali della frangia diametrale, simmetriche rispetto al centro del campo, s'incurvavano notevolmente mentre l'areola al centro del campo rimaneva fissa.

A questa posizione dell'obiettivo corrispondeva un numero n (intero o decimale) di divisioni che si leggevano sulla testa, divisa in venti intervalli uguali, dello spostamento micrometrico V .

Riportando il braccio nella posizione assiale, e muovendo contemporaneamente lo spostamento V , si riusciva, per tentativi, a trovare una nuova posizione dell'obiettivo per la quale l'areola al centro del campo, (che prima rimaneva fissa) s'incurvava notevolmente, mentre le due dette areole marginali rimanevano fisse indipendentemente dall'inclinazione di 20° sull'asse del pennello luminoso in un verso o nell'altro della rotazione.

A questa nuova posizione dell'obiettivo corrispondeva un nuovo numero n_1 (pure intero o decimale) di intervalli che si leggevano, come prima, direttamente sulla testa dello spostamento micrometrico V .

La differenza fra n ed n_1 si è presa come numero che misura la

freccia F' della curvatura del campo nella direzione parallela ai tratti del reticolo.

Si notò, inoltre, inclinando in un verso o nell'altro di 20° il pennello luminoso sull'asse, che due areole del campo situate, rispettivamente, su due frangie, prossime al margine del campo, e simmetriche della frangia diametrale, s'incurvano in quella posizione dell'obiettivo (ottenuta al solito, per tentativi, mediante spostamenti di V) per la quale rimaneva fissa l'areola al centro del campo; e che muovendo convenientemente lo spostamento micrometrico V , si riusciva (per tentativi) a trovare una nuova posizione dell'obiettivo per la quale questa areola s'incurvava e quelle rimanevano fisse quando il pennello luminoso s'inclinava sull'asse di 20° in un verso o nell'altro.

Era, dunque, possibile mediante due letture che si facevano, come nel caso precedente, in due istanti successivi, conoscere due altri numeri n' n'_1 la cui differenza si è presa come numero che misura la freccia F'' della curvatura del campo nella direzione perpendicolare ai tratti del reticolo.

La differenza $F'-F''$ si è presa, quindi, come misura dell'astigmatismo.

Abbiamo detto che il punto d'incontro delle due rette di riferimento coincideva col centro del campo. Ciò permetteva di misurare le diverse distanze l fra l'areola centrale e una delle due areole marginali, leggendo quale punto della retta verticale o della orizzontale cadeva sulla areola marginale. E poichè erano noti i diversi ingrandimenti, si calcolavano, facilmente, le distanze l_1 sul reticolo di diffrazione.

Osservando poi che ciascuna freccia della curvatura del campo è funzione pari di l_1 , possiamo scrivere, arrestandoci, in prima approssimazione, al secondo termine dello sviluppo,

$$\begin{aligned} F_{*}' &= h' l_1^2 + \dots \\ F_{*}'' &= h'' l_1^2 + \dots \quad (\text{con } h' \text{ e } h'' \text{ costanti}) \end{aligned}$$

dalle quali si ha:

$$\begin{aligned} h' &= \frac{F_{*}'}{l_1^2}, \\ h'' &= \frac{F_{*}''}{l_1^2} \quad (1). \end{aligned}$$

Prendendo h' , h'' come coefficienti della curvatura del campo,

(1) F_{*}' , F_{*}'' , esprimono in millimetri le due frecce della curvatura del campo.

TABELLA II.

	Frangie a cuscino			Frangie a barile	
	n	14,15	13,20	10,90	10,85
Divisioni contate sulla testa di V .	n_1	9,40	8,45	6,10	6,05
	n'	13,16	11,87	10,00	9,95
	n'_1	9,20	7,91	6,00	5,95
Frece della curvatura del campo espresse in divisioni.	F'	4,75	4,75	4,80	4,80
	F''	3,96	3,96	4,00	4,00
Frece della curvatura del campo espresse in millimetri.	F_*'	$4,75 \times 0,002 = 0,00950$ ⁽¹⁾	0,00950	0,00960	0,00960
	F_*''	0,00792	0,00792	0,00800	0,00800
Astigmatismo espresso in divisioni.	$F' - F''$	0,79	0,79	0,80	0,80
Astigmatismo espresso in millimetri.		0,00158	0,00158	0,00160	0,00160
l espresso in millimetri.		12	12,30	14,45	14,75
Ingrandimenti.		$\frac{4110}{68}$	$\frac{4210}{68}$	$\frac{4930}{68}$	$\frac{5030}{68}$
l_1 espresso in millimetri.		0,198	0,198	0,199	0,199
Coefficiente della curvatura del campo nella direzione parallela ai tratti del reticolo.	$\frac{F_*'}{l_1^2} = h'$	mm. ⁻¹ 0,2423	mm. ⁻¹ 0,2423	mm. ⁻¹ 0,2424	mm. ⁻¹ 0,2424
Coefficiente della curvatura del campo nella direzione normale ai tratti del reticolo.	$\frac{F_*''}{l_1^2} = h''$	mm. ⁻¹ 0,2020	mm. ⁻¹ 0,2020	mm. ⁻¹ 0,2020	mm. ⁻¹ 0,2020
Coefficiente dell'astigmatismo nei diversi ingrandimenti.	$h' - h''$	mm. ⁻¹ 0,0403	mm. ⁻¹ 0,0403	mm. ⁻¹ 0,0404	mm. ⁻¹ 0,0404
H		0,0403 mm. ⁻¹			

(1) Lo spostamento dell'obiettivo lungo l'asse di un intervallo corrispondeva a mm. 0,002.

rispettivamente nella direzione parallela e perpendicolare ai tratti del reticolo, il coefficiente di astigmatismo dell'obiettivo è:

$$\frac{F_*' - F_*''}{l_1^2} = h' - h''.$$

La media dei valori $h' - h''$ nei diversi ingrandimenti si è indicata con H .

I risultati delle misure e dei calcoli sono riportati nella Tabella II.

Aplanatismo. — E' noto che per i buoni obiettivi microscopici la condizione di aplanatismo è verificata, con buona approssimazione, solo per una coppia di piani coniugati, cioè per una certa lunghezza del tubo portaoculare, la quale negli obiettivi a secco, risulta dipendente dallo spessore del vetrino coprioggetto.

Tutto ciò si suole verificare con la Test-Platte di Abbe, ma una verifica, assai più manifesta, si ha col metodo delle frangie di combinazione.

Qui è il caso di osservare quel che avviene nella parte centrale del campo.

Spostando il reticolo R_1 sulla guida, e aggiustando per ogni posizione la messa a punto dell'obiettivo, la porzione centrale della frangia diametrale rimaneva fissa, inclinando sull'asse il pennello di luce fino a 35° in un verso o nell'altro, per una sola posizione di R_1 che, per il mio preparato montato con vetrino e balsamo ⁽¹⁾, corrispondeva a una certa lunghezza del tubo portaoculare, la quale si determinava nella maniera che dopo dirò.

Allontanandoci da questa posizione, per esempio verso M di trenta millimetri, o verso C di ventiquattro millimetri, la porzione centrale della frangia diametrale rimaneva fissa solamente per un'inclinazione del pennello di 20° e si spostava notevolmente per inclinazioni maggiori. Per determinare la lunghezza del tubo portaoculare mi assicuravo prima che, messo a punto l'obiettivo per la condizione di aplanatismo, e montato sul microscopio il tubo portaoculare, l'immagine reale del reticolo di diffrazione si formava in un piano assai prossimo all'orlo del tubo. Conseguentemente, aggiustando il reticolo fotografico per la posizione aplanetica, allungavo il tubo portaoculare fino a sfiorare col suo orlo il reticolo: per il mio preparato tale lunghezza corrispondeva a 17,5 divisioni del tubo portaoculare.

⁽¹⁾ Lo spessore del vetrino e del balsamo era complessivamente di mm. 0,19. Tale misura fu accuratamente ottenuta con l'uso di uno sferometro.

Insomma, l'obiettivo è corretto, ma non perfettamente, per una lunghezza di 17,5 divisioni del tubo porta-oculare e per una inclinazione di 35° del pennello luminoso, presentando, anche nella posizione *optimum*, un piccolo residuo di aberrazione sferica. L'obiettivo presenta inoltre: il difetto di distorsione, il cui coefficiente K è $0,0170 \text{ mm.}^{-2}$; due curvature del campo, in direzione parallela e perpendicolare ai tratti del reticolo, rispettivamente di coefficienti $h' = 0,2423 \text{ mm.}^{-1}$ e $h'' = 0,2020 \text{ mm.}^{-1}$; infine il difetto di astigmatismo il cui coefficiente H è $0,0403 \text{ mm.}^{-1}$.

Nonostante questi difetti l'obiettivo contrassegnato con la lettera *E* da me studiato è eccellente perchè presenta tutti quei pregi che sono indispensabili ad un obiettivo destinato a studi istologici.

* * *

Con queste esperienze ho inteso, e mi pare di essere riuscita di stabilire un metodo pratico, discendente dal generale metodo di Ronchi, per lo studio completo delle proprietà e aberrazioni di obiettivi microscopici.

È chiaro che con l'uso di luci monocromatiche lo studio si può estendere, quando sia il caso, anche ai difetti cromatici che, nell'obiettivo da me studiato, erano tenuissimi, ma pure riconoscibili da qualche colorazione delle frangie.

La principale difficoltà incontrata fu la preparazione del reticolo *R*. Usai un comune reticolo di diffrazione, di cui disponeva l'Istituto Fisico di Pisa, a tratti incisi sul vetro; ma era, se non indispensabile, molto opportuno trasformarlo in un reticolo a tratti alternati opachi e trasparenti. Dopo molto pazienti tentativi, riuscii ad ottenere ciò, per qualche porzione della superficie sufficientemente estesa, argentando la faccia incisa e radendo poi l'argentatura in modo che rimanesse solo la porzione all'interno dei solchi.

Spero che questo mio saggio possa incoraggiare qualche tecnico ottico a costruire appositamente dei reticoli appropriati e a comporre un banco il quale, penso, potrebbe essere utilissimo per il collaudo rigoroso degli obiettivi microscopici.

Il presente lavoro è stato eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal professore Luigi Puccianti al quale esprimo i miei vivissimi ringraziamenti.

Pisa, Istituto di Fisica, settembre 1927.

SULL'INFLUENZA DEL GRADIENTE TERMICO DEL DIELETTRICO NEI FENOMENI DI TRIBOELETTRICITÀ

Nota di V. POLARA

Sunto. - *In questa Nota si cerca di caratterizzare l'influenza d'un gradiente termico nella massa del dielettrico sui fenomeni di triboelettricità del mercurio, tale gradiente provocando delle deformazioni sulla superficie solida del dielettrico analoghe a quelle provocate dallo strofinio con cotone asciutto, ma molto più rilevanti. Dalle osservazioni fatte sembra potersi concludere che l'esistenza d'un gradiente termico nel dielettrico rende questo particolarmente eccitabile al contatto col mercurio, e che, a seconda della distribuzione della temperatura nella massa dell'isolante, il mercurio a superficie vecchia possa al contatto assumere carica positiva o negativa. Vengono anche messe in evidenza ed interpretate alcune anomalie riscontrate nei fenomeni di triboelettricità del mercurio in rapporto all'invecchiamento della sua superficie, studiati dal prof. Perucca.*

Le esperienze del prof. PERUCCA ⁽¹⁾ hanno messo in evidenza che il mercurio al contatto col vetro, e con altri dielettrici, si carica positivamente, se la superficie del mercurio è fresca (mercurio ripetutamente filtrato e sbattuto), e negativamente se la superficie è vecchia (mercurio lasciato in riposo all'aria per molte ore).

Che su tale fenomeno, in aggiunta alle condizioni dello stato superficiale del mercurio, abbia anche influenza lo stato della superficie solida del dielettrico, risulta sia da alcune osservazioni fatte dal PERUCCA ⁽²⁾, dalle quali però egli non crede di poter trarre norma alcuna, sia dalla circostanza notevole che quando il vetro si presenta ineccitabile, ed è frequentissimo il caso, il fregamento con cotone asciutto ⁽³⁾ esalta la sua eccitabilità, la quale, secondo le idee di SHAW ⁽⁴⁾, dipende da un particolare stato della sua superficie solida, generato specialmente dal fregamento.

⁽¹⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 34.

⁽²⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 294.

⁽³⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 292.

⁽⁴⁾ SHAW, « Phys. Soc. Proc. », 1915, 27, pag. 208; loc. cit., 1917, 94, pag. 16.

Il presente lavoro si propone non solo di mettere in evidenza l'influenza considerevole dello stato della superficie solida del dielettrico nei fenomeni di triboelettricità, fino al punto da invertire il segno della elettrizzazione del mercurio a superficie vecchia, ma anche di caratterizzare le speciali circostanze in cui una superficie vecchia di mercurio si elettrizza positivamente al contatto col dielettrico e quelle in cui essa si elettrizza invece negativamente.

Le osservazioni sono state fatte in massima parte toccando cautamente la superficie pulita del mercurio, contenuto in una vaschetta di ferro del diametro di cm. 11, con un disco di vetro da specchi avente il diametro di mm. 25 e lo spessore di mm. 8. Il mercurio della vaschetta era messo in comunicazione metallica con un elettrometro di piccola capacità, a foglia d'alluminio, e la deviazione della foglia era osservata mediante un piccolo cannocchiale fornito di micrometro, ogni divisione del micrometro corrispondendo a 2 Volta circa.

Se si prova a riscaldare anche lievemente con una lampada ad alcool una faccia del disco di vetro, sia direttamente, facendola lambire per qualche minuto dalla fiamma, sia poggiandola su una lamina metallica scaldata a sua volta dalla fiamma, ed a toccare poi con tale faccia riscaldata la superficie del mercurio, vecchia di uno o più giorni, si osserva, all'atto in cui si distacca il disco, una sensibile deviazione nella foglia dell'Elettrometro, dovuta a carica positiva del mercurio, mentre la superficie vecchia del mercurio ⁽¹⁾ si elettrizza ordinariamente con carica negativa. Il contatto con la faccia opposta, meno calda, determina invece nel mercurio una carica negativa, la diversità di comportamento delle due facce del disco in rapporto al segno della carica del mercurio persistendo per un tempo piuttosto lungo, specialmente se il tempo è secco, anche al ripetersi dei contatti alterni delle due facce col mercurio. La deviazione della foglia, non eccessiva in principio — spesso da 10 a 20 divisioni del micrometro — va dapprima aumentando, fino a non essere spesso contenuta nella scala del micrometro e poi diminuisce; successivamente però il mercurio assume carica negativa al contatto con l'una e con l'altra faccia del disco, tale carica negativa potendosi rivelare nettamente senza alcun espediente se il tempo è secco, e solo con l'ausilio del fregamento del disco se il tempo è umido.

Ecco una delle varie serie di osservazioni fatte. Il tempo era umido e le due facce del disco apparivano ineccezionabili prima del riscaldamento. Dopo ogni contatto il mercurio veniva messo in co-

(1) PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 34.

municazione con la terra ed il disco era diseletttrizzato per semplice avvicinamento alla fiamma:

Posizione di riposo della foglia	Letture al micro-metro dopo il contatto con la faccia riscaldata	Deviazione e segno della carica del mercurio	Letture al micro-metro dopo il contatto con la faccia non scaldata	Deviazione e segno della carica del mercurio
1° contatto 90	73	17 +	80	10 —
2° » 90	60	30 +	54	28 —
3° » 90	50	40 +	40	50 —
4° » 90	30	60 +	20	70 —
5° » 90	70	20 +	53	37 —
6° » 90	80	10 +	63	27 —
7° » 90	83	7 +	90	0
8° » 90	90	0	90	0
9° » 90	82 con fregamento	8 —	80 con fregamento	10 —
10° » 90	70	20 —	63	22 —

Eguale caratteristica è il comportamento del disco quando se ne scaldino successivamente le due facce. In tal caso il contatto dell'una e dell'altra faccia elettrizza sempre in principio il mercurio a superficie vecchia positivamente, ma seguitando alternativamente i contatti si osserva generalmente che per un certo intervallo di tempo il mercurio assume carica positiva al contatto con una faccia del disco e carica negativa al contatto con l'altra faccia: seguitando ancora i contatti, il mercurio finisce per elettrizzarsi negativamente al contatto con l'una e con l'altra faccia del disco. Ciò risulta dalla seguente serie di osservazioni:

Posizione di riposo della foglia	Letture al micro-metro dopo il contatto con una faccia	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio	Letture del micro-metro dopo il contatto con l'altra faccia	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio
1° contatto 90	30	60 +	30	60 +
2° » 90	10	80 +	50	40 +
3° » 90	20	70 +	80	10 +
4° » 90	45	45 +	20	70 +
5° » 90	65	25 +	20	70 —
6° » 90	80	10 +	50	40 —
7° » 90	90	0	90	0
8° » 90	72 con fregamento	18 —	60 con fregamento	30 —

Talvolta invece al primo periodo di eccitabilità positiva del mercurio al contatto con le due facce scaldate del disco segue un periodo

di eccitabilità nulla ed infine si ha eccitabilità negativa del mercurio con le due facce del disco, come risulta dai seguenti risultati:

Posizione di riposo della foglia	Letture al micrometro dopo il contatto con una faccia	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio	Letture al micrometro dopo il contatto con l'altra faccia	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio
1° contatto 90	fuori scala	+	fuori scala	+
2° » 90	»	+	»	+
3° » 90	»	+	»	+
4° » 90	»	+	»	+
5° » 90	20	70 +	16	74 +
6° » 90	50	40 +	48	42 +
7° » 90	70	20 +	69	21 +
8° » 90	82	8 +	83	7 +
9° » 90	90	0	87	3 +
10° » 90	70	0	90	0
11° » 90	90	0	90	0
12° » 90	80 con fregamento	10 —	81 con fregamento	9 —
13° » 90	70	20 —	72	18 —

Avendo SHAW ⁽¹⁾ osservato un comportamento anomalo del vetro quando venga portato al di sopra d'una certa temperatura, è opportuno mettere in evidenza che, nelle condizioni in cui si è sperimentato per ottenere i risultati indicati avanti, il fenomeno dell'anomalia non serve a spiegare tali risultati.

Riscaldando invero il blocco di vetro per circa 10^m in una stufa alla temperatura di 95°, certamente più elevata della temperatura assunta dalla faccia riscaldata per breve tempo direttamente alla fiamma ad alcool — come ci assicura la semplice sensazione tattile — il mercurio vecchio assume sempre elettrizzazione negativa al contatto con una o con entrambe le facce del disco. Solo per temperature molto più elevate della stufa, per le quali il disco al contatto col mercurio freddo spesso si spezza, si nota elettrizzazione positiva del mercurio con le due facce del disco, ciò che si spiega o ammettendo che la temperatura ⁽²⁾ relativa al comportamento anomalo del vetro si raggiunga solo allora o, con molto più verosimiglianza, che anche in tal caso il disco non raggiunga nella stufa un riscaldamento perfettamente uniforme, ma sia più caldo alla superficie esterna che all'interno. È da osservare poi che per temperature così elevate non

⁽¹⁾ SHAW, loc. cit.

⁽²⁾ Non avendo a disposizione la Nota dello SHAW, mi son dovuto accontentare del brevissimo riassunto dei « Beiblätter der Physik », dal quale però non risulta quale sia la temperatura alla quale si verifica tale anomalia.

è infrequente il caso in cui il mercurio assume carica positiva al contatto con una faccia del disco e negativa al contatto con l'altra, e comunque questo stato di cose si stabilisce ben presto dopo uno o due contatti.

Ancora meglio possiamo convincerci della cosa riscaldando fortemente alla fiamma una bacchetta di vetro cava a pareti sottili, in tal maniera da portare metà della superficie della bacchetta a temperatura più elevata dell'altra metà, e toccando la superficie vecchia del mercurio con l'una e con l'altra parte separatamente: si osserva che il contatto con la superficie più calda dà elettrizzazione positiva del mercurio, ed il contatto con la superficie meno calda, eppure scottante, elettrizzazione negativa. Se poi la stessa bacchetta si scalda lievemente alla fiamma, in guisa da portare metà della sua superficie ad una temperatura sensibilmente più bassa di quella raggiunta dalla parte meno calda dell'esperienza precedente (tanto da potersi toccare con il dito), ma sempre più elevata di quella assunta dall'altra metà, il mercurio si elettrizza ancora positivamente al contatto con la superficie più calda e negativamente al contatto con la superficie meno calda.

L'elettrizzazione positiva o negativa del mercurio non dipende quindi, in tali esperienze almeno, dal valore assoluto della temperatura assunta dalla faccia dell'isolante al suo contatto, ma piuttosto dalla differenza di temperatura esistente fra tale faccia e la parte interna del dielettrico.

Siffatto ineguale riscaldamento della massa del dielettrico, ed il conseguente gradiente termico, provocherà, con molto verosimiglianza, delle deformazioni nella superficie del solido, capaci non solo di variarne la eccitabilità, ma anche d'invertirne il segno. Più precisamente pare che se la superficie a contatto col mercurio trovasi, durante il contatto, ad una temperatura più bassa degli strati interni, il mercurio acquisti carica negativa, mentre nel caso in cui la superficie a contatto è a temperatura più elevata degli strati interni, il mercurio si carichi positivamente.

Possiamo di ciò avere una più diretta conferma disponendo in una bacchetta cava di vetro a pareti sottili una certa quantità di mercurio, di notevole capacità termica, nella quale pesca un termometro, che può indicarcene la temperatura.

Si osserva che mentre la bacchetta si presenta ineccecitabile, in condizioni ordinarie, al contatto con il mercurio contenuto nella vaschetta, quando invece il mercurio contenuto nell'interno sia fortemente agitato e sbattuto, in modo da innalzarne la temperatura di 15° - 20° , il mercurio della vaschetta si elettrizza costantemente con

carica negativa al contatto con la bacchetta, come risulta dalle seguenti osservazioni:

Temperatura del mercurio contenuto nella bacchetta	Segno della carica del mercurio della vaschetta
30°	negativo
30°	>
30°	>
30°	>
30°	>
28°	>
28°	>
25°	>
22°	>

Basta quindi riscaldare la parte interna del sistema per ottenere una costante elettrizzazione negativa del mercurio al contatto con l'isolante.

Se si prova poi a riscaldare il mercurio contenuto nella bacchetta con molta lentezza, tenendo la canna a pareti sottili in prossimità d'una lastrina metallica riscaldata dalla fiamma — con che il mercurio interno raggiunge e conserva temperature piuttosto elevate, mentre la superficie esterna della bacchetta si raffredda più rapidamente — si osserva che nel contatto della bacchetta col mercurio della vaschetta questo si carica sempre negativamente, anche se il termometro segna oltre 120° di temperatura per il mercurio interno. Ecco una serie di osservazioni, che del resto si ripetono, in queste circostanze, con grandissima regolarità:

Temperatura del mercurio nell'interno della bacchetta	Lettura al micrometro	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio della vaschetta	Posizione di riposo della foglia
1° contatto 90°	50	40 —	90
2° > 90°	40	50 —	90
3° > 87°	40	50 —	90
4° > 85°	40	50 —	90
5° > 85°	32	58 —	90
6° > 84°	30	60 —	90
7° > 83°	10	80 —	90
8° > 80°	12	78 —	90
9° > 75°	10	80 —	90
10° > 70°	10	80 —	90

Se, quando il mercurio disposto nell'interno della bacchetta trovasi ad una temperatura più elevata di quella dell'ambiente, si prova a scaldare rapidamente alla fiamma la bacchetta, il mercurio della vaschetta assume sempre carica positiva ai primi contatti con la bacchetta, la divergenza nella foglia dell'Elettrometro andando progressivamente diminuendo ai successivi contatti, per l'attenuata differenza di temperatura fra l'esterno e l'interno, e poi nei successivi contatti carica negativa. Si ha ad esempio:

Temperatura del mercurio nell'interno della bacchetta	Letture al micrometro	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio della vaschetta	Posizione di riposo della foglia
1° contatto (senza riscaldamento della bacch.)	40°	50 —	90
2° contatto (con riscald.)	60°	fuori scala	90
3° >	60°	20	90
4° >	58°	30	90
5° >	55°	40	90
6° >	55°	60	90
7° >	54°	70	90
8° >	54°	60	90
9° >	52°	60	90
10° >	50°	30	90

Si constata infine che se, essendo il mercurio all'interno della bacchetta ad una temperatura più bassa della superficie della provetta riscaldata alla fiamma, con che si ha elettrizzazione positiva del mercurio della vaschetta, si raffredda rapidamente la superficie esterna, toccando con essa un corpo più freddo, ad es. la mano, il mercurio della vaschetta acquista carica negativa, ed il fenomeno si ripete con costanza come risulta dalle seguenti osservazioni:

Temperatura del mercurio interno alla bacchetta	Letture al micrometro quando la bacchetta sia riscaldata	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio della vaschetta	Letture al micrometro quando la bacchetta sia raffreddata	Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio della vaschetta	Posizione di riposo della foglia
50°	con la bacchetta non riscaldata		fuori scala	—	90
52°-50°	fuori scala	+	fuori scala	—	90
52°-50°	70	20 +	50	40 —	90
52°-50°	68	22 +	fuori scala	—	90
62°-60°	72	18 +	60	30 —	90
75°-72°	72	18 +	62	28 —	90
85°-82°	65	25 +	60	30 —	90
90°-87°	60	30 +	50	40 —	90
90°-87°	70	20 +	62	28 —	90
102°-100°	72	18 +	65	35 —	90
109°-105°	70	20 +	60	30 —	90

Disponendo infine del mercurio riscaldato a parte nella stufa fino a 130° dentro la provetta fredda ed ineccitabile, si osserva che il mercurio della vaschetta si elettrizza sempre negativamente in modo rilevante.

S'intende poi come, data la elasticità susseguente dell' isolante, le deformazioni provocate dal gradiente termico scompaiono con relativa lentezza, donde il prolungarsi del fenomeno di elettrizzazione del mercurio al contatto con il blocco di vetro riscaldato, in confronto all' analogo fenomeno di elettrizzazione ottenuto senza riscaldamento.

È da ritenere che l' azione meccanica del fregamento provochi ancora delle deformazioni nella superficie del dielettrico, capaci di esaltarne la eccitabilità; ma tale mezzo è naturalmente più effimero del gradiente termico provocato dal riscaldamento diretto, che, come s'è visto, riesce anche ad invertire il segno dell' elettrizzazione. Ed il legame fra tali due mezzi di eccitamento risulta dalla constatazione che se con un fregamento mediocre del disco di vetro il mercurio a superficie vecchia al suo contatto si elettrizza sempre negativamente, non è raro invece il caso che con un fregamento prolungato e rapido del disco si abbia elettrizzazione positiva del mercurio vecchio, il rapido fregamento essendo capace o di riscaldare sensibilmente la faccia del dielettrico o di generare in essa una deformazione analoga a quella generata dal gradiente termico.

Ecco il risultato di alcune esperienze:

Fregamento debole Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio	Fregamento rapido Deviazione della foglia e segno della carica del mercurio
2 —	22 +
0	20 +
0	12 +
10 —	14 +
14 —	6 — ?
8 —	17 +
6 —	13 +
0	10 +
3 —	8 +
0	7 — ?

È da osservare che il fenomeno provocato dal gradiente termico dell' isolante non si riscontra solo al contatto dell' isolante col mercurio.

Adoperando una foglia di stagnola ben spianata invece della superficie del mercurio, il fenomeno si presenta con le medesime ca-

ratteristiche generali: mentre la stagnola cioè si elettrizza negativamente per lieve strofinio col disco di vetro in condizioni normali, si elettrizza invece positivamente quando la faccia del disco con cui si tocca sia scaldata alla fiamma.

L'influenza del gradiente termico nell'isolante rende anche conto d'un singolare comportamento del mercurio, riscontrato quando esso si trova nel periodo corrispondente al passaggio dallo stato di superficie fresca a quello di superficie vecchia.

Essicando invero per lieve riscaldamento il disco di vetro, e toccando con l'una e con l'altra faccia la superficie fresca del mercurio, ottenuta per rimescolamento prolungato della sua massa, si nota ai primi contatti elettrizzazione positiva del mercurio, ma successivamente non è raro il caso che per un certo periodo intermedio il contatto con una faccia del disco dia elettrizzazione positiva e quello con l'altra elettrizzazione negativa, finchè non si raggiunge un terzo periodo in cui si osserva elettrizzazione negativa del mercurio al contatto con entrambe le facce del disco.

Nessuna maraviglia che il contatto alterno con il mercurio del disco isolante, eccitato per riscaldamento, riesca a determinare delle differenze di temperatura fra i vari strati del disco, capaci di generare lo stesso fenomeno che abbiamo riscontrato, in modo più persistente e costante, per riscaldamento diretto di una sola faccia del disco; solo che, essendo meno efficace il processo che provoca la deformazione ed il gradiente termico, è necessario per la rivelazione del fenomeno che il mercurio si trovi in uno stato particolare, non sia cioè nè decisamente a superficie fresca nè decisamente a superficie vecchia, mentre col riscaldamento diretto il fenomeno si verifica anche col mercurio a superficie decisamente vecchia.

L'influenza dello stato della superficie del dielettrico nel fenomeno triboelettrico del mercurio, con caratteristiche analoghe a quelle già riscontrate, sembra anche dimostrata da varie osservazioni fatte sulla elettrizzazione del mercurio contenuto in un cilindro a piccola sezione (diametro cm. 3), in cui venga affondata una bacchetta cava di vetro, a forma di tubo da saggio, essiccata per riscaldamento, ed affondata in guisa da distendere largamente la superficie del mercurio.

Si è ripetutamente osservato che se il riscaldamento della bacchetta è fatto alla fiamma, e se non si tien conto della durata del riscaldamento, il mercurio si elettrizza ora positivamente ed ora negativamente, mentre, secondo le osservazioni del PERUCCA ⁽¹⁾, esso

(¹) PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 43.

si elettrizzerebbe sempre positivamente. Ecco una serie di esperienze:

Numero d'ordine delle prove	Segno della carica del mercurio
1 ^a	+
2 ^a	+
3 ^a	+
4 ^a	+
5 ^a	—
6 ^a	—
7 ^a	—
8 ^a	—
9 ^a	+
10 ^a	+
11 ^a	+
12 ^a	—

Riscaldando invece la bacchetta tenendola per pochi minuti in una stufa, la cui temperatura andava aumentando o diminuendo, si è osservato che per temperature elevate il mercurio si elettrizza, in generale, positivamente, e per temperature poco elevate si elettrizza invece, spesso, negativamente, come risulta dalle seguenti osservazioni:

Temperatura della stufa	Segno della carica del mercurio	Temperatura della stufa	Segno della carica del mercurio
38°	—	30°	—
48°	—	80°	+
58°	—	57°	+
76°	+	49°	—
92°	+	44°	—
104°	+	42°	—
112°	+	41°	—
102°	+	38°	—
92°	+	60°	—
80°	+	115°	+
72°	+		
63°	+		
56°	+		
52°	—		
48°	—		
47°	—		

Più accurate indagini hanno però messo in evidenza che sul segno della elettrizzazione del mercurio ha influenza essenziale la durata della permanenza della bacchetta nella stufa, ed è stato osservato che

in generale l'elettrizzazione del mercurio è positiva quando la bacchetta è tenuta più a lungo nella stufa e negativa quando essa vi è tenuta per breve tempo, come appare dalle seguenti osservazioni:

Temperatura della stufa	Durata di permanenza della bacchetta nella stufa	Segno della carica del mercurio
34°	15 ^m	+
35°	3 ^m	+
36°	1 ^m	—
32°	10 ^m	+
30°	1 ^m	0
34°	7 ^m	+
33°	2 ^m	—
33°	2 ^m	—
34°	10 ^m	+

Provando infine ad immergere la bacchetta, riscaldata inizialmente, varie volte successivamente nel mercurio senza più riscaldarla, si è osservato che mentre alle prime immersioni il mercurio si elettrizza positivamente, alle ultime invece esso si elettrizza più spesso negativamente, come si vede dalle seguenti esperienze:

Permanenza della bacchetta nella stufa	Temperatura della stufa	Segno della carica del mercurio alla 1 ^a immersione	Segno della carica alla 2 ^a immersione	Segno della carica alla 3 ^a immersione
10 ^m	46°	+	+	—
4 ^m	43°	+	—	—
1 ^m	47°	—	—	0
2 ^m	40°	+	—	0
1 ^m	34°	—	0	0

Dall'insieme di tali esperienze parrebbe quindi risultare che un riscaldamento di breve durata della bacchetta fa sì che il mercurio si elettrizzi negativamente, ed un riscaldamento di maggior durata fa sì che il mercurio si elettrizzi positivamente.

L'uso della bacchetta cava non dà però sempre risultati concordanti, forse a causa delle rapide variazioni di temperatura che in essa si determinano.

Risultati molto più concordanti si hanno adoperando una bacchetta massiccia di vetro. Se essa viene riscaldata per breve tempo nella stufa ed immersa nel mercurio del cilindro, questo si carica

negativamente, mentre si osserva carica positiva se la bacchetta viene riscaldata per un tempo più lungo.

Ciò risulta dalle seguenti osservazioni:

Temperatura della stufa	Permanenza della bacchetta nella stufa	Segno della carica del mercurio
90°	2 ^m	—
90°	10 ^m	+
si lascia raffreddare la bacchetta		
90°	2 ^m	—
90°	10 ^m	+
si lascia raffreddare la bacchetta		
90°	2 ^m	—
90°	10 ^m	+
si lascia raffreddare la bacchetta		
90°	2 ^m	—
90°	10 ^m	+
si lascia raffreddare la bacchetta		
90°	2 ^m	—
90°	10 ^m	+

e così di seguito per molte prove consecutive.

E se dopo un riscaldamento prolungato nella stufa a 90° si immerge la bacchetta successivamente nel mercurio, si osserva costantemente carica positiva del mercurio alle prime immersioni e carica negativa poi, come risulta dalle seguenti esperienze:

	Segno della carica del mercurio
1 ^a immersione	+
2 ^a »	+
3 ^a »	+
4 ^a »	+
5 ^a »	+
6 ^a »	+
7 ^a »	—
8 ^a »	—
9 ^a »	—
10 ^a »	—

Caratteristico è infine quanto si osserva immergendo varie volte consecutivamente la bacchetta scaldata senza scaricare l'elettrometro: la divergenza iniziale della foglia, dovuta a carica positiva del mercurio, va nei primi contatti gradatamente aumentando, poi dimi-

nuisce e successivamente torna a crescere, ma allora la carica del mercurio è divenuta negativa.

Anche dalle osservazioni sulla elettrizzazione del mercurio contenuto nel cilindro per immersione d'una bacchetta di vetro, sembra risultare dunque una elettrizzazione positiva del mercurio quando la bacchetta è più calda alla superficie che nell'interno, ed una elettrizzazione negativa quando la superficie della bacchetta è meno calda dell'interno: nel riscaldamento per breve tempo nella stufa basta il contatto con l'aria o il primo contatto col mercurio per provocare alla superficie uno strato più freddo che all'interno, donde l'elettrizzazione negativa del mercurio, mentre col riscaldamento prolungato la superficie esterna, direttamente lambita dall'aria calda della stufa, è più calda della parte centrale, e tale si conserva per vari contatti col mercurio.

In ogni caso anche da tali esperienze risulta chiaramente l'influenza sensibile dello stato della superficie solida del dielettrico, modificato per riscaldamento non uniforme della sua massa, nei fenomeni di triboelettricità del mercurio.

Ma se la deformazione della superficie del dielettrico, provocata da gradiente termico, ha una così rilevante parte nel fenomeno di triboelettricità, è da pensare se tale fenomeno non si presenti con caratteristiche speciali quando si abbia cura di evitare, oltre che il fregamento e l'ineguale riscaldamento della massa dell'isolante, anche le eventuali differenze di temperatura fra mercurio e dielettrico, capaci eventualmente di generare un gradiente termico nell'isolante, e quel rimescolamento del mercurio, che serve al rinnovamento della sua superficie, e che potrebbe generare fenomeni di riscaldamento locale. Onde l'opportunità di studiare il fenomeno di triboelettricità del mercurio in condizioni di sensibile uniformità di temperatura del mercurio e del dielettrico, e di rinnovare la superficie libera del liquido per semplice spostamento.

In tal senso sono in corso le relative esperienze.

Sento il dovere di ringraziare vivamente il Ch.mo prof. TIERI, direttore di questo Istituto fisico, non soltanto per i mezzi di studio e di ricerca largamente messi a mia disposizione, ma anche per i preziosi suggerimenti fornitimi e per gli incitamenti amorevoli con cui egli sa stimolare nella via della ricerca chi ha la ventura di lavorare nell'Istituto che egli dirige.

Messina, Istituto di Fisica della R. Università, novembre 1927.

ANCORA A PROPOSITO DELLE LEGGI SULLA DILATAZIONE DEI GAS E SULLE TENSIONI DEI VAPORI

Nota del Prof. A. AMERIO

In una sua nota su: *I lavori del Volta e del Dalton sulle tensioni dei vapori*, pubblicata nell'ultimo fascicolo del « Nuovo Cimento », la signorina dott. G. ALIVERTI dice di ritenere che se io avessi conosciuto i numerosi documenti comprovanti le ricerche del VOLTA, sarei giunto a diversa conclusione da quella con cui termino la nota pubblicata nel fascicolo del giugno 1927 di questo giornale.

Io precisamente conchiudo che, per il fatto che il VOLTA non aveva pubblicato le sue ricerche, limitandosi a qualche breve informazione, la legge del DALTON debba ancor essere intitolata a questo chimico, pure ricordando che il VOLTA era pervenuto ad essa prima di lui.

La signorina dott. ALIVERTI seguendo in ciò il prof. FRANCESCO GRASSI, vorrebbe invece che si dicesse *legge di VOLTA* e di DALTON.

Qui è solo questione di principio.

Più di una volta uno stesso fenomeno, una stessa legge, sono stati scoperti da più ricercatori, indipendentemente l'uno dall'altro.

A chi spetta la priorità? A chi dev'essere a buon diritto intitolato il fenomeno o la legge?

Manca, tra le norme del diritto, una disposizione tassativa che si debba seguire, ma la buona consuetudine è che la priorità spetti a colui che avendo scoperto un fenomeno, o trovata una legge, o inventata una macchina, abbia reso di pubblico dominio il frutto del suo lavoro, nelle forme usuali, in modo che possa venire accertato, discusso, controllato o utilizzato.

Ora le due questioni riguardanti la priorità nella legge della dilatazione dei gas e sulle tensioni dei vapori, sono distinte in modo caratteristico.

Sulla dilatazione dell'aria, fin dal 1793, il VOLTA aveva pubblicata una lunga memoria negli *Annali di Chimica* del Brugnatelli, memoria corredata da tutti i dati sperimentali e critici desiderabili. Il lettore, mentre è costretto ad ammirare l'acume e l'abilità del VOLTA, resta completamente persuaso della esattezza dei risultati ottenuti.

Se il GAY LUSSAC non la conobbe e dopo molti anni giunse a importanti risultati sulla dilatazione dei gaz, fra i quali quello già ottenuto e dimostrato dal VOLTA, non sarebbe stato giusto che il mondo scientifico avesse continuato a non riconoscere al VOLTA il diritto di priorità, perchè anche se il GAY LUSSAC non avesse fatto il suo lavoro, il mondo degli scienziati aveva già avuta la notizia, debitamente documentata da una poderosa memoria critica e sperimentale, che *il coefficiente di dilatazione dell'aria è costante*.

E il Congresso Internazionale dei Fisici dello scorso anno, nella solenne seduta che tenne a Pavia il 17 settembre, riconobbe questa priorità.

Nel caso della legge di DALTON, la cosa è diversa.

Il mondo non si poteva considerare come informato delle ricerche del VOLTA, *che non erano mai state pubblicate* nella forma voluta, inquantochè le pochissime notizie frammentarie non erano sufficienti.

In conseguenza, se il DALTON nel 1802 non avesse rese note le leggi sui vapori, sarebbe stato necessario attendere o che venisse un altro scienziato a scoprirle e a enunciarle, o che il VOLTA avesse pubblicate le sue ricerche, mentre queste solo ora, *dopo ben 130 anni*, sono note, grazie alla bella memoria stampata dal prof. F. GRASSI e al grande lavoro della Commissione per l'edizione Nazionale delle Opere di VOLTA.

Ben conoscendo la grandezza del VOLTA e il suo valore di sperimentatore, non ho mai dubitato che le affermazioni sue sulle proprietà dei vapori non fossero ben documentate, e sono il primo a dolermi che Egli non abbia pubblicate le sue ricerche, ma torno a dire che sta bene che si dica legge di DALTON e che è giusto ricordare che il VOLTA l'aveva già scoperta parecchi anni prima.

Pavia, 24 gennaio 1928.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

LUIGI BIANCHI in Pisa - SALVATORE PINCHERLE in Bologna

TULLIO LEVI-CIVITA in Roma - FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

"SCIENTIA" RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — «SCIENTIA» pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di «SCIENTIA», Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 130 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE

FEBBRAIO 1928

ANNO V - N. 2

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATO IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

V. VOLTERRA: *In memoria di H. A. Lorentz.* — V. GIAMBALVO: *Una possibile spiegazione del doppio segno del coefficiente di Hall.* — D. GRAFFI: *Sui problemi della ereditarietà lineare.* — RIVISTA: G. MAYR: *Sullo stato mesomorfo.* — M. SALA: *Sulle ombre colorate.*

JUL 24 1928



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCianti, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

IN MEMORIA DI H. A. LORENTZ

VITO VOLTERRA

HENDRICK ANTON LORENTZ nacque in Arnhem il 18 luglio 1853. Si laureò nella Università di Leida nel 1875 ed in essa fu nominato professore di fisica matematica nel 1878. Tenne come titolare la cattedra fino a 10 anni fa, ma anche in seguito non la abbandonò completamente, perchè, come professore onorario, continuò ad impartire in Leida corsi liberi, mentre aveva la direzione dell' Istituto Teyler nella vicina Haarlem.

Nel 1902 gli fu conferito il premio Nobel per la fisica e la Società Reale di Londra, che lo ebbe fra i suoi membri stranieri, gli assegnò nel 1918 e nel 1925 le medaglie Copley e Rumford. Le principali Accademie Italiane lo elessero loro Socio.

Mentre era ancora vivo il ricordo delle solenni onoranze, alle quali partecipò tutto il mondo scientifico, celebrate tre anni fa in Leida per festeggiare la ricorrenza cinquantenaria della sua laurea, e mentre tutti ammiravano la sua vegeta e robusta vecchiezza, giunse inattesa il 4 febbraio scorso la notizia della sua morte. Narrarono i giornali che oltre diecimila persone accorsero ai suoi funerali, prova manifesta della stima in cui era tenuto e dell'affetto e della simpatia da cui era circondato.

Sarebbe superfluo diffondersi qui a parlare delle sue scoperte e delle sue opere scientifiche, tanto esse sono universalmente note. Diventate ormai classiche, non è lecito a nessun cultore, anche il più modesto della fisica di ignorarle. Anzi la fama di esse ha varcato la cerchia degli studiosi ed il nome del LORENTZ è divenuto negli ultimi tempi popolare a cagione del legame esistente fra le sue ricerche e la teoria della relatività.

La grandiosa opera svolta dal MAXWELL nel campo della elettricità, al momento nel quale il LORENTZ iniziava la sua carriera, richiamava l'attenzione di tutti i fisici; se ne comprendeva l'immensa importanza e si intuiva la profonda rivoluzione che essa avrebbe determinato nei principî fino allora seguiti; si riconosceva nel tempo stesso la necessità di completarla e continuarla. Le memorabili scoperte di

HERTZ le diedero una solida base sperimentale. Ma, per esempio, lo studio della propagazione delle onde elettromagnetiche nei mezzi in moto era ancora da fare. Si deve al LORENTZ la creazione di nuove teorie le quali completarono in gran parte l'edificio scientifico di MAXWELL, e, alla lor volta, furono feconde di altri meravigliosi progressi. È noto che i suoi calcoli facevano prevedere l'esistenza di un nuovo fenomeno magneto-ottico e che ZEEMAN, guidato da questa previsione, scopriva il celebre fenomeno a cui fu dato il suo nome. Le teorie matematiche del LORENTZ aprirono poi la via a quelle relativistiche le quali si svilupparono in virtù delle geniali concezioni di EINSTEIN, seguite da una lunga serie di lavori consacrati allo sviluppo delle nuove dottrine, fra cui primeggiano gli scritti di POINCARÉ e di MINKOWSKI.

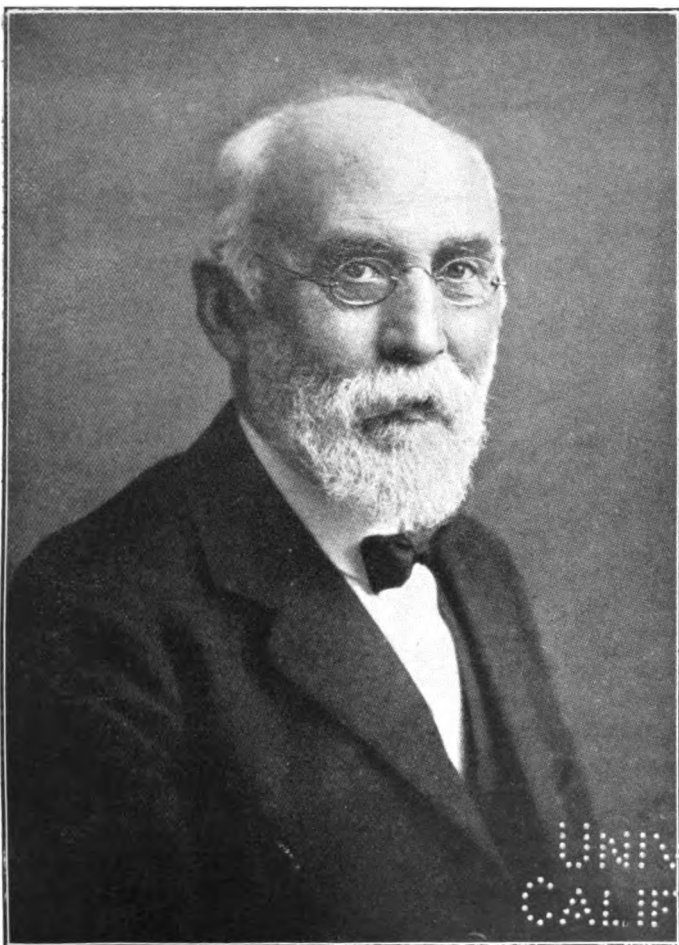
Le ricerche del LORENTZ si basano sui concetti del MAXWELL, ma esse vi introducono delle essenziali modificazioni. Il mezzo eterico di natura eguale nei vari corpi viene infatti dal LORENTZ popolato di elettroni in condizioni diverse secondo la trasparenza e la conducibilità dei corpi stessi.

Ma l'opera del LORENTZ non si è limitata al solo elettromagnetismo. La teoria cinetica dei gas fra le altre ha formato ancora l'oggetto dei suoi studi; certamente la grande celebrità degli scritti sul primo argomento ha oscurato gli altri.

Quanti hanno partecipato alla memorabile riunione di Como dello scorso autunno, nella quale i più noti fisici del mondo si raccolsero per onorare la memoria di Alessandro Volta, non possono scordare la figura del LORENTZ. Egli attirava l'attenzione, non solo per la fama che circondava il suo nome, ma anche per la vivacità con la quale prendeva parte alle discussioni, per la sua mirabile facilità di affermare i più svariati soggetti e per l'acutezza dei suoi giudizi. Sembrava anzi che, col volger degli anni, egli avesse acquistata maggiore prontezza nell'impadronirsi dei diversi argomenti che gli erano presentati e maggiore perspicacia nell'approfondirli.

Meravigliose erano poi la chiarezza e l'efficacia che aveva nell'esporre i diversi temi scientifici anche in forma estemporanea e senza preparazione, il che rendeva anzi la sua parola più attraente e persuasiva.

Già altre volte aveva partecipato ai nostri convegni. Lo avevamo visto fra noi durante il Congresso dei matematici tenuto in Roma nel 1907, dove aveva esposto interessanti considerazioni sulla teoria dell'irraggiamento ed in particolare su quella ancora nuova del PLANCK sui quanta.



H. A. LORENTZ

TO MIND
AUBSON DAO

Negli ultimi anni la sua attività si esplicò anche nelle organizzazioni internazionali di carattere scientifico. Egli infatti fu presidente della Unione intellettuale presso la Società delle Nazioni e prese parte attiva ai lavori del Consiglio internazionale delle Ricerche. Le riunioni di carattere amministrativo, talvolta aride, di questo Consiglio, furono spesso ravvivate dalla sua parola, che trasportava gli ascoltatori nelle regioni le più elevate della scienza.

La sua modestia in mezzo alla universale ammirazione, il suo carattere vivace ed espansivo, la mancanza di ogni affettazione nei suoi modi sempre semplici e cortesi lo resero estremamente simpatico e lo fecero amare da tutti. Fu uno degli spiriti più elevati che ci fu dato conoscere ed avvicinare in questi ultimi anni.

L'Olanda non vasta per territorio, ma grande per il genio scientifico ed artistico dei suoi figli, per l'amore tenace di essi alle loro antiche libere istituzioni; rifugio ed asilo in ogni epoca a spiriti innovatori che arricchirono di nuove idee quell'ambiente di schietta tolleranza; aperta alle correnti che dalle vicine Inghilterra, Francia e Germania e dalla più lontana Italia vi apportarono fecondi germi di cultura, fu sempre uno dei centri intellettuali più importanti d'Europa. Nella eletta schiera di scienziati che, dall'epoca di HUYGENS fino ai nostri giorni, vi brillarono per il loro genio e portarono tanti preziosi contributi alla filosofia naturale, il LORENTZ conserverà sempre una posizione delle più eminenti.

UNA POSSIBILE SPIEGAZIONE DEL DOPPIO SEGNO DEL COEFFICIENTE DI HALL

Nota dell'Ing. VITO GIAMBALVO

Sunto. - *Ammissa l'ipotesi che la concentrazione degli elettroni liberi nei metalli dipenda dal campo magnetico, si mostra che a causa del campo prodotto in una lamina di HALL dalla corrente primaria, si genera una d. d. p. che si sovrappone a quella data dalla comune teoria elettronica. Queste due d. d. p. hanno segni contrari così che il doppio segno dell'effetto di HALL potrà spiegarsi mediante il prevalere dell'uno o dell'altro dei due effetti parziali.*

1. È noto che la comune teoria elettronica dei metalli non si presta ad una interpretazione chiara e comprensiva del fenomeno di HALL e di quelli affini. Essa attribuisce il fenomeno all'azione elettrodinamica esercitata dal campo magnetico sugli elettroni convettori dell'elettricità, e così riesce a dare soltanto una spiegazione — qualitativa, non quantitativa — del fenomeno, per metalli che presentano l'effetto negativo. L'espedito usato dalla teoria dualistica di postulare l'esistenza di una seconda specie di corpuscoli mobili provvisti di carica positiva, spiega bensì il fenomeno di HALL di segno invertito, ma si è dimostrato insostenibile per varie difficoltà di ordine teorico e sperimentale.

È quindi pienamente giustificato ogni tentativo che senza complicare le basi dell'edificio teorico, tenda a ricondurre la spiegazione dei fatti ricordati, nel quadro della teoria unitaria generalmente ammessa.

Tempo fa il Prof. LA ROSA mi aveva manifestato il sospetto che il campo magnetico generato dalla corrente primaria potesse farsi sentire nelle misure sul fenomeno di HALL. Benchè l'ordine di grandezza del campo $\mathcal{H}$ generato dalla corrente primaria sia assai piccolo rispetto al campo applicato H , tanto che si possa aspettare che siano del tutto trascurabili i suoi effetti diretti, resta all'indagine la possibilità che tale campo $\mathcal{H}$ possa influire per via indiretta facendosi sentire sul valore « locale » della concentrazione elettronica.

Il risultato a cui una tale ipotesi ci porta, non è privo di interesse perchè ci lascia intravedere la possibilità di una spiegazione del doppio segno del coefficiente di HALL, possibilità finora non offerta da alcuna teoria.

Le considerazioni di partenza sono semplicissime. Siccome il campo risultante $H + \mathcal{H}$ a cui è soggetta la lamina è variabile da punto a punto, perchè tale è $\mathcal{H}$, l'ipotesi che la concentrazione elettronica sia funzione del campo ci porta a ritenere che essa è funzione del punto. In conseguenza tra i punti in cui sono attaccati gli elettrodi secondari dovrà stabilirsi una certa differenza di potenziale.

Tale d. d. p. si sovrappone a quella che si pensa generata dall'azione elettrodinamica sui corpuscoli mobili e così l'effetto HALL quale risulta dalla misura ci si presenta come somma di due effetti distinti.

2. Il rettangolo della figura 1 rappresenti la sezione della lastrina fatta con un piano parallelo al campo applicato H e passante per gli elettrodi secondari A , B . La corrente primaria sia diretta dal foglio verso il lettore, sicchè in A , B il campo da essa prodotto, sarà diretto secondo le frecce. In A il campo risultante è dunque più debole che in B , cosicchè avremo in A una concentrazione elettronica diversa da quella di B . Fra A e B si stabilisce per questo fatto una differenza di potenziale di cui occorre determinare il segno. Siccome la resistenza specifica cresce più o meno sotto l'azione del campo ad eccezione dei soli metalli ferromagnetici, si può dire che n decresce al crescere del campo.

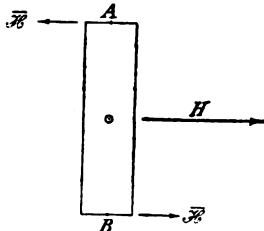


Fig. 1

Gli elettroni quindi tenderanno ad attraversare la lamina portandosi da A in B . L'azione elettrodinamica invece, la sola su cui si appoggia la teoria elettronica per giustificare l'effetto HALL, fa muovere gli elettroni — nelle condizioni sperimentali supposte — da B verso A . Si capisce allora che l'effetto che si misura sperimentalmente è differenziale. Chiamando D il coefficiente calcolato in base alla teoria elettrodinamica, C quello dovuto alla concentrazione, il coefficiente R dato dall'esperienza si potrà scrivere sotto la forma $R = D - C$, e si comprende come in dipendenza della entità dei due effetti R potrà avere tanto il segno positivo quanto quello negativo.

3. Cerchiamo di calcolare questa differenza di potenziale che si sovrappone all'effetto HALL puro. Assumiamo come espressione della

concentrazione elettronica quella data dal Prof. LA ROSA ⁽¹⁾.

$$(1) \quad n_H = \frac{4\alpha T}{e^2 v l_0 \left[1 + \frac{1}{6} \left(\frac{e l_0}{2mv} \right)^2 H^2 \right]} \cdot \frac{1}{\rho_H}$$

dove l_0 è il libero cammino medio per $H = 0$, ρ_H la resistività del metallo sotto l'azione del campo H ⁽²⁾.

Siccome $\mathcal{H}$ è piccolo rispetto ad H , esso può essere pensato come un incremento δH dato al campo H . Dalla (1) allora si ha:

$$(2) \quad \delta n_H = - \frac{2khH\mathcal{H}}{(1+hH^2)^2} \frac{1}{\rho_H} - \frac{k}{1+hH^2} \frac{1}{\rho_H^2} \delta \rho_H$$

ove si ponga

$$k = \frac{4\alpha T}{e^2 v l_0} \quad \text{ed} \quad h = \frac{1}{6} \left(\frac{e l_0}{2mv} \right)^2.$$

Detti perciò A e B i due punti della lamina in cui sono attaccati gli elettrodi secondari ed indicati con $\mathcal{H}$, δn_H i valori relativi al punto B , avremo

$$n_A = n_H - \bar{\delta n}_H, \quad n_B = n_H + \bar{\delta n}_H.$$

Fra i punti A e B si disterà quindi una d. d. p.

$$(3) \quad V_{A,B} = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{e} T \log \frac{n_A}{n_B}.$$

4. Occorrerà a questo punto determinare $\delta \rho_H$ (variazione di resistività in funzione del campo). Dobbiamo riferirci ad un conduttore di cui sia nota la dipendenza della resistività dal campo magnetico. Per il bismuto, secondo LEDUC, ⁽³⁾ tale dipendenza può essere rappresentata dalla relazione

$$(4) \quad \frac{\Delta \rho}{\rho} = w$$

⁽¹⁾ *Un confronto fra la teoria elettronica dei metalli e l'esperienza.* « Nuovo Cimento », serie VI, vol. XVIII, pag. 39, anno 1919.

⁽²⁾ Anche per i metalli per i quali le variazioni di resistività sotto l'influenza del campo magnetico non sono apprezzabili ($\rho_H = \rho = \text{cost.}$), la concentrazione n varia secondo la (1). Cfr. V. GIAMBALVO, *La relazione fra conducibilità e potere termoelettrico nel campo magnetico.* « Nuovo Cimento », nuova serie, anno IV, n. 4, pag. 176.

⁽³⁾ « Comptes Rendus », 111, pag. 737, anno 1890.

ove w è determinata dall'equazione

$$(5) \quad w^2 + \beta w - \gamma H^2 = 0$$

nella quale β e γ sono, per una determinata temperatura, delle costanti. L'espressione (4) può porsi sotto la forma

$$\rho_H = \rho_0(1 + w)$$

ρ_0 essendo la resistività per $H = 0$.

L'incremento che ρ_H subisce per un piccolo aumento $\mathcal{H}$ del campo, si otterrà differenziando. Avremo:

$$\delta \rho_H = \rho_0 \delta w; \quad (2w + \beta) \delta w - 2\gamma H \mathcal{H} = 0.$$

Nel passaggio quindi del campo dal valore H al valore $H + \mathcal{H}$ si ha un incremento

$$\delta \rho_H = 2\gamma \rho_0 \frac{H \mathcal{H}}{2w + \beta}.$$

Per una lamina di Bi dunque l'espressione (2), quando si tenga presente che

$$\frac{\rho_H}{\rho_0} = 1 + w,$$

diventa

$$\varepsilon n_H = - \frac{2kH\mathcal{H}}{(1 + hH^2)\rho_H} \left[\frac{h}{1 + hH^2} + \frac{\gamma}{(1 + w)(2w + \beta)} \right]$$

e quindi

$$n_A = \frac{k}{(1 + hH^2)\rho_H} [1 + 2H\bar{\mathcal{H}}\varepsilon]; \quad n_B = \frac{k}{(1 + hH^2)\rho_H} [1 - 2H\bar{\mathcal{H}}\varepsilon]$$

ove si è posto

$$\varepsilon = \frac{h}{1 + hH^2} + \frac{\gamma}{(1 + w)(2w + \beta)}.$$

La d. d. p. $V_{A,B}$ definita dall'espressione (3) perciò varrà:

$$V_{A,B} = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{e} T \log \frac{1 + 2H\bar{\mathcal{H}}\varepsilon}{1 - 2H\bar{\mathcal{H}}\varepsilon}.$$

Sviluppando in serie e fermandoci al primo termine dello sviluppo — ciò che è lecito fare data la piccolezza di ε e di $\bar{\mathcal{H}}$ come in appresso vedremo —

$$(6) \quad V_{A,B} = \frac{8}{3} \frac{\alpha}{e} T \varepsilon H \bar{\mathcal{H}}.$$

5. Passiamo ora a determinare $\mathcal{H}$, valore del campo magnetico generato dalla corrente primaria. Supporremo la lamina rettangolare attraversata nella direzione dell'asse delle x da una corrente I distribuita uniformemente su tutta la sezione.

Siano $2a$ lo spessore, $2b$ la larghezza (figura 2), $j = \frac{I}{4ab}$ la densità di corrente.

Immagineremo la lamina decomposta in fili sottilissimi a sezione rettangolare, paralleli all'asse delle x e percorsi da correnti $j dy dz$ in direzione normale al piano del foglio.

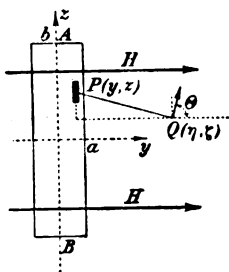


Fig. 2

Come origine degli assi si è preso il centro della lamina.

Determiniamo il campo in un punto qualunque $Q(\eta, \zeta)$ del piano y, z che contiene gli elettrodi secondari A, B supponendo, per semplicità di calcolo — in questo primo studio che ha prevalentemente carattere qualitativo — che i filetti rettilinei di corrente siano indefiniti. Il valore del campo magnetico in $Q(\eta, \zeta)$ prodotto dal filetto rettilineo indefinito parallelo ad x che passa per il punto $P(y, z)$ è dato per la legge di BIOT e SAVART da:

$$d\mathcal{H} = 2j \frac{dy dz}{PQ} = 2j \frac{dy dz}{\sqrt{(y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}}.$$

La direzione di tale campo coincide con quella della normale in Q alla congiungente PQ . Il verso sarà quello segnato, avendo supposto che la corrente primaria I vada dal foglio al lettore. Le componenti di $d\mathcal{H}$ varranno

$$d\mathcal{H}_y = d\mathcal{H} \cos \theta; \quad d\mathcal{H}_z = d\mathcal{H} \sin \theta$$

θ essendo l'angolo che la direzione del campo forma con l'asse delle y . In funzione delle coordinate di P e Q si ha:

$$d\mathcal{H}_y = 2j \frac{(z - \zeta) dy dz}{(y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}; \quad d\mathcal{H}_z = -2j \frac{(y - \eta) dy dz}{(y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}.$$

Il campo $\mathcal{H} = \sqrt{\mathcal{H}_y^2 + \mathcal{H}_z^2}$ risultante dall'insieme delle azioni dovute ai singoli filetti si calcolerà mediante gli integrali

$$\mathcal{H}_y = j \int_{-a}^a dy \int_{-b}^b \frac{z - \zeta}{(y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} dz$$

ed

$$\mathcal{H}_z = -j \int_{-b}^b dz \int_{-a}^a \frac{y-\eta}{(y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2} dy.$$

Per effettuare l'integrazione si pone prima

$$(y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2 = u$$

cosicchè

$$\mathcal{H}_y = j \int_{-a}^a dy \int_{z=-b}^{z=b} \frac{du}{u} = j \int_{-a}^a \log \frac{(y-\eta)^2 + (b-\zeta)^2}{(y-\eta)^2 + (b+\zeta)^2} dy$$

ed

$$\mathcal{H}_z = -j \int_{-b}^b dz \int_{y=-a}^{y=a} \frac{du}{u} = -j \int_{-b}^b \log \frac{(a-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}{(a+\eta)^2 + (z-\zeta)^2} dz.$$

Poi si opera per parti e si ottiene

$$\mathcal{H}_y = j\varphi(\eta, \zeta), \quad \mathcal{H}_z = -j\psi(\eta, \zeta)$$

ove la funzione φ è data da

$$\begin{aligned} \varphi(\eta, \zeta) = & (a-\eta) \log \frac{(b-\zeta)^2 + (a-\eta)^2}{(b+\zeta)^2 + (a-\eta)^2} + (a+\eta) \log \frac{(b-\zeta)^2 + (a+\eta)^2}{(b+\zeta)^2 + (a+\eta)^2} + \\ & + 2(b-\zeta) \operatorname{arctang} \frac{2a(b-\zeta)}{(b+\zeta)^2 - (a^2-\eta^2)} - 2(b+\zeta) \operatorname{arctang} \frac{2a(b+\zeta)}{(b+\zeta)^2 - (a^2-\eta^2)} \end{aligned}$$

e la ψ è ciò che diviene φ quando in essa si scambiano a, η con b, ζ .

A noi interessano, secondo la (3), solo i punti A, B . Nel punto $B(\eta=0, \zeta=-b)$ il campo si riduce alla sola componente $\mathcal{H}_y$, la cui espressione diviene

$$\bar{\mathcal{H}}_y = \bar{\mathcal{H}} = \frac{\chi}{2b} \cdot \frac{I}{d}$$

ove si ponga

$$d = 2a \quad \text{e} \quad \chi = 2a \log \frac{4b^2 + a^2}{a^2} + 4b \operatorname{arctang} \frac{4ab}{4b^2 - a^2}.$$

Per una lamina già sperimentata ⁽¹⁾ larga 1,635 cm. = $2b$, spessa 0,0562 cm. = $2a = d$, a calcoli fatti si trova

$$\chi = 0,57; \quad \frac{\chi}{b} = 0,69; \quad \bar{\mathcal{H}} = 0,62 \text{ Gauss per ogni Ampère di corrente totale.}$$

⁽¹⁾ ZAHN, « Drudes Annalen », 14, pag. 910, anno 1904.

Tenendo presente il valore $\overline{K}$ ora trovato la (6) diviene

$$(7) \quad V_{A,B} = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{\chi}{b} \epsilon \frac{HI}{d}.$$

Osserviamo che ϵ è funzione pari di H , cosicchè dall'espressione (7) si rileva che $V_{A,B}$ si inverte invertendo o il campo magnetico applicato o la corrente primaria.

La (7) vale anche per i metalli, come il rame, che non subiscono variazioni apprezzabili di resistenza sotto l'azione di forze magnetiche ($\delta\rho = 0$) quando in ϵ si ponga $\gamma = 0 = w$.

6. Il calcolo numerico diretto del coefficiente

$$C = \frac{4}{3} \frac{\alpha}{e} T \frac{\chi}{b} \epsilon$$

è per ora inaffrontabile data la difficoltà di conoscere esattamente, per ogni singolo metallo, il rapporto l_0/v che entra in h e quindi in ϵ .

Allo scopo di avere un'indicazione sull'ordine di grandezza, cercheremo di superare la difficoltà seguendo una via indiretta che fa astrazione della conoscenza di questo valore. Per questa via determineremo simultaneamente le h relative a due metalli, Bi , Cu ; e così potremo calcolare $V_{A,B}$ per una lamina di bismuto e per una di rame.

Nel lavoro già citato appoggiandomi su alcuni risultati sperimentali del prof. LA ROSA, ho calcolato l'espressione

$$\frac{1}{6} \left(\frac{e}{2mv} \right)^2 (l_{Cu}^2 - l_{Bi}^2) = 2,58 \times 10^{-9}.$$

Stabiliamo d'altra parte una seconda relazione tra l_{Cu} , l_{Bi} .

Dalle espressioni ⁽¹⁾

$$\sigma = \frac{ne^2 v l}{4\pi T}; \quad \log \frac{n_{Cu}}{n_{Bi}} = 0,00011E \quad (E \text{ in u. e. m.})$$

della conducibilità e del potere termoelettrico, si ha

$$\frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_{Bi}} = \frac{n_{Cu} l_{Cu}}{n_{Bi} l_{Bi}} = \frac{58,8}{0,872} = 67,43; \quad \log \frac{n_{Cu}}{n_{Bi}} = 0,856$$

⁽¹⁾ BLOCH, *La teoria elettronica dei metalli*. « Collezioni di memorie relative alla fisica », seconda serie, 1913.

da cui

$$\frac{n_{Ou}}{n_{Bi}} = 2,35; \quad \frac{l_{Ou}}{l_{Bi}} = 28,7.$$

Dalle due relazioni fra l_{Ou} , l_{Bi} trovate, tenendo presente la definizione di h data avanti, si ha in definitiva

$$h_{Bi} = 3,13 \times 10^{-12}; \quad h_{Ou} = 2,58 \times 10^{-9}.$$

Dopo ciò per il rame ($\gamma = 0 = w$) si può subito calcolare $\epsilon = \frac{h}{1 + hH^2}$ in funzione del campo. Per il bismuto occorrerà prima determinare i valori β , γ , w utilizzando i dati di LEDUC; dopo di che si avrà ϵ .

Supponendo $t = 18^\circ \text{ C.}$ ed introducendo i valori numerici di $\frac{\alpha}{e}$ in unità elettromagnetiche, si sono calcolati per i diversi valori del campo, le espressioni w , ϵ e C dianzi definite. I valori ricavati sono riportati nelle seguenti tabelle.

I. Lamina di rame.

H	100	1000	4000	7000	10000
$\epsilon \times 10^9$	2,58	2,57	2,48	2,29	2,05
C	0,00891	0,00887	0,00856	0,00791	0,00708

II. Lamina di bismuto.

H	100	1000	4000	7000	10000
$w \times 10^3$	0,08	8,15	94,4	222,8	356,6
$\epsilon \times 10^9$	8,41	7,85	4,47	2,55	1,67
C	0,02902	0,02711	0,01544	0,00881	0,00577

Stando, dunque, ai nostri calcoli la costante R , che per il rame ha il valore $-0,0005$ circa, dovrebbe essere pensata come differenza fra una certa costante D negativa e la C avanti trovata; risulterebbe dunque che in questo metallo il puro effetto HALL, di origine elettrodinamica, sarebbe molto maggiore in valore assoluto,

dell'effetto R misurato, ed in gran parte controbilanciato dall'effetto C dovuto alla concentrazione. Per il bismuto invece ($R = -5$) l'azione dovuta ai mutamenti di concentrazione sarebbe piccola in confronto a quella elettrodinamica. Queste particolarità di comportamento meritano uno studio più approfondito, tanto più che sono pure da rilegare ad altri fatti, come alla dipendenza del fenomeno dalla struttura cristallina.

R. Università, Istituto di Fisica, Palermo, Luglio 1927.

SUI PROBLEMI DELLA EREDITARIETÀ LINEARE

Nota di D. GRAFFI

Sunto. - Si premettono alcune considerazioni di calcolo simbolico dimostrando che mediante questo calcolo un vettore e una omografia funzioni periodiche del tempo sono caratterizzate simbolicamente come le funzioni periodiche ordinarie. Mediante queste rappresentazioni si dimostra che nel caso dell'eredità invariabile lineare se la causa è periodica, le relazioni fra causa ed effetti rimangono le stesse che nel caso non ereditario per cui si può far uso delle relazioni trovate in questo caso. Si studia dapprima più particolarmente l'induzione magnetica per la quale si dimostra che l'ereditarietà lineare conduce alla stessa relazione che l'approssimazione ordinaria dell'elettrotecnica. Si fissano poi le condizioni di unicità della soluzione, indi si calcola l'energia dissipata per isteresi traendo da questa espressione alcune conseguenze. Si applicano poi i metodi esposti allo studio dell'apparente velocità di propagazione del magnetismo e si dimostra che per effetto dell'isteresi esiste un valore di questa velocità che si accorda sufficientemente come ordine di grandezza con i dati sperimentali. Da ultimo si tratta l'elasticità ereditaria e si prova per altra via, generalizzandolo, un teorema di VOLTERRA sulla impossibilità dei moti periodici.

Introduzione.

1. Esporremo in questo scritto un metodo per risolvere i problemi dell'ereditarietà lineare, nel caso in cui la causa sia periodica, metodo inferiore per generalità a quelli del VOLTERRA ⁽¹⁾ e del GIORGI ⁽²⁾ ma forse utile in qualche occasione. Tratteremo più particolarmente il problema dell'induzione magnetica, ma poi vedremo che il metodo si può applicare in altri casi di ereditarietà lineare.

Dobbiamo però richiamare alcune proprietà delle rappresentazioni simboliche che ci saranno utili in seguito.

⁽¹⁾ *Théorie des fonctions des lignes*, cap. VI e VIII.

⁽²⁾ Rendiconti Accademia dei Lincei, 2° semestre, 1912.

È noto che data una funzione φ sinusoidale rispetto al tempo t con periodo T , essa è caratterizzabile mediante l'espressione $e^{i\omega t}\bar{\varphi}$ dove $\omega = \frac{2\pi}{T}$, e $\bar{\varphi}$ è una grandezza in generale complessa, qualora si convenga di prendere di questa espressione la parte reale.

Consideriamo ora invece un vettore sinusoidale cioè un vettore della forma:

$$u = \cos \omega t \cdot a - \sin \omega t \cdot b$$

in cui a , b sono due vettori indipendenti dal tempo. A questo vettore si può associare l'altro:

$$u_1 = \cos \omega t \cdot b + \sin \omega t \cdot a$$

e considerare la somma:

$$u + iu_1$$

dove con i s'intende l'unità immaginaria e non l'operatore che fa girare i vettori di 90° nel piano, il che del resto si potrebbe fare ma complicherebbe le cose anzichè semplificarle, come è nostro scopo. In base a ciò ragioneremo sempre sull'espressione:

$$u + iu_1 = e^{i\omega t}(a + ib) = e^{i\omega t}\bar{u}.$$

Queste espressioni saranno dette *vettori immaginari o semplicemente vettori perchè la scrittura ci dice se sono immaginari o no*. Si ha così anche per i vettori una rappresentazione analoga a quella delle funzioni. Come si vede una funzione sinusoidale φ viene caratterizzata mediante l'espressione $e^{i\omega t}\bar{\varphi}$ e un vettore sinusoidale u mediante l'espressione $e^{i\omega t}\bar{u}$. Ricordiamo di queste espressioni le proprietà fondamentali.

Se il vettore u deriva da un potenziale φ quest'ultimo sarà sinusoidale caratterizzabile quindi mediante $e^{i\omega t}\bar{\varphi}$ e perciò il vettore u si potrà caratterizzare mediante $e^{i\omega t} \text{grad } \bar{\varphi}$ cioè:

$$\bar{u} = \text{grad } \bar{\varphi}.$$

Se è:

$$\bar{u} = a + ib \quad \bar{v} = c + id$$

si definirà

$$\bar{u} \times \bar{v} = (a + ib) \times (c + id)$$

$$\bar{u} \wedge \bar{v} = (a + ib) \wedge (c + id)$$

dove le parentesi si sviluppano con le regole solite ricordando che $i^2 = -1$. In particolare, se si definisce quale vettore coniugato a $\bar{v}$

il vettore $\bar{v} = c - i\bar{a}$, si ha la formula:

$$(1) \quad \bar{u} \times \bar{v} = \frac{2}{T} \int_0^T u \times v dt + i \frac{2}{\omega T} \int_0^T u \times \frac{dv}{dt} dt.$$

Infatti

$$\begin{aligned} \int_0^T u \times v dt &= a \times c \int_0^T \cos^2 \omega t dt + b \times a \int_0^T \sin^2 \omega t dt - ((a \times a) + (b \times c)) \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt \\ \int_0^T u \times \frac{dv}{dt} dt &= -\omega(a \times a) \int_0^T \cos^2 \omega t dt + \omega(b \times c) \int_0^T \sin^2 \omega t dt + \omega(b \times a - a \times c) \int_0^T \sin \omega t \cos \omega t dt. \end{aligned}$$

Sommando queste due relazioni dopo aver moltiplicato la seconda per $\frac{i}{\omega}$ si ottiene subito la formula cercata.

Analogamente poi si definirà:

$$\operatorname{div} \bar{u} = \operatorname{div} a + i \operatorname{div} b$$

$$\operatorname{rot} \bar{u} = \operatorname{rot} a + i \operatorname{rot} b.$$

Quindi come si vede, essendo svolto il calcolo supponendo u come un vettore della forma $a + mb$ dove m è un numero, si capisce che le varie formule del concetto di divergenza e di rotazione rimangono conservate. In particolare vale la formula:

$$(2) \quad \operatorname{div} \bar{\varphi} \bar{u} = \bar{\varphi} \operatorname{div} \bar{u} + \operatorname{grad} \bar{\varphi} \times \bar{u}.$$

Osserveremo anche che la parte reale di $e^{i\omega t} \operatorname{div} \bar{u}$ è uguale a $\operatorname{div} e^{i\omega t} \bar{u}$ per lo stesso valore di t e quindi, se per ogni valore di t è $\operatorname{div} u = 0$, è anche $e^{i\omega t} \operatorname{div} \bar{u} = 0$ cioè $\operatorname{div} \bar{u} = 0$.

2. Data ora una omografia:

$$\bar{\alpha} = \cos \omega t \mu - \sin \omega t \nu$$

ripetendo lo stesso ragionamento fatto sui vettori si dimostra che essa è caratterizzabile mediante l'espressione:

$$e^{i\omega t}(\mu + i\nu) = e^{i\omega t} \bar{\alpha}.$$

Questa espressione sarà chiamata *omografia immaginaria* e μ e ν saranno chiamate le sue *componenti*. Diremo che $\bar{\alpha}$ è una dilatazione

se lo sono le sue componenti, una omografia assiale se lo sono le sue componenti. Perciò una omografia immaginaria può sempre decomporci in una omografia immaginaria dilatazione, e in una omografia immaginaria assiale. Si potrà così scrivere con le solite notazioni:

$$\bar{\alpha} = D\alpha + V\alpha \wedge.$$

Analogamente si possono definire per le omografie immaginarie tutte le proprietà come per le omografie solite. Però bisogna osservare che il prodotto fra due omografie immaginarie non può farsi come per i numeri complessi perchè non vale la proprietà commutativa. Ma nel calcolo degli invarianti questa proprietà vale ⁽¹⁾ e quindi per questo caso il prodotto può farsi come per i numeri complessi.

3. Dobbiamo aggiungere anche i seguenti teoremi: Se $\alpha(t)$ è un vettore periodico periodico T esso può svilupparsi in una serie analoga alla serie di FOURIER cioè:

$$\alpha(t) = \sum_0^{\infty} (\cos h\omega t m_h - \text{sen } h\omega t n_h)$$

$$m_h = \frac{2}{T} \int_0^T \alpha(t) \cos h\omega t dt, \quad n_h = -\frac{2}{T} \int_0^T \alpha(t) \text{sen } h\omega t dt.$$

Per dimostrare ciò basta moltiplicare $\alpha(t)$ per un vettore i arbitrario ma indipendente dal tempo. Si ha così una funzione periodica che ammetteremo sviluppabile in serie di FOURIER. Quindi:

$$\alpha(t) \times i = \sum_0^{\infty} \frac{2}{T} \left(\int_0^T \alpha(t) \times i \cos h\omega t dt \cdot \cos h\omega t + \int_0^T \alpha(t) \times i \text{sen } h\omega t dt \cdot \text{sen } h\omega t \right)$$

da cui per l'arbitrarietà di i si ha la formula richiesta.

Così data una omografia $\alpha(t)$ funzione periodica di t si ha

$$\alpha(t) = \sum_0^{\infty} \cos h\omega t \cdot \mu_h - \text{sen } h\omega t \cdot \nu_h$$

$$\mu_h = \frac{2}{T} \int_0^T \alpha(t) \cos h\omega t dt, \quad \nu_h = -\frac{2}{T} \int_0^T \alpha(t) \text{sen } h\omega t dt.$$

⁽¹⁾ BURALI-FORTI e MARCOLONGO, *Analyse vectorielle générale*, vol. I, pag. 44, formula 1.

Si applichi infatti la $\alpha(t)$ a un vettore $\mathbf{i}$; si ottiene

$$\alpha \mathbf{i} = \sum_0^\infty \left(\frac{2}{T} \int_0^T \alpha \mathbf{i} \cos h\omega t dt \cos h\omega t + \frac{2}{T} \int_0^T \alpha \mathbf{i} \sin h\omega t dt \sin h\omega t \right)$$

da cui segue subito la formula richiesta.

Dimodochè si può concludere che una funzione, un vettore, una omografia, periodici, sono caratterizzabili rispettivamente mediante espressioni del tipo:

$$(3) \quad \sum_0^\infty e^{ih\omega t} \bar{\varphi}_h, \quad \sum_0^\infty e^{ih\omega t} \bar{\alpha}_h, \quad \sum_0^\infty e^{ih\omega t} \bar{\alpha}_h$$

con

$$\bar{\alpha}_h = m_h + i n_h, \quad \bar{\alpha}_h = \mu_h + i \nu_h.$$

Generalità del problema dell'induzione magnetica.

4. Cominciamo ad occuparci del problema dell'induzione magnetica nei corpi isotropi e nel caso in cui il campo magnetico applicato sia sinusoidale. Indichiamo al solito con $\mathbf{H}_0 = -\text{grad } \psi_0$ ⁽¹⁾ con $\mathbf{H}_1 = -\text{grad } \psi_1$, $\mathbf{H} = -\text{grad } \psi$ rispettivamente il campo induttore, indotto e totale, con $\mathbf{J}$ l'intensità di magnetizzazione e con $\mathbf{B}$ l'induzione magnetica. Se $\mathbf{H}$ è periodico lo saranno anche, se i corpi magnetizzabili rimangono sempre nelle stesse condizioni come supporremo, $\mathbf{J}$, $\mathbf{B}$ e saranno quindi rappresentabili mediante i simboli sopraesposti.

Supponiamo dapprima che $\mathbf{H}$ abbia direzione costante ma vari in grandezza sinusoidalmente cioè sia un vettore della forma

$$\mathbf{H} = H_0 \cos \omega t \cdot \mathbf{a}.$$

Allora l'esperienza prova che nei corpi isotropi $\mathbf{J}$ ha la stessa direzione di $\mathbf{H}$. Eliminando il tempo fra le due equazioni $\mathbf{J}(t)$ e $\mathbf{H}(t)$ si ottiene l'equazione della nota curva di isteresi magnetica. Questa curva è di forma alquanto complicata ma in varie questioni di elet-

(1) Basterà supporre che H_0 sia dotata di potenziale in una regione comprendente i corpi magnetizzabili e solenoidale in tutto lo spazio. Del resto si potrebbe fare a meno anche della prima condizione. Generalmente poi si supporrà T così grande da potersi trascurare i fenomeni d'induzione elettromagnetica.

trotecnica la si assimila ad una ellisse di area equivalente. Si scrive perciò:

$$J(t) = J_0 \cos(\omega t - \lambda)$$

il che vuol dire che la magnetizzazione segue il campo con ritardo costante. Ammetteremo poi che sia $J_0 = \chi H$ con χ costante. Perciò si può scrivere:

$$J(t) = \chi H \left(t - \frac{\lambda}{\omega} \right).$$

Supporremo poi che questa relazione valga anche in senso vettoriale cioè

$$\mathbf{J}(t) = \chi \mathbf{H} \left(t - \frac{\lambda}{\omega} \right).$$

Facciamo infine l'ipotesi conformemente all'esperienza che sia $\chi > 0$; $0 \leq \lambda \leq \frac{\pi}{2}$. Se ora facciamo uso delle notazioni dei vettori immaginari per $\mathbf{H}$ e $\mathbf{J}$ si ha:

$$e^{i\omega t} \bar{\mathbf{J}} = \chi e^{i(\omega t - \lambda)} \bar{\mathbf{H}}$$

cioè

$$(4) \quad \bar{\mathbf{J}} = \chi e^{-i\lambda} \bar{\mathbf{H}} = \bar{\chi} \bar{\mathbf{H}}$$

con

$$\bar{\chi} = \chi e^{-i\lambda}.$$

Quindi per il vettore $\bar{\mathbf{B}}$ si ha l'espressione:

$$(5) \quad \bar{\mathbf{B}} = \bar{\mu} \bar{\mathbf{H}} \quad (1)$$

dove

$$\bar{\mu} = 1 + 4\pi \bar{\chi}.$$

Alla stessa relazione si giunge mediante l'ereditarietà lineare ammettendo l'invariabilità dell'azione ereditaria. Infatti per essa si ha:

$$(6) \quad \mathbf{J}(t) = m \mathbf{H}(t) + \int_{-\infty}^t \varphi(t - \tau) \mathbf{H}(\tau) d\tau.$$

(1) L'uso della relazione (5) è già stato adottato da qualche Autore specialmente quando $\mathbf{B}$ e $\mathbf{H}$ hanno la stessa direzione; ma non mi risulta che nessuno abbia trattato in modo generale il problema dell'induzione magnetica.

Se supponiamo $\mathbf{H}(t)$ sinusoidale si ottiene:

$$e^{i\omega t}\bar{\mathbf{J}} = m e^{i\omega t}\bar{\mathbf{H}} + \int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau) e^{i\omega t} \bar{\mathbf{H}}(\tau) d\tau$$

e posto

$$t - \tau = s$$

si ha

$$\bar{\mathbf{J}}(t) = \bar{\chi} \bar{\mathbf{H}}$$

qualora si indichi con $\bar{\chi}$ l'espressione $m + \int_0^{\infty} \varphi(s) e^{-i\omega s} ds$.

Dunque l'ereditarietà lineare conduce alla stessa relazione fra $\bar{\mathbf{J}}$ e $\bar{\mathbf{H}}$ che l'ordinaria approssimazione dell'elettrotecnica. Ora questa ipotesi non è certamente esatta ma riteniamo che per campi deboli essa possa essere abbastanza verificabile. Inoltre è utile farla perchè ci darà con gli stessi mezzi dell'ordinaria teoria di Poisson un'idea sia pure solo approssimata dell'influenza dell'isteresi sulla magnetizzazione.

Più generalmente però l'ereditarietà lineare dà una relazione fra $\mathbf{J}$ e $\mathbf{H}$ nel caso che queste grandezze siano periodiche cioè che si abbia

$$\bar{\mathbf{J}} = \sum_h^{\infty} e^{ih\omega t} \bar{\mathbf{J}}_h, \quad \bar{\mathbf{H}} = \sum_h^{\infty} e^{ih\omega t} \bar{\mathbf{H}}_h.$$

Sostituendo nella (6) si ottiene con trasformazioni analoghe alle precedenti

$$(7) \quad \bar{\mathbf{J}}_h = \bar{\chi}_h \bar{\mathbf{H}}_h$$

con

$$\bar{\chi}_h = m + \int_0^{\infty} \varphi(s) e^{-ih\omega s} ds.$$

Come si vede dunque le relazioni fra $\mathbf{J}$ e $\mathbf{H}$, mediante le espressioni simboliche sono le stesse che nel caso non ereditario. Si capisce dunque che sarà possibile ricondurre a quest'ultimo i problemi ereditari. Occupiamoci ora dell'induzione magnetica ⁽¹⁾. Supporremo $\mathbf{H}$ sinusoidale perchè se fosse periodico si potrebbe facilmente per le (7)

⁽¹⁾ Tratteremo solo il caso di un sistema di corpi in quiete relativa e trascureremo la magnetostrizione.

ridurci a questo caso. Anzi, come poi si vedrà, basterà supporre $\mathbf{H}_0$ sinusoidale perchè lo sia $\mathbf{H}$.

Quindi sarà

$$\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mu} \bar{\mathbf{H}} = -\bar{\mu} \text{grad } \bar{\psi}.$$

Come si vede ancora il legame fra $\bar{\mathbf{B}}$ e $\bar{\psi}$ è uguale a quello che nella teoria di Poisson intercede fra induzione e potenziale magnetico. Si capisce perciò che si arriverà ai risultati di detta teoria.

Infatti, siccome la parte reale di $\bar{\psi}_1$ deve essere per ogni t nulla all'infinito $\bar{\psi}_1$ è nulla all'infinito e lo stesso si può dire per il suo gradiente. Poi essendo per ogni t la parte reale di $e^{i\omega t} \text{div } \bar{\mathbf{B}} = 0$ ne risulta

$$\text{div } \bar{\mathbf{B}} = 0$$

e quindi per la (5) risulta subito:

$$\Delta \bar{\psi} = 0 \quad \text{ossia} \quad \Delta \bar{\psi}_1 = 0.$$

Alla superficie di separazione σ fra due mezzi (1) e (2) di permeabilità diversa deve essere per ogni t

$$e^{i\omega t}(\bar{\mathbf{B}} \times \mathbf{n})_1 = e^{i\omega t}(\bar{\mathbf{B}} \times \mathbf{n})_2$$

dove $\mathbf{n}$ è un vettore unitario normale a σ . Da questa relazione si ottiene subito

$$\bar{\mu}_1(\text{grad } \bar{\psi}_1 \times \mathbf{n})_1 - \bar{\mu}_2(\text{grad } \bar{\psi}_1 \times \mathbf{n})_2 = -4\pi(\bar{\chi}_1 - \bar{\chi}_2) \text{grad } \bar{\psi}_0 \times \mathbf{n}$$

dove l'indice 1 o 2 indicano che le costanti $\bar{\mu}$, $\bar{\chi}$ sono calcolate rispettivamente nel mezzo 1 e 2. Dunque la $\bar{\psi}_1$ deve soddisfare alle stesse condizioni a cui soddisfa la funzione incognita nell'ordinaria teoria di Poisson. Quindi le soluzioni trovate in questa teoria vanno bene anche nel nostro caso, vuol dire che si otterranno soluzioni complesse in corrispondenza dei valori complessi di $\bar{\psi}_0$ e $\bar{\mu}$. Trovata poi la funzione $\bar{\psi}_1$ per passare ai calcoli effettivi occorrerà moltiplicarla per $e^{i\omega t}$ e considerare poi solo la sua parte reale.

5. Per dimostrare che le condizioni a cui deve soddisfare la funzione $\bar{\psi}_1$ la determinano univocamente, non si può far ricorso al metodo ordinario per dimostrare i teoremi di unicità. Per arrivare a questa dimostrazione occorre fare le seguenti considerazioni.

Siano $\bar{\psi}_1$ e $\bar{\psi}_1'$ due eventuali soluzioni del problema. Indichiamo con $\bar{\theta}$ la loro differenza. La $\bar{\theta}$ deve soddisfare alle condizioni

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \bar{\mu} \operatorname{grad} \bar{\theta} &= 0 \quad (\text{in tutto lo spazio}) \\ \bar{\mu}_1 \left(\frac{d\bar{\theta}}{dn} \right)_1 - \mu_2 \left(\frac{d\bar{\theta}}{dn} \right)_2 &= 0 \quad (\text{sulle superfici } \sigma) \\ \bar{\theta} &= 0 \quad (\text{all'infinito}).\end{aligned}$$

Indichiamo con $\bar{\theta}'$ la coniugata di $\bar{\theta}$. Consideriamo poi l'espressione

$$\operatorname{div} \bar{\theta}' \bar{\mu} \operatorname{grad} \bar{\theta} = \bar{\theta}' \operatorname{div} \bar{\mu} \operatorname{grad} \bar{\theta} + \bar{\mu} \operatorname{grad} \bar{\theta} \times \operatorname{grad} \bar{\theta}'.$$

Osserviamo intanto che il primo termine del secondo membro è nullo, quindi integrando su tutto lo spazio S_∞ e applicando il teorema della divergenza, ricordando le condizioni a cui deve soddisfare $\bar{\theta}$ abbiamo

$$\int_{S_\infty} \operatorname{grad} \bar{\theta}' \times \bar{\mu} \operatorname{grad} \bar{\theta} dS_\infty = 0.$$

Ora poichè si può porre $\bar{\theta} = \alpha + i\beta$, dove α e β sono due funzioni reali, otteniamo

$$\begin{aligned}\int_{S_\infty} (1 + 4\pi\chi \cos \lambda)(\operatorname{grad}^2 \alpha + \operatorname{grad}^2 \beta) dS_\infty + \\ - i \int_{S_\infty} 4\pi\chi \sin \lambda (\operatorname{grad}^2 \alpha + \operatorname{grad}^2 \beta) dS_\infty = 0.\end{aligned}$$

Ora per l'ipotesi fatta su χ e λ affinchè questa uguaglianza sia soddisfatta deve essere

$$\operatorname{grad} \alpha = 0, \quad \operatorname{grad} \beta = 0$$

e con i soliti ragionamenti $\bar{\theta} = 0$ quindi la soluzione del nostro problema è unica.

Il teorema di unicità ora dimostrato non significa però che per un dato valore H_0 reale del campo applicato corrisponda un solo valore reale di B . Infatti ψ_0 è la parte reale di $e^{i\omega t} \bar{\psi}_0$ per due diversi valori di t . Più precisamente se α è l'argomento di $\bar{\psi}_0$, ψ_0 è la parte reale di $e^{i\omega t} \bar{\psi}_0$ per $t = t$ e per $t = \frac{2\pi - \alpha - \omega t}{\omega}$ cioè ad uno stesso valore reale di ψ_0 corrispondono in generale due diversi valori di $\bar{\psi}_0$, e quindi poichè μ è complesso due diversi valori reali di B ⁽¹⁾. Conclu-

(¹) Ciò però in generale se α non dipende dalle coordinate.

dendo, in un periodo ad uno stesso valore di $\mathbf{H}_0$ corrispondono in generale due diversi valori di $\mathbf{B}$. Di questo del resto ci si rende subito conto notando che la curva di isteresi è incontrata in due punti da una parallela all'asse delle B .

6. Si può ora anche giustificare l'asserzione fatta più indietro che se $\mathbf{H}_0$ è sinusoidale lo è anche $\mathbf{H}_1$. Infatti se ciò non fosse ψ_1 sarebbe sempre periodica e caratterizzabile con

$$\sum_0^{\infty} \bar{\psi}_1^h e^{i h \omega t}.$$

Ora le $\psi_1^h (h \neq 1)$ sono nulle. Infatti si avrebbe per le

$$\bar{\mathbf{J}}_h = \bar{\chi}_h \bar{\mathbf{H}}_h = \bar{\chi}_h \text{grad } \bar{\psi}_1^h$$

quindi ripetendo i ragionamenti già fatti si avrebbe

$$\bar{\psi}_1^h, \text{grad } \psi_1^h \text{ (nulle all'infinito)}$$

$$\text{div } \bar{\mu}_h \text{grad } \psi_1^h = 0 \text{ (in tutto lo spazio)}$$

$$\bar{\mu}_h \left(\frac{d\psi_1^h}{dn} \right)_1 - \bar{\mu}_h \left(\frac{d\psi_1^h}{dn} \right)_2 = 0 \text{ (sulle superfici } \sigma).$$

Come si è dimostrato una funzione che soddisfa a queste condizioni è nulla, perciò la ψ_1 è una funzione sinusoidale e quindi $\mathbf{H}$ è un vettore sinusoidale.

Applicazioni.

7. È noto che l'energia U dissipata in un ciclo di isteresi è data da

$$\int_0^T dt \int_S \mathbf{H} \times \delta \mathbf{J} dS$$

dove S è il volume dei corpi magnetizzabili e T il periodo. Supposto come si è detto in principio trascurabili le variazioni di volume per magnetostrizione, le integrazioni rispetto a t e S sono invertibili quindi si ottiene

$$U = \int_S dS \int_0^T \mathbf{H} \times \frac{d\mathbf{J}}{dt} dt.$$

Questa espressione non è altro che il coefficiente dell'immaginario di

$$\frac{\omega T}{2} \int_S \bar{\mathbf{H}} \times \bar{\mathbf{J}} dS$$

cioè U ha l'espressione

$$U = \pi \int_S \chi \operatorname{sen} \lambda \bar{\mathbf{H}} \times \bar{\mathbf{H}}'.$$

Ora si osservi che nel caso di una magnetizzazione puramente alternativa $\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{a}$, invece nel caso di una magnetizzazione rotante con la stessa ampiezza dell'alternativa $\bar{\mathbf{H}} = \mathbf{a} + i\mathbf{b}$ ⁽¹⁾ quindi la U ha nei due casi rispettivamente l'espressione

$$\pi \int_S \chi \operatorname{sen} \lambda a^2 dS, \quad 2\pi \int_S \chi \operatorname{sen} \lambda a^2 dS.$$

Come si vede l'energia dissipata per isteresi nel caso della magnetizzazione rotante è doppia di quella dissipata per magnetizzazione alternativa. Questa deduzione è per campi deboli confermata da esperienze del Prof. VALLAURI ⁽²⁾.

8. Per fare un'altra applicazione dei risultati ottenuti estendiamo al caso complesso il noto teorema di reciprocità. Sia dunque un corpo omogeneo magnetizzabile che occupi il volume S e sia limitato dalla superficie σ con $\mathbf{n}$ normale interna a σ ; si ha intanto

$$(\alpha) \quad \bar{\psi}_1 = - \int_{\sigma} \frac{\bar{\mathbf{J}} \times \mathbf{n}}{r} d\sigma$$

dove r è la distanza di un punto di σ dal punto in cui è calcolato ψ_1 .

Siano poi $\bar{\mathbf{H}}'_0$ e $\bar{\mathbf{H}}_0$ due diversi campi magnetici applicati. Per effetto di essi si abbiano le due magnetizzazioni $\bar{\mathbf{J}}$ e $\bar{\mathbf{J}}'$. Vogliamo dimostrare che è:

$$(8) \quad \int_S \bar{\mathbf{H}}_0 \times \bar{\mathbf{J}}' dS = \int_S \bar{\mathbf{H}}'_0 \times \bar{\mathbf{J}} dS$$

⁽¹⁾ Si suppone $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = 0$, e $\operatorname{mod} \mathbf{a} = \operatorname{mod} \mathbf{b}$.

⁽²⁾ Vedi per es. L. LOMBARDI, *Principi scientifici per l'elettrotecnica*, pag. 97.

si ha intanto

$$\begin{aligned}\int_S \bar{\mathbf{H}} \times \bar{\mathbf{J}}' dS &= \int_S \bar{\mathbf{H}}' \times \bar{\mathbf{J}} dS \\ \int_S \bar{\mathbf{H}} \times \bar{\mathbf{J}}' dS &= \int_S \bar{\mathbf{H}}_0 \times \bar{\mathbf{J}}' dS + \int_S \bar{\mathbf{H}}_1 \times \bar{\mathbf{J}}' dS \\ \int_S \bar{\mathbf{H}}' \times \bar{\mathbf{J}} dS &= \int_S \bar{\mathbf{H}}'_0 \times \bar{\mathbf{J}} dS + \int_S \bar{\mathbf{H}}'_1 \times \bar{\mathbf{J}} dS.\end{aligned}$$

Il nostro teorema sarà provato se sono uguali i due ultimi integrali dei due secondi membri. Poichè si ha

$$\int_S \bar{\mathbf{H}}_1 \times \bar{\mathbf{J}}' dS = \int_S \operatorname{div}(\bar{\psi}_1 \bar{\mathbf{J}}') dS - \int_S \bar{\psi}_1 \operatorname{div} \bar{\mathbf{J}}' dS.$$

L'ultimo integrale del secondo membro è zero poichè lo è $\operatorname{div} \bar{\mathbf{J}}'$. Il primo lo si trasforma mediante il teorema della divergenza, e si applica la (α)

$$\int_S \bar{\mathbf{H}}_1 \times \bar{\mathbf{J}}' dS = - \int_S \int_{\sigma'} \frac{\bar{\mathbf{J}} \times \mathbf{n} \cdot \bar{\mathbf{J}}' \times \mathbf{n}}{r} d\sigma d\sigma'.$$

Relazione in cui il secondo membro non muta scambiando gli apici perciò è

$$\int_S \bar{\mathbf{H}}_1 \times \bar{\mathbf{J}}' dS = \int_S \bar{\mathbf{H}}'_1 \times \bar{\mathbf{J}} dS$$

dalla quale uguaglianza, come si è detto, si ottiene il teorema enunciato.

9. Un'applicazione di questo teorema può farsi ad una questione molto studiata alcuni anni fa ⁽¹⁾ cioè all'apparente velocità di propagazione del magnetismo nel ferro.

Ci riferiremo più particolarmente all'esperienza di Donati ⁽²⁾. Egli sperimentava su un fascio cilindrico di fili di ferro ricotto lungo

(1) Un'ottima rassegna bibliografica sull'argomento si trova nella Memoria del prof. LOMBARDI, *Sulla propagazione del magnetismo nelle aste di ferro*. Memoria della R. Accademia dei Lincei, serie V, vol. VII, fasc. 6°, 1909.

(2) Rendiconti della Accademia delle Scienze di Bologna, 1906. Memorie e Note scientifiche, pag. 290.

8 metri e della sezione di 50 cmq. Ad un metro circa dall'estremità del fascio vi era una spirale lunga 10 cm. percorsa da corrente alternata. Il DONATI trovava che il flusso d'induzione attraverso una sezione retta del fascio diminuiva in ampiezza e ritardava in fase secondo che la sezione era più lontana dal centro della spirale. Anzi indicata con x la distanza fra la sezione del fascio e il centro della spirale si aveva con qualche approssimazione per il flusso Φ massimo in quella sezione il valore

$$\Phi = \Phi_0 e^{-\alpha(x)},$$

dove Φ_0 è il flusso nella parte del fascio sottostante la spirale e α è un coefficiente complesso. Il fatto che α è complesso viene spiegato in generale come effetto delle correnti parassite. Vogliamo dimostrare che per il solo effetto dell'isteresi il valore di α è complesso e quindi si ha una apparente velocità di propagazione del magnetismo. Multi-

plichiamo intanto la (8) per $\frac{\bar{\mu}}{\chi}$ e si ottiene:

$$(9) \quad \int_S \bar{\mathbf{H}}_0 \times \bar{\mathbf{B}}' dS = \int_S \bar{\mathbf{H}}'_0 \times \bar{\mathbf{B}} dS.$$

S'immagini ora un sistema di coordinate cartesiane (x, y, z) tale che l'asse x coincida con l'asse del fascio e l'origine sia nel centro della spirale. Si ponga poi $\mathbf{H}_0 = \mathbf{i}$. Siccome il cilindro è molto lungo si può immaginare che esso si magnetizzi uniformemente nel campo uniforme $\mathbf{H}_0$, si ha quindi

$$\bar{\mathbf{B}} = \frac{\bar{\mu} \bar{\mathbf{H}}_0}{1 + N \frac{(\bar{\mu} - 1)}{4\pi}}$$

dove N è un coefficiente dipendente dalle dimensioni del cilindro. Prendiamo poi per $\bar{\mathbf{H}}'_0$ il campo generato dalla spirale, per $\bar{\mathbf{B}}'$ il valore corrispondente. Ora per la (9) si ha

$$(10) \quad \int_{-l_1}^{l_2} dx \int_{\sigma} \bar{\mathbf{B}} \times \mathbf{i} d\sigma = \frac{\bar{\mu}}{1 + N \frac{(\bar{\mu} - 1)}{4\pi}} \int_{\sigma} dz \int_{-l_1}^{l_2} \bar{\mathbf{H}}'_0 \times \mathbf{i} dx$$

dove σ è la sezione retta del fascio, l_1 e l_2 sono le distanze degli estremi del cilindro dal centro della spirale.

Ora l'integrale $\int_{-l_1}^{l_1} \bar{H}_0 \times i dx$ è uguale al lavoro che occorre fare per portare l'unità di polo magnetico dal punto $(-l_1, y, z)$ a (l_2, y, z) seguendo la retta che congiunge questi punti, cioè la differenza di potenziale fra essi.

Ora poichè la spirale di n spire è equivalente a n lamine magnetiche in serie, questa differenza di potenziale è data da $nI(4\pi - \omega - \omega')$ dove I è l'intensità massima della corrente in u.e.m.a.s. che attraversa la spirale, ω, ω' gli angoli solidi da cui è vista la spirale dai punti citati.

Ora nel caso di un cilindro lungo, come per esempio nella esperienza di DONATI, ω ed ω' hanno valori molto piccoli rispetto al termine 4π . Infatti in questo caso ω è al massimo l'angolo solido sotto cui è visto un cerchio di 50 cmq. di area da un punto posto sull'asse del cerchio stesso e distante da esso di un metro cioè si ha

$$\omega = 2\pi \left(1 - \frac{100}{\sqrt{100^2 + 4^2}} \right)$$

valore trascurabile rispetto a 4π . Quindi indicato con a il raggio del cerchio sezione, il secondo membro della (10) diviene

$$4\pi nI \frac{\frac{\bar{\mu}}{N(\bar{\mu} - 1)}}{1 + \frac{N(\bar{\mu} - 1)}{4\pi}} \pi a^2.$$

Nel primo membro invece $\int_{\sigma} \bar{B}' \times \bar{h} d\tau$ è il flusso $\bar{\Phi}$. Ora $\bar{\Phi}$ dal lato delle x positive ha l'espressione approssimata

$$\bar{\Phi}_0 e^{-\alpha_1 x}$$

e dall'altro lato

$$\bar{\Phi}_0 e^{-\alpha_2 x}.$$

La (10) diviene perciò:

$$\bar{\Phi}_0 \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} - \frac{e^{-\alpha_1 l_1}}{\alpha_1} - \frac{e^{\alpha_2 l_2}}{\alpha_2} \right) = 4\pi nI \frac{\frac{\bar{\mu}}{N(\bar{\mu} - 1)}}{1 + \frac{N(\bar{\mu} - 1)}{4\pi}} \pi a^2.$$

Questa equazione ci dice che α_1, α_2 sono in generale complesse perchè lo è $\bar{\mu}$; quindi per il solo effetto dell'isteresi vi è un'apparente velocità di propagazione del magnetismo.

Per meglio studiare questa apparente velocità di propagazione consideriamo un caso in cui la trattazione teorica è più esatta, sebbene la verifica sperimentale sia più difficile. S'immagini dunque lo spazio diviso in due parti mediante un certo piano, l'una di queste parti è occupata dall'aria, l'altra da un mezzo ferro-magnetico di permeabilità μ . Evidentemente data la grande permeabilità magnetica del ferro basterebbe in pratica prendere una lastra non troppo sottile, laminata però in modo da evitare le correnti indotte. Nello spazio occupato dall'aria si ponga un magnete parallelo al piano separatore distante da esso di $a/2$ e lungo $2l$. Si supponga che la massa magnetica sia alternativa cioè rappresentabile con la relazione $e^{i\omega t}$. Tutto ciò può essere realizzato prendendo una bobina lunga e stretta percorsa da corrente alternata. In queste condizioni è possibile applicare la nostra teoria. Poniamo perciò un sistema di coordinate cartesiane con l'origine coincidente nel punto di mezzo del magnete, l'asse z normale del piano separatore e l'asse y coincidente con l'asse del magnete. Il potenziale totale nello spazio occupato dall'aria è dato da ⁽¹⁾

$$\bar{\psi} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y+l)^2 + z^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-l)^2 + z^2}} - \frac{\bar{\mu}-1}{\mu+1} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + (y+l)^2 + (z+a)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2 + (y-l)^2 + (z+a)^2}} \right).$$

Calcoliamo ora per semplicità la forza magnetica lungo l'asse z ($x=0$, $y=0$) che avrà direzione costante parallela a y . Perciò per trovarla basterà derivare rispetto a y . Ci occuperemo poi del suo modulo anzi della fase di esso.

$$\bar{H} = \frac{2l}{(l^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - 2 \frac{\bar{\mu}-1}{\mu+1} \frac{l}{(l^2 + (z+a)^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Supponiamo $\frac{\bar{\mu}-1}{\mu+1} = \epsilon + i\rho$; si ottiene che la fase φ di H è data da

$$\text{tang } \varphi = \frac{\frac{-\rho}{(l^2 + (z+a)^2)^{\frac{3}{2}}}}{\frac{1}{(l^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{\epsilon}{(l^2 + (z+a)^2)^{\frac{3}{2}}}}.$$

(1) Vedi il problema analogo nei dielettrici. BURGATTI, *Lezioni sulla teoria matematica dell'elettricità e magnetismo*, pag. 148 (in litografia).

Come si vede lo spostamento di fase al crescere di z non è lineare quindi non si può parlare di velocità di propagazione costante. Però prendiamo per μ il valore $800 - i600$ e calcolando la velocità $a = 4$ si ottiene per V il valore 38.10^5 cm./sec. per $\omega = 264$. Come si vede V , sia pure differente a seconda delle diverse condizioni sperimentali ⁽¹⁾ in cui si opera, si conserva sempre sufficientemente dello stesso ordine di grandezza.

Concludendo si può dire che per l'effetto dell'isteresi vi è un apparente velocità di propagazione del magnetismo che si accorda, almeno come ordine di grandezza, con i dati sperimentali. Vogliamo però osservare che mentre il valore di V calcolato come effetto delle correnti indotte dipenderebbe dalla frequenza in modo complicato, trovato come effetto dell'isteresi entro i limiti della frequenza ordinaria sarebbe proporzionale alla frequenza stessa.

Applicazioni all'elasticità.

10. Vogliamo ora vedere che il metodo esposto vale anche per altri casi di ereditarietà lineare. Riservandoci di trattare in altra occasione il problema dell'isteresi dielettrica, del resto analogo a quello studiato ora, occupiamoci della questione dell'elasticità ereditaria nei corpi isotropi.

Indichiamo con β l'omografia degli sforzi interni, con α quella delle deformazioni; il VOLTERRA stabilisce fra queste due omografie la relazione

$$(11) \quad \beta(t) = -KI_1(\alpha(t)) - \int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau)I_1(\alpha(\tau))d\tau - LD\alpha(t) - \int_{-\infty}^t \psi(t-\tau)D\alpha(\tau)d\tau.$$

Supponiamo ora che le forze di massa e quelle di superficie siano periodiche di periodo T , cioè che si possano mettere rispettivamente sotto la forma

$$\rho \sum_h e^{i\omega_h t} \bar{F}_h, \quad \sum_h e^{i\omega_h t} \bar{R}_h.$$

⁽¹⁾ Infatti per esempio il DONATI trovò $V = 10^5$. Bisogna però osservare che in queste esperienze intervenivano le correnti di FOUCAULT di cui non si è tenuto alcun conto.

Perciò saranno periodici anche gli spostamenti che si potranno mettere pure sotto la forma

$$\sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} \bar{g}_h.$$

Analogamente si potrà scrivere per β e α

$$\sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} \bar{\beta}_h, \quad \sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} \bar{\alpha}_h.$$

Sarà intanto $\rho F_h = \text{grad } \bar{\beta}_h$ (in tutto il corpo), $\bar{\beta}_h \mathbf{n}$ (in superficie del corpo) essendo $\mathbf{n}$ la normale interna alla superficie stessa.

Allora posto $t - \tau = s$ la (11) si può scrivere:

$$\begin{aligned} \sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} \bar{\beta}_h = & -K \sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} I_1(\bar{\alpha}_h) - \sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} I_1(\bar{\alpha}_h) \int_0^{\infty} \varphi(s) e^{-i h \omega s} ds - L \sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} D \bar{\alpha} - \\ & - \sum_0^{\infty} e^{i h \omega t} D \bar{x}_h \int_0^{\infty} \psi(s) e^{-i h \omega s} ds. \end{aligned}$$

Quindi se supponiamo

$$\begin{aligned} \bar{K}_h &= K + \int_0^{\infty} \varphi(s) e^{-i h \omega s} ds \\ \bar{L}_h &= L + \int_0^{\infty} \psi(s) e^{-i h \omega s} ds \end{aligned}$$

si ha eguagliando i termini che contengono $e^{i h \omega t}$

$$\bar{\beta}_h = -\bar{K}_h I_1(\bar{\alpha}_h) - \bar{L}_h D \bar{x}_h.$$

Dunque la relazione, per ogni armonico fra omografia degli sforzi e omografia delle deformazioni è la stessa che nel caso non ereditario, basta attribuire dei valori complessi ai coefficienti di elasticità. Perciò le equazioni dei due casi sono identiche e valgono quindi le stesse soluzioni ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Si osservi che le $\bar{K}_h$ e $\bar{L}_h$ si possono determinare direttamente con l'esperienza.

11. L'energia dissipata per isteresi è data dal coefficiente dell'immaginario dell'espressione

$$\pi \left(\sum_0^\infty \int_S \rho \bar{F}_h \times s'_h dS + \sum_0^\infty \int_\sigma \bar{R}_h \times s'_h d\tau \right).$$

Dove S è il volume del corpo e σ la superficie che lo limita. Questa espressione con noti metodi si trasforma subito nell'altra

$$-\sum_0^\infty \int_S I_1 \left(\bar{\beta}_h \frac{d\bar{s}'_h}{dP} \right) dS.$$

Calcoliamo questa invariante. Essendo

$$\bar{\beta}_h \frac{d\bar{s}'_h}{dP} = -\bar{K}_h I_1(\bar{\alpha}_h) \bar{\alpha}_h - L_h D\bar{\alpha}_h \bar{\alpha}_h$$

si ha

$$-I_1 \left(\bar{\beta}_h \frac{d\bar{s}'_h}{dP} \right) = \bar{K}_h I_1(\bar{\alpha}_h) I_1(\bar{\alpha}'_h) + \bar{L}_h I_1(D\bar{\alpha}_h \cdot D\bar{\alpha}'_h).$$

Scomponiamo ora $D\bar{\alpha}_h$ nelle sue componenti; si ottiene

$$D\bar{\alpha}_h = \gamma_h + i\delta_h$$

$$D\bar{\alpha}'_h = \gamma_h - i\delta_h$$

$$I_1(D\bar{\alpha}_h D\bar{\alpha}'_h) = I_1(\gamma_h^2 + \delta_h^2)$$

cioè:

$$-I_1 \left(\bar{\beta}_h \frac{d\bar{s}'_h}{dP} \right) = K_h (I_1^2(\gamma_h) + I_1^2(\delta_h)) + \bar{L}_h I_1^2(\gamma_h^2 + \delta_h^2).$$

Ora le espressioni moltiplicate per K_h e L_h sono reali, ne viene che indicate con ρ_h e θ_h i coefficienti dell'immaginario di K_h , L_h , si ha per l'energia dissipata per isteresi la forma

$$\pi \left(\sum_0^\infty \rho_h (I_1^2(\gamma) + I_1^2(\delta)) + \theta_h I_1(\gamma^2 + \delta^2) \right)$$

dove θ_h e ρ_h hanno rispettivamente il valore

$$\theta_h = -\int_0^\infty \varphi(s) \sin h\omega s ds, \quad \rho_h = -\int_0^\infty \psi(s) \sin h\omega s ds.$$

Queste grandezze devono generalmente essere diverse da 0 e positive

per essere d'accordo con l'esperienza che mostra esservi in ogni caso energia dissipata per isteresi ⁽¹⁾.

Una condizione sufficiente affinché θ_h e ρ_h siano tali è che siano $\varphi(s)$ e $\psi(s)$ sempre negative e decrescenti in valore assoluto. Sotto condizioni analoghe il VOLTERRA ⁽²⁾ ha dimostrato che nel caso delle vibrazioni di una corda in assenza di forze, non è possibile avere un moto periodico. Il teorema si può facilmente generalizzare per un corpo elastico isotropo qualunque sotto la forma:

Se θ_h e ρ_h sono diverse da zero e dello stesso segno e non esistono forze applicate non è possibile che un corpo elastico isotropo abbia un moto periodico.

Infatti se ciò fosse possibile si potrebbero applicare le nostre equazioni. Si avrebbe così per l'armonico h

$$-\rho \frac{d^2}{dt^2} e^{ih\omega t} \bar{s}_h = e^{ih\omega t} \text{grad } \bar{\beta}_h$$

$$\bar{\beta}_h n = 0$$

cioè ⁽³⁾

$$\omega^2 h^2 \bar{s}_h = \text{grad } \bar{\beta}_h$$

quindi

$$\omega^2 h^2 \bar{s}_h \times \bar{s}'_h = \text{grad } \bar{\beta}_h \times \bar{s}_h.$$

Integrando questa espressione su tutto il volume del corpo e facendo trasformazioni analoghe alle precedenti si avrebbe

$$-\omega^2 h^2 \int_S \bar{s}_h \times \bar{s}'_h dS = \int_S I_1 \left(\bar{\beta}_h \frac{d\bar{s}_h}{dP} \right) dS.$$

Ora il primo membro è reale mentre il secondo per le ipotesi fatte è complesso quindi questa eguaglianza non è possibile se non per $s = 0$ il che dimostra il teorema enunciato.

⁽¹⁾ Più precisamente occorre che sia $\theta_h > 0$ e ρ_h tale da rendere positiva l'espressione ora scritta. La stessa osservazione vale per il teorema che segue.

⁽²⁾ Rendiconti Accademia dei Lincei, 2° semestre, 1912, pag. 10.

⁽³⁾ Supponiamo per semplicità $\rho = 1$.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

LUIGI BIANCHI in Pisa - SALVATORE PINCHERLE in Bologna

TULLIO LEVI-CIVITA in Roma - FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

"SCIENTIA" RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — «SCIENTIA» pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di «SCIENTIA», Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 130 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE

MARZO 1928

ANNO V - N. 3

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATO IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

JUL 20 1928

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

A. CARRELLI: *Sulle relazioni intercedenti fra le varie statistiche e la meccanica ondulatoria.* — R. ARIANO: *La resistenza a compressione della gomma.* — G. MADIA: *La teoria dinamica dell'elettromagnetismo nei riguardi delle forze ponderomotrici.* — RIVISTA: O. M. CORBINO: *Diagramma rappresentativo degli stati quantici e della formazione degli elementi nel sistema periodico.* — R. ACCADEMIA DEI LINCEI: (Sunti).



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE, R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCIANTI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

SULLE RELAZIONI INTERCEDENTI FRA LE VARIE STATISTICHE E LA MECCANICA ONDULATORIA

Nota di A. CARRELLI

Sunto. - *La statistica naturale o di BOLTZMANN e le due statistiche moderne, quella di BOSE e quella di FERMI, calcolano il numero di complessioni in base a due principi diversi. In questa Nota si mostra come mediante la meccanica ondulatoria è possibile ricavare tutte e tre le statistiche in base ad un procedimento unico e cioè determinando il numero di soluzioni distinte dell'equazione di SCHRÖDINGER relativa al problema considerato.*

Nello stato attuale delle nostre conoscenze siamo in possesso di tre distinti tipi di statistiche. Si ha infatti la statistica cosiddetta naturale o di BOLTZMANN, che fino a poco tempo fa era l'unica nota e che si mostrava in accordo coi risultati sperimentali nel maggior numero dei casi quando si considerano alte temperature, ed ancora la statistica proposta da BOSE, che sembra attualmente quella caratteristica dei quanti di luce, infine quella di FERMI relativa alle monadi materiali siano esse elettroni o molecole gassose. Si è dunque in presenza di tre diversi tipi di ragionamento, che sono ognuno caratteristico di una di queste statistiche pur avendo in comune il principio fondamentale di riferirsi allo spazio di fase per descrivere lo stato dell'insieme e di considerare questo spazio di fase diviso in volumi elementari. Se ora si confronta il ragionamento che porta alla statistica di BOLTZMANN con quelli che portano rispettivamente alla statistica di BOSE o di FERMI si vede subito che la diversità intercedente fra il vecchio tipo (naturale o di BOLTZMANN) e i due nuovi, consiste nel fatto che nel primo si distribuiscono le monadi, che nelle considerazioni di BOLTZMANN sono le particelle gassose, fra i vari elementi dello spazio di fase, e cioè le celle, mentre nelle altre due statistiche si distribuiscono le celle fra gl'individui, siano essi quanti di luce o particelle materiali. Lo scopo di questa Nota è d'interpretare la diversità sopraccennata. Per risolvere tale problema ci porremo dal punto di vista della meccanica ondula-

toria e ci limiteremo al caso molto semplice del gas unidimensionale.

La soluzione della questione enunciata può facilmente trovarsi in base ad un risultato di EHRENFEST e UHLENBECK ⁽¹⁾, i quali hanno mostrato che la meccanica ondulatoria è in grado d'interpretare tutte e tre le statistiche. Nel caso che si considera e cioè nel caso del problema unidimensionale, supponiamo che il gas sia costituito da N molecole identiche di massa m ; allora l'equazione di SCHRÖDINGER relativa a questo problema è evidentemente

$$(1) \quad \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2}{\partial x_N^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E \right] \psi = 0$$

dove E è l'energia totale del sistema. Le soluzioni della (1) sono del tipo

$$(2) \quad \psi = \sin k_1 x_1 \sin k_2 x_2 \dots \sin k_N x_N;$$

in queste espressioni le k sono dei numeri interi e l'energia totale E è data dall'espressione

$$E = \frac{h^2}{8\pi^2 m} k_1^2 + \frac{h^2}{8\pi^2 m} k_2^2 + \dots + \frac{h^2}{8\pi^2 m} k_N^2.$$

Gli A.A. notano allora che se s'indica con n_i il numero delle k uguali al valore i , il numero delle soluzioni del tipo (2) distinte fra di loro per gli stessi valori dei numeri n è dato da

$$(3) \quad \frac{N!}{n_1! n_2! \dots}$$

e si ha cioè un numero eguale al numero di complessioni calcolato alla maniera di BOLTZMANN, mentre se si considerano come soluzioni distinte soltanto quelle costruite mediante il tipo (2) o simmetriche o antisimmetriche, si passa dalla statistica di BOLTZMANN rispettivamente a quella di BOSE o a quella di FERMI.

Posto ciò noi noteremo che qualunque sia il tipo di statistica che si considera, il problema dell'equilibrio termodinamico di una massa gassosa o di un insieme di quanti di luce è sempre connesso al problema del calcolo della probabilità termodinamica W . Abbiamo visto che c'è una diversità notevole fra le tre statistiche nel modo come arrivare alla determinazione di W . Ma ponendoci dal punto di vista della meccanica ondulatoria bisogna vedere in che cosa consista il computo del numero W . Il numero W rappresenta il

(1) « Zeit. für Phys. », 41 Bd., pag. 24, 1927.

numero di modi nei quali può ottenersi una certa distribuzione di energia fra le varie monadi; ma ogni soluzione (2) dell'equazione di SCHRÖDINGER rappresenta una distribuzione di energia fra le particelle, perchè ogni soluzione del tipo (2) ci dice quale quantità d'energia $\epsilon = \frac{h^2}{8\pi m} k^2$ compete ad ogni singola particella e il numero W è

dunque in meccanica ondulatoria, qualunque sia il ragionamento statistico che si vuole adottare, il numero delle soluzioni distinte dell'equazione di SCHRÖDINGER relativa al problema considerato. Ora le grandezze che intervengono nelle varie statistiche sono le seguenti: numero degli elementi, siano essi molecole, elettroni o quanti di luce, che sono compresi in un piccolo intervallo energetico ΔE compreso fra i valori E_i e $E_i + \Delta E$ dell'energia, e questo numero che indichiamo con N_i si ritrova analogamente nel problema ondulatorio; numero A_i di celle, che sono caratterizzate dal fatto che sono quelle che contengono gli elementi la cui energia è compresa fra i valori E_i e $E_i + \Delta E_i$, ora nel problema ondulatorio ogni k distinto rappresenta un particolare valore dell'energia, quindi il numero A_i nel problema ondulatorio corrisponde al numero dei k distinti; in fine il numero degli elementi che si ritrovano nella stessa cella, e questo è dato dal numero n_i che è il numero dei k uguali ad i . In tal modo abbiamo ritrovato nel problema ondulatorio tutte le grandezze che compaiono nel ragionamento. Se ora non si fa alcuna ipotesi sulle soluzioni (2), ammettendo che siano distinte quelle che hanno le k distinte, il numero delle soluzioni del tipo (2) e cioè il numero W è evidentemente quello dato da (3) e così si ottiene il risultato della statistica di BOLTZMANN; ma l'ammettere le (2) tutte distinte le une dalle altre purchè siano distinte le x non è in accordo con i postulati quantistici come ha mostrato l'analisi di DIRAC⁽¹⁾; per ciò si richiede che le soluzioni delle (1) siano o simmetriche o antisimmetriche nelle variabili. Dunque se si rimane nella teoria quantistica le soluzioni delle (1) possono essere (1) del tipo

$$(I) \quad \psi = \sum \text{sen } k_1 x_{p_1} \text{ sen } k_2 x_{p_2} \dots \text{sen } k_N x_{p_N}$$

(simmetriche) dove le $p_1 \dots p_N$ rappresentano una permutazione delle x e dove la somma è estesa a tutte le permutazioni. Quante sono allora le ψ distinte?

Il numero delle k distinte è A_i , ma nelle soluzioni di tipo I non tutte le k devono necessariamente essere distinte nè tutte de-

(1) DIRAC, « Proc. of the Roy. Soc. », vol. 114, pag. 661 (1926).

vono necessariamente comparire. Sia dunque $p_0 A_i$ il numero delle k che non compaiono, $p_1 A_i$ quelle che compaiono una volta sola, $p_2 A_i$ quelle che compaiono due volte ecc..., il numero di soluzioni distinte di tipo I che può ottenersi con le suddette condizioni è uguale al numero di modi nei quali A_i elementi possono distribuirsi così che $p_0 A_i$ godano di una certa proprietà, $p_1 A_i$ di un'altra proprietà e così via. Il numero di soluzioni distinte di tipo I è dunque

$$W = \frac{A_i!}{p_0 A_i! p_1 A_i! p_2 A_i! \dots}$$

e cioè si giunge senza nessuna modifica nel ragionamento, per il solo fatto della presenza di soluzioni simmetriche, alla statistica di BOSE.

Le soluzioni possono ancora essere del tipo

$$\psi = \begin{vmatrix} \sin k_1 x_1 & \dots & \sin k_1 x_N \\ \sin k_2 x_1 & \dots & \sin k_2 x_N \\ \dots & \dots & \dots \\ \sin k_N x_1 & \dots & \sin k_N x_N \end{vmatrix}$$

(antisimmetriche) e quante sono in questo caso le ψ distinte? Evidentemente ora le n sono o 0 o 1 ed il numero dei determinanti che possono costruirsi è dato dal numero dei modi nei quali possono distribuirsi A_i oggetti rappresentati dai valori k distinti sugli N posti rappresentati dalle particelle materiali. Il numero delle soluzioni distinte è in tal caso

$$W = \frac{A_i!}{N_i! (A_i - N_i)!}$$

e cioè si giunge alla statistica di FERMI.

Concludendo si è dimostrato che il problema fondamentale della statistica e cioè il calcolo del numero di complessioni, considerato diversamente nelle tre statistiche naturali, di BOSE e di FERMI, nella meccanica ondulatoria viene risolto con un procedimento unico e cioè mediante il computo delle soluzioni distinte dell'equazione di SCHRÖDINGER relativa al problema considerato.

LA RESISTENZA A COMPRESSIONE DELLA GOMMA

Nota di RAFFAELE ARIANO

Sunto. - In questa Memoria si esamina l'andamento delle curve di compressione, del coefficiente di POISSON, del lavoro di deformazione per gomme vulcanizzate. Le prime sono iperboli o rette a seconda che i carichi sono riferiti alle sezioni iniziali o a quelle attuali.

Ravvicinando queste curve alle corrispondenti di trazione si ha nell'origine degli assi (stato indeformato) un punto singolare.

Pel coefficiente di POISSON si riportano i valori in un ampio intervallo e si dimostra ch'esso varia da 0,5 all' ∞ .

Pel lavoro di deformazione si ricavano delle espressioni logaritmiche.

Un breve cenno è dato anche delle gomme non vulcanizzate per le quali si segnala l'esistenza di un « carico di fluidificazione ».

Introduzione.

1. L'argomento è stato poco studiato, per ciò che è relativo alla gomma vulcanizzata. La magra bibliografia non dà nemmeno traccia di concordanza di opinioni sull'andamento delle curve sforzi-contrazioni.

Infatti mentre dalle prove di BOILEAU ⁽¹⁾ e VAN HEURN ⁽²⁾ si deduce per le predette curve un andamento analogo a quello delle curve di trazione, le esperienze di STÉVART ⁽³⁾ su anelli portano per le curve: altezze del provino-carichi, ad un andamento iperbolico con assintoto l'asse dei carichi.

A queste prove il WHITBY ⁽⁴⁾ obietta che, partendo lo STÉVART da carichi notevoli che riducevano senz'altro l'altezza del provino di $1/3$, non è detto che la curva non sia effettivamente un S , il cui tratto iniziale non è stato individuato.

⁽¹⁾ « C. R. », 1856, 42, 933.

⁽²⁾ « Meded Delft », 1916, pag. 249.

⁽³⁾ « Bulletin du Musée de l'Industrie de Belgique », 1871 e 1873 e *Résultats d'expériences sur l'élasticité du caoutchouc vulcanisé*, edito da Gauthier-Villars, Parigi, 1888.

⁽⁴⁾ « Plantation Rubber and the Testing of Rubber ».

L'equazione ricavata ⁽¹⁾ per la curva di compressione è

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{\sqrt{\frac{KHP}{S} + 1}}$$

(H = altezza iniziale, h = altezza col carico P ; S = Sezione iniziale dell'anello, K = costante, che lo STÈVART trova compresa fra 290 e 300).

Ho ripreso l'argomento servendomi dell'apparecchio fotografato in fig. 1. Trattasi in sostanza di un piano A fisso e di uno B mobile (guidato dalle colonnine graduate C).

L'abbassamento del piano B può essere ottenuto a mezzo dell'apparecchio traente di un usuale dinamometro munito di registratore, attaccando la parte mobile al gancio G . Nelle prove di cui qui si riportano i risultati numerici si è invece sempre proceduto all'applicazione di pesi a mano, dovendo misurare anche i diametri. Questa misura per un dato diametro può farsi a mezzo delle due asticcioline terminanti a punta D (graduate e munite di nonio) portate da corsei mobili lungo le colonnette E di guida. Naturalmente quando interessa misurare un solo diametro è più conveniente far uso di calibri; perciò le colonnette E , fissate al piano A , sono asportabili.

Le prove sono eseguite su cilindretti vulcanizzati entro stampo. I diametri e le altezze erano variabili; però va tenuto presente che ove occorra raggiungere schiacciamenti ragguardevoli essi vanno

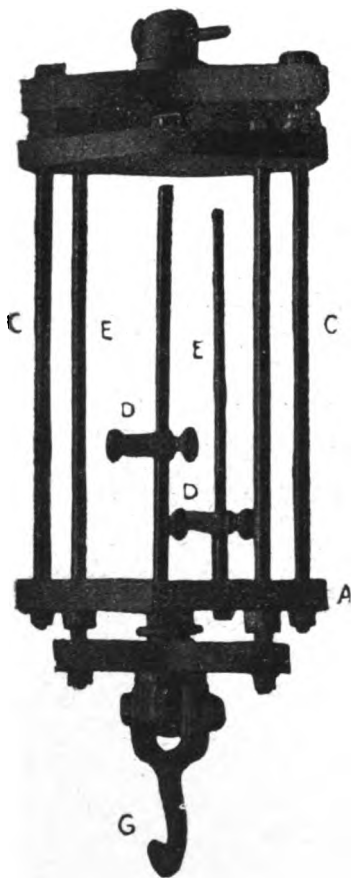


Fig. 1

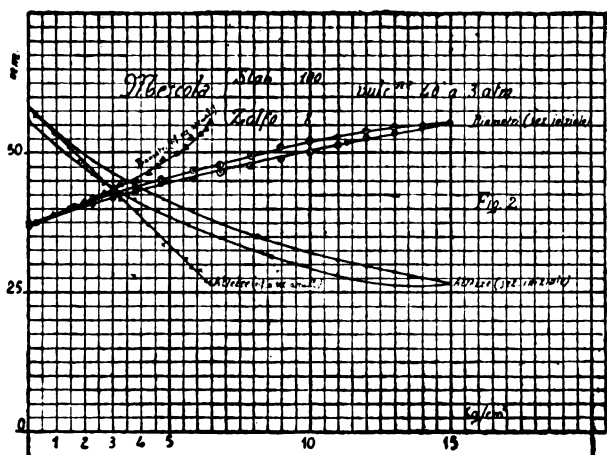
⁽¹⁾ Per un'esposizione abbastanza estesa delle prove di questo Autore si veda HINRICHSSEN e MEMMLER *Der Kautschuk und seine Prüfung*. Hirzel, Lipsia, 1910, pagg. 188-196.

Esperienze recenti di BIRKITT (*The stress-strain relationship of Rubber under Compression* nel « J. of Inst. of the Rubber Industry », 1916, 1, 368) condotte sulla parte centrale degli usuali anelli Schopper, hanno portato a curve senza flessio. Trattasi però di provini molto sottili (spessore di 3 m/m).

bene proporzionati per evitare che il provino si infletta. Gli schiacciamenti erano limitati al 55 % al massimo per evitare l'impiego di grandi carichi. L'intervallo studiato (schiacciamenti da 0 a 55 %) è però abbastanza esteso per poter ammettere che i risultati ottenuti siano generali.

L'andamento delle curve di compressione.

2. In figura 2 sono raccolte le curve aventi per ascisse i carichi unitari (carichi applicati divisi per le sezioni iniziali) durante la fase di applicazione e quella successiva di sottrazione dei carichi, e per ordinate le altezze e i diametri di un cilindretto fatto con la



mescola formata da 100 parti di gomma della qualità *slab* e 8 parti (in peso) di zolfo ⁽¹⁾. Si ha così un'idea dell'andamento dei cicli d'isteresi relativi alla compressione. Vi appare l'assenza di flessi e la concordanza — almeno qualitativa — col comportamento previsto da STÉVART per le curve di compressione.

(¹) La vulcanizzazione aveva luogo in caldaia per 40' con vapore a 3 atm. Per questa mescola si riportano più dettagli, perchè essa ha formato oggetto di esame nel mio studio sulla trazione (« Nuovo Cimento », Ottobre-Novembre-Dicembre 1925) e quindi sono possibili dei ravvicinamenti fra trazione e compressione. Si noti che qui ci si riferisce a gomma non invecchiata, e a provini relativamente di piccolo diametro, per i quali è logico ritenere vi sia pratica uniformità di proprietà per i diversi tubetti elementari da cui può ritenersi costituito il cilindretto. Il perchè di questa riserva risulterà da considerazioni che svolgerò in altra Nota.

Nello stesso diagramma sono riportati:

a) la curva che dà le altezze del provino in funzione dei carichi riferiti alle sezioni attuali, calcolate in base ai valori misurati del diametro (si veda la tabella 1); questa curva è una retta, sensibilmente tangente nell'origine alla curva di compressione avente sull'asse delle ascisse i carichi riferiti alla sezione iniziale;

b) la curva che dà i diametri del provino in funzione dei carichi riferiti alla sezione attuale; questa curva rivolge la concavità all'asse dei diametri.

Per la stessa mescola si sono calcolati i valori delle contrazioni longitudinali $y \left(y = \frac{h_i - h_a}{h_i} \right)$, dove h_a = altezza attuale, h_i = altezza iniziale)

e delle dilatazioni trasversali $y' \left(y' = \frac{d_a - d_i}{d_i} \right)$, dove d_a = diametro attuale, d_i = diametro iniziale) — Questi valori sono contenuti nella tabella 1.

Nella figura 3 si riportano i diagrammi aventi per assi coordinati $x - y$; $X - y$; $x - y'$; $X - y'$; dove y e y' hanno il significato avanti indicato, X = carichi riferiti alla sezione iniziale, x = carichi riferiti alla sezione attuale.

La curva $y - X$ è un'iperbole la cui equazione è

$$(1) \quad Xy + BX + Cy = 0$$

con $B = -0.95$, $C = 113$. Ciò si verifica notando la pratica concordanza fra i valori di y calcolati servendosi di questa formola e quelli determinati sperimentalmente in corrispondenza agli stessi valori di X , valori che sono riportati nella tabella 1. Inoltre lo si verifica osservando che la prospettiva fra la punteggiata delle X e quella delle y corrispondenti ⁽¹⁾ ha per centro di prospettiva il punto di ascisse -94.4% e di ordinata 113 (fig. 3).

La curva $y - x$ è una retta di cui la tangente dell'angolo formato con l'asse delle y è 118, vale a dire coincide con $-\frac{C}{B}$.

Ora

$$\left(\frac{dX}{dy} \right)_{y=0} = -\frac{C}{B}$$

quindi « la retta $y - x$ è tangente nell'origine all'iperbole $y - X$ ».

Nella stessa figura 3 è riportata la curva $y' - X$. Questa curva è sensibilmente una curva di 3° ordine. Infatti per variazioni nulle

⁽¹⁾ Nei riguardi di questa prospettiva si vedano le considerazioni svolte nella mia Nota: *La resistenza a trazione della gomma vulcanizzata*. Nota II, « Nuovo Cimento », 6, 1927.

Miscela 100 Stab + 88 — vulc. 40' a 8 atm.
Equazione della curva: $Xy - 0,95X + 118y = 0$.

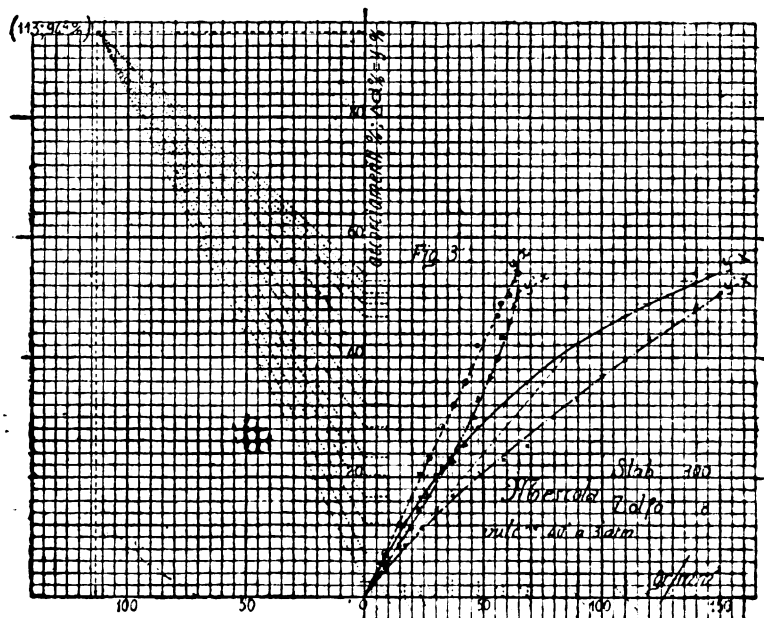
TABELLA I.

X gr./mmq.	x gr./mmq.	Altezza provino mm.	y mm.	y'	Sezioni mmq.	Volumi mm. ³	$\Delta P\%$	y calcolati	$S_a(1-y)$ costante	$\frac{1}{\sigma}$ sperim.	$\frac{1}{\sigma}$ teorico
0	0	58,2	—	—	1060,7	61784	—	—	—	—	—
3 —	2,85	56,7	0,0257	0,0391	1110,36	62957,41	1,9	0,0245	1077	1,112	1,186
9,50	8,45	53,8	0,0756	0,0557	1182,37	63611,51	3	0,0786	1087,7	1,357	1,859
17 —	14,3	51	0,1237	0,0857	1250,36	63768,86	3,2	0,1241	1087,8	1,431	1,865
23,5	19,5	48,5	0,1666	0,1156	1320,3	64034,55	3,7	0,1634	1095,8	1,614	1,448
30 —	22,8	46,35	0,2086	0,1455	1392,05	64521,52	4,5	0,1985	1093,7	1,400	1,400
37 —	27,01	44,52	0,2888	0,17	1452,2	64651,94	4,7	0,2347	1108,6	1,372	1,838
48 —	32,6	41,7	0,3835	0,2108	1555,28	64855,17	5	0,288	1104,2	1,844	1,847
58,5	38,6	39,5	0,3213	0,2285	1601,1	63248,45	2,6	0,3289	1088,7	1,406	1,402
68,5	42,4	37,25	0,3599	0,253	1698,28	63259,06	2,5	0,3681	1086,8	1,422	1,878
79,5	46,1	35,4	0,3917	0,3006	1794,51	63525,6	2,9	0,3928	1094,6	1,308	1,308
89,5	48,1	33,7	0,421	0,3319	1880,9	63886,38	2,6	0,4199	1090,9	1,268	1,270
100 —	53	32,5	0,441	0,3659	1979,28	64324,97	4,1	0,445	1108,8	1,205	1,207
110 —	56,1	31	0,4673	0,3986	2074,9	64324,69	4,19	0,4688	1099,7	1,172	1,174
120 —	57,6	29,74	0,489	0,434	2181,28	63871,27	3,46	0,489	1112,4	1,126	1,144
180 —	61,1	28,73	0,5068	0,4585	2256,42	64326,94	5,01	0,508	1105,6	1,104	1,105
140 —	63	27,5	0,5274	0,4857	2341,4	64888,5	4,29	0,5258	1100,4	1,085	1,082
150 —	64,5	26,7	0,5412	0,5102	2419,22	64643,17	4,71	0,5415	1112,8	1,06	1,06

di volume (e come si dirà in seguito ciò è quanto praticamente qui avviene) la sua azione — come si dimostra facilmente — è

$$(2) \quad (1 + y')^2 [C + (B + 1)X] = X + C.$$

Il valore di B è in genere molto vicino a -1 — come si vedrà anche in seguito — nel mentre C è dell'ordine delle centinaia; ne



deriva che si può in prima approssimazione scrivere la precedente equazione sotto la forma

$$(2') \quad C(1 + y')^2 = X + C$$

equazione questa d'una parabola.

Per la curva $y' - x$, dalla equazione

$$(3) \quad x = -\frac{C}{B} y$$

che, come sopra si è detto, caratterizza la retta $x - y$, si ricava, nell'ipotesi dell'invarianza di volume, l'equazione

$$(4) \quad (1 + y')^2 \left(1 + \frac{B}{C} x\right) = 1$$

curva pur essa di terzo ordine.

Le due curve di equazione (2) e (4) hanno comune tangente nell'origine. Questa tangente è la retta il cui coefficiente di direzione (rispetto all'asse y') è

$$-\frac{2C}{B}, \text{ ossia nel caso nostro: } 226.$$

Ciò è verificato anche quantitativamente nel nostro caso, a meno di un piccolo errore (invece di 226 si calcola 238).

La tangenza nell'origine di $\frac{dx}{dy}$ e $\frac{dX}{dY}$; e di $\frac{dx}{dy'}$ e $\frac{dX}{dY'}$ è d'altronde così logica che non mi pare valga la pena di insistere su ciò.

Le fig. 4 e la tabella 2 riproducono le curve analoghe e i relativi dati per una miscela pratica, adatta per confezione di gomme piene.

Anche qui sono verificate le condizioni:

curva $X - y$: iperbole ($B = -0,99$; $C = 532$);

curva $x - y$: retta — Coefficiente di direzione $534 \left(-\frac{C}{B} = 547 \right)$;

curve $X - y'$ e $x - y'$ con tangente comune nell'origine avente per coefficiente di direzione $1170 \left(-\frac{2C}{B} = 1194 \right)$.

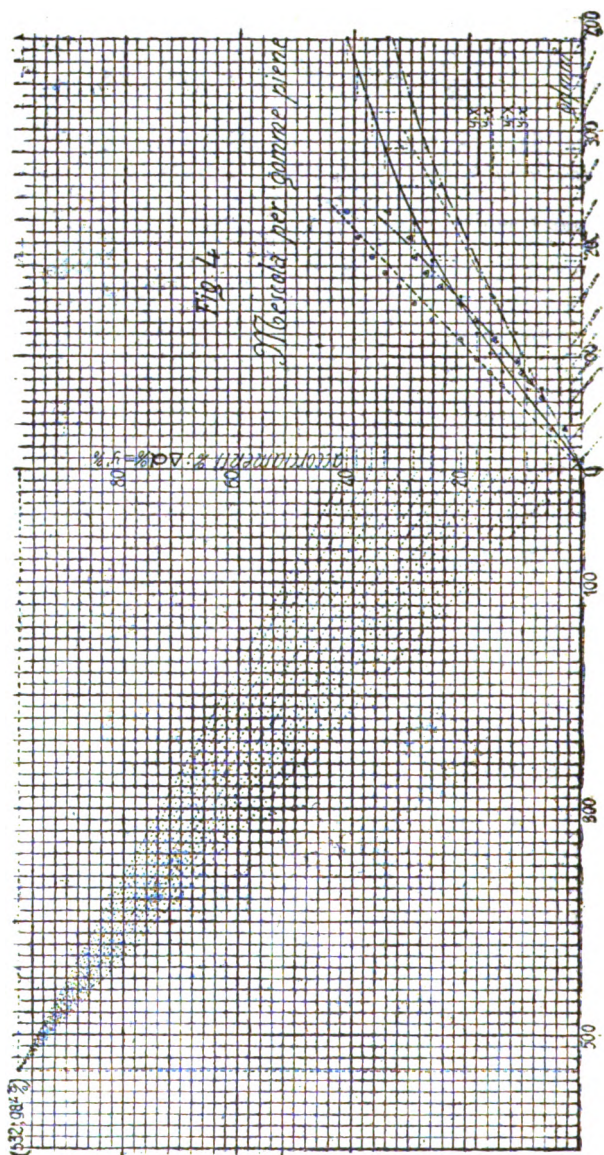
Si noti come B sia variato di pochissimo, pur variando totalmente il tipo di miscela, nel mentre è nettamente cresciuto C , passando dalla miscela senza ingredienti alla miscela carica.

Connessione fra curve di trazione e curve di compressione.

3. È naturale domandarsi se le curve di trazione e quelle di compressione di una stessa mescolanza di gomma e zolfo, o di gomma zolfo e ingredienti possono essere disposte l'una di seguito all'altra, come due parti di un'unica curva, o se ciò non è vero.

Chi esamini i valori dei coefficienti di direzione della tangente nell'origine alle curve di trazione e a quelle di compressione per la miscela: Slab 100 + solfo 8 (40' a 3 atm.) di cui è detto nel mio citato articolo sulla resistenza a trazione e nel paragrafo precedente, vede che questa continuità non v'è, nel senso che all'inizio la deformabilità per compressione è minore di quella per trazione.

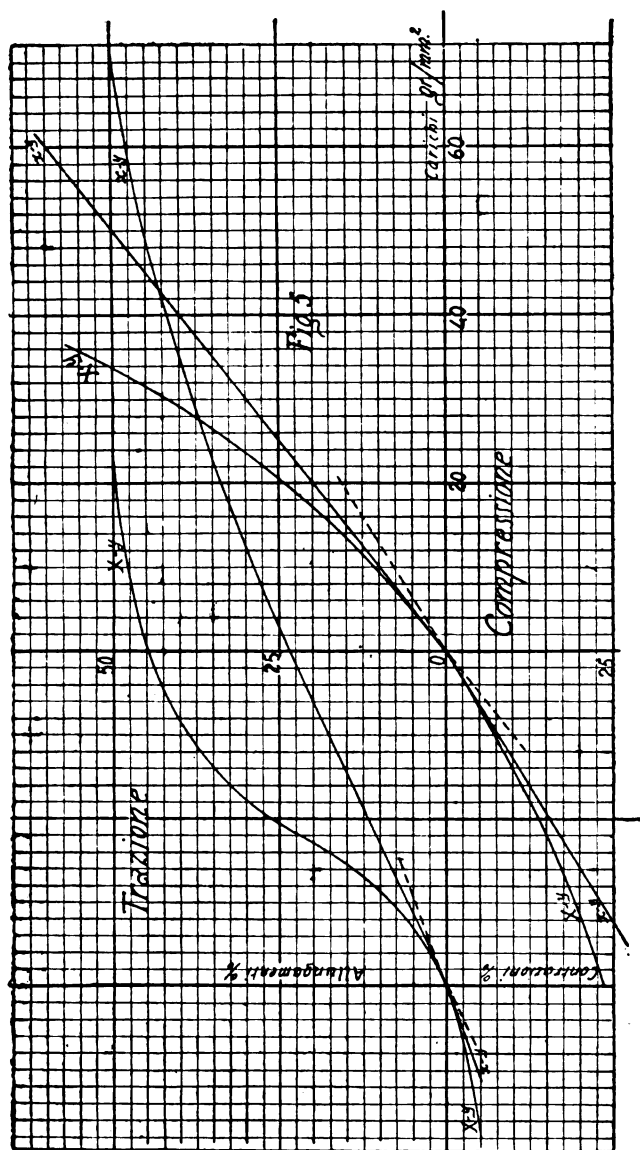
Ciò m'è risultato vero esaminando delle mescole le più diverse. In fig. 5 riporto schematicamente (parte sinistra della figura) le curve $X - y$, e $x - y$ relative alla trazione e alla compressione per una stessa miscela. Vi si rileva che la tendenza ad una continuità v'è; ma il passaggio dall'uno all'altro tipo di sollecitazione implica



Miscela per gomma piena
Equazione della curva: $Xy = 0,99X + 583y - 0$.

TABELLA II

X gr./mmq.	x gr./mmq.	Altezza del provino	y	d mm.	y'	Sezioni mmq.	Volumi mm ³ .	$\Delta P\%$	y calcolati	$\frac{1}{\sigma}$ sperim.	$\frac{1}{\sigma}$ calcolati
0	0	89	—	29,41	—	678,98	26490,2	—	—	—	—
38,59	36,21	86,90	0,0588	30,86	0,082	728,56	26699,4	+ 0,82	0,0669	1,68	1,67
72,17	63,29	84,5	0,1158	31,47	0,07	777,44	26821,7	+ 1,28	0,1182	1,64	1,64
88,45	74,85	83,5	0,141	31,97	0,087	802,38	26878,0	+ 1,5	0,1410	1,66	1,62
104,92	85,81	82,7	0,1615	32,52	0,106	830,18	27146,9	+ 2,51	0,1680	1,52	1,58
121,27	96,86	81,8	0,1846	32,9	0,118	850,12	27083,8	+ 2,09	0,1887	1,56	1,55
153,53	115,49	80,7	0,2128	33,9	0,158	902,59	27709,5	+ 4,68	0,2217	1,39	1,89
185,80	132,52	29,5	0,2435	34,79	0,183	950,12	28028,5	+ 5,84	0,2557	1,33	1,38
218,51	147,71	27,8	0,2717	35,76	0,216	1008,84	27906,7	+ 5,38	0,2862	1,257	1,88
251,27	162,52	26,5	0,3205	36,58	0,244	1050,40	27835,6	+ 5,11	0,3175	1,31	1,31
283,63	174,55	25,5	0,3461	37,49	0,275	1108,32	28134,6	+ 6,24	0,3442	1,258	1,261
315,80	187,99	24,6	0,369	38,12	0,296	1140,71	28061,4	+ 5,97	0,3687	1,246	1,241
349,3	205,04	23,6	0,395	38,39	0,305	1156,92	27803,8	+ 3,10	0,392	1,295	1,294
382,3	228,14	23	0,4102	32,44	0,341	1221,08	28084,8	+ 6,05	0,413	1,20	1,20



la formazione nell'origine di un punto singolare, d'altronde non eccessivamente accentuato. Naturalmente se la curva di compressione fosse una S , la continuità — sia pure con deviazione angolare nello zero — non esisterebbe più, o presupporrebbe un andamento molto irregolare, il che innegabilmente non soddisferebbe molto.

Un dettaglio della zona attorno all'origine è contenuto pure in fig. 5 e si riferisce ad una mescolanza formata da 100 parti di gomma (della qualità « para hard ») e 7.5 di solfo vulcanizzata 3 ore a 3 atm. sotto forma di piastra (a compressione si provava un cubetto ricavato dalla piastra e ciò per essere sicuri della perfetta identità, dal punto di vista mescolanza e vulcanizzazione, del provino stirato e di quello compresso).

Considerazioni varie.

4. Dalla (1) si ricava facilmente la relazione:

$$\frac{h}{H} = \frac{X(1+B) + C}{X + C}$$

o trascurando il 1° termine del numeratore, che è molto piccolo,

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{\frac{X}{C} + 1}$$

formola che andrebbe sostituita a quella di STÉVART.

Pure dalla (1) si ricava

$$X = -\frac{Cy}{B+y}$$

formola questa che indica come y non possa mai superare il valore assoluto di B . Quindi B è l'accorciamento massimo possibile e, come si è visto negli esempi citati, esso è all'incirca eguale a -1 .

Dallà (3), pochè $y < [B]$,

$$x < C$$

vale a dire C è il carico unitario massimo (riferito alla sezione attuale) che è ottenibile nella prova di compressione, ossia è lo sforzo unitario massimo a cui corrisponde il disfacimento dei legami che connettono le varie particelle del corpo.

Si noti che la (3) è desumibile dalla (1) ipotesi: $B = -1$, volume invariante, il che è sensibilmente vero, come si vedrà in se-

guito. Naturalmente alla rottura X è grandissimo

$$(\infty \text{ per } B = -1).$$

Dalla (3) per due mescole diverse si ricava per uno stesso valore di y :

$$\frac{x}{x_1} = \frac{\frac{C}{B}}{\frac{C_1}{B_1}}$$

ossia « *gli sforzi unitari ai quali corrispondono gli stessi accorciamenti in due mescole diverse sono proporzionali, e il coefficiente di proporzionalità è sensibilmente eguale al rapporto $\frac{C}{C_1}$ degli sforzi unitari corrispondenti alla rottura* ».

Per verifica si veda la tabella III. Si noti che $\frac{x}{x_1} = \frac{X}{X_1}$ a pari y e per volume costante. Anche ciò è verificato nella tabella III.

TABELLA III.

$y\%$	$\frac{X}{100 \text{ Slab} + 8 S}$	$\frac{X_1}{\text{gomme piene}}$	$\frac{X}{X_1}$	$\frac{C}{B} \cdot \frac{C_1}{B_1}$	x	x_1	$\frac{x}{x_1}$
12	17	81	0,210	0,221	14	64	0,218
14	20	95	0,210		16,5	75	0,220
16	28	109	0,211		19	86	0,232
18	26,5	128	0,215		21	96	0,218
20	80	128	0,217		23,5	107	0,219
24	88,5	171	0,225		28	128	0,218
26	42,5	189	0,224		30,6	138	0,221
30	52	228	0,228		35,4	160	0,221
34	68	276	0,228		40	181	0,221
36	70,5	304	0,231		42,5	192	0,221
40	81	362	0,223		47,2	212,4	0,222

NOTA. I dati senza indice si riferiscono alle mescolanze formate da 100 di Slab e 8 di zolfo, e quelli con l'indice I si riferiscono alla mescola per gomme piene.

Incontri di curve di compressione relative a mescole diverse sono impossibili. Ciò è chiaro per ciò che è relativo alle rette $x-y$, le quali non potrebbero avere — oltre l'origine — un altro punto in comune, senza coincidere. Altrettanto può dirsi per le X, y . Infatti con ragionamento analogo a quello fatto trattando della resistenza a trazione ⁽¹⁾ si ricava che il punto d'incontro delle due curve dovrebbe avere per ascissa

$$x = \frac{BC_1 - B_1C}{B_1 - B}$$

e il denominatore di questa frazione è piccolissimo (praticamente nullo).

L'essere $B < 0$, $C > 0$ — come si è altra volta mostrato — si collega col fatto che la concavità della curva X, y è rivolta all'asse delle X . Ciò significa che uno stesso accorciamento percentuale, per essere determinato, richiede carichi totali crescenti con l'accorciamento che il provino ha subito in precedenza.

L'influenza della vulcanizzazione sulle curve di compressione.

5. Per la mescolanza

Gomma (della qualità « Smoked Sheet ») . . . 100

Solfo 10 (in peso)

Itrato di calcio 2 (in peso)

mescolanza che, come altra volta si è detto, è molto sensibile a differenze di vulcanizzazione, si sono tracciate le curve di compressione fin qui esaminate per le vulcanizzazioni 30', 40', 60', 80' (a 3 atm.).

Dette curve sono riportate nelle figure 6 e 7 e, dal punto di vista andamento generale, confermano le precedenti previsioni.

Le tabelle IV e V riportano i risultati relativi alle vulcanizzazioni di 60' e 80', vulcanizzazioni abbastanza spinte perchè l'influenza della durata d'azione di ogni carico non sia molto risentita.

Le equazioni delle curve X, y sono (si è tenuto $B = -1$, il che è anche qui sensibilmente vero):

$$30' \quad Xy - X + 68y = 0$$

$$40' \quad Xy - X + 95y = 0$$

$$60' \quad Xy - X + 150y = 0$$

$$80' \quad Xy - X + 205y = 0.$$

⁽¹⁾ Mia Nota II « Nuovo Cimento », 6, 1927.

Miscela con idrato di calcio (80' a 8 atm.)
Equazione della curva $Xy - X + 205y = 0$.

TABELLA IV.

X gr./mmq.	x gr./mmq.	Altezza provino	y	d mm.	y'	Sezioni mmq.	Volumi mm ³ .	$\Delta V\%$	y calcolati	$\frac{1}{\sigma}$ sperimentali
0	0	41,8	—	29,35	—	676,2	28285,16	—	—	—
10,27	9,86	40,7	0,028	29,95	0,02	704,1	28656,87	+ 1,8	4,7	1,3
26,47	23,08	37,4	0,105	31,43	0,071	775,4	28999,96	+ 2,5	11,4	1,47
42,46	34,39	34,8	0,168	32,6	0,111	884,7	29047,56	+ 2,7	17,1	1,51
59,48	44,57	32,3	0,215	33,8	0,151	897,8	29431,44	+ 4,1	22,4	1,42
74,37	62,80	30,80	0,268	34,8	0,185	951,1	29293,88	+ 8,6	26,6	1,42
90,64	60,78	29,80	0,287	35,87	0,222	1010	30098	+ 6,4	30,6	1,3
106,97	68,44	27,8	0,355	36,77	0,252	1061,4	29506,92	+ 4,3	34,2	1,33
128,43	72,82	26,3	0,371	37,98	0,294	1132,8	29779,49	+ 5,8	37,5	1,26
139,54	78,14	24,8	0,406	39,2	0,385	1206,8	129928,64	+ 5,8	40,5	1,21
155,43	83,98	23,8	0,431	40,05	0,364	1234,1	29871,58	+ 8,9	43,1	1,2
171,45	90,86	23,4	0,44	40,32	0,373	1276,2	29868,08	+ 5,6	45,5	1,2
204,09	95,92	20,9	0,50	42,5	0,448	1418,6	29648,74	+ 4,8	50	1,12
237,46	106,86	19,7	0,531	43,88	0,478	1477,2	29100,84	+ 2,9	53,6	1,11

TABELLA V. Mescola con idrato di calcio
Equazione della curva $Xy - X + 160y = 0$ (60' a 3 atm.)

X gr./mm ²	x gr./mm ²	Altezza provino	y	d mm.	y'	Sezioni mm ²	Volumi mm ³	$\Delta V\%$	y calcolati	$\frac{1}{\sigma}$ sperimentali
0	0	41,13	—	29,25	—	671,6	27622,9	—	—	—
10,34	9,62	38,63	0,061	30,21	0,082	718,9	27771,1	+ 0,5	6,4	1,9
26,44	22,21	35,13	0,146	31,8	0,087	794,2	27900,2	+ 1	14,9	1,67
42,77	30,79	31,98	0,224	34,43	0,177	980,5	29710,8	+ 7,5	22,1	1,26
58,56	40,41	29,63	0,379	35	0,196	962,1	23507	+ 3,9	28	1,42
75,64	49,16	27,63	0,328	36	0,23	1017,9	28124,5	+ 1,9	38,5	1,42
92,02	55,12	25,63	0,376	37,6	0,285	1110,3	28456,9	+ 3	37,6	1,38
108,46	56,89	23,83	0,421	39,98	0,365	1254,7	29399,5	+ 3,2	42	1,15
125,04	65,02	22,63	0,449	40,4	0,381	1281,9	29009,3	+ 4,9	45,4	1,17
141,25	69,21	20,73	0,496	41,75	0,427	1368,2	28362,7	+ 2,6	48,5	1,16
157,25	72,88	19,38	0,53	43	0,47	1452,2	28071	+ 1,6	51	1,12
173,88	76,28	18,63	0,547	43,9	0,50	1513,6	28198,3	+ 2	53,6	1,09

(L'accordo fra y teorici e calcolati per queste due ultime vulcanizzazioni risulta chiaramente anche dalle tabelle che sono accluse. Anche per le altre due vulcanizzazioni l'accordo è soddisfacente nonostante la indicata maggiore sensibilità all'influenza del fattore tempo).

I valori di $-\frac{C}{B}$ desunti dalle rette x, y sono:

202 (90'); 146 (60'); 92 (40'); 68 (30') e si accordano bene con i valori previsti in base alla precedente equazione.

L'unica osservazione che può farsi in merito all'influenza della vulcanizzazione è la seguente (che d'altronde s'accorda bene con le conclusioni analoghe relative alla trazione): l'accorciamento massimo (B) è sensibilmente costante ($= -1$), nel mentre col progredire della vulcanizzazione (naturalmente escluse le mescolanze accelerate, e in genere escluse le mescolanze che a partire da una certa vulcanizzazione si rigenerano) cresce il valore di C , ossia dello sforzo unitario massimo corrispondente al disfacimento (rottura) del provino.

Le variazioni di volume e l'effetto Joule.

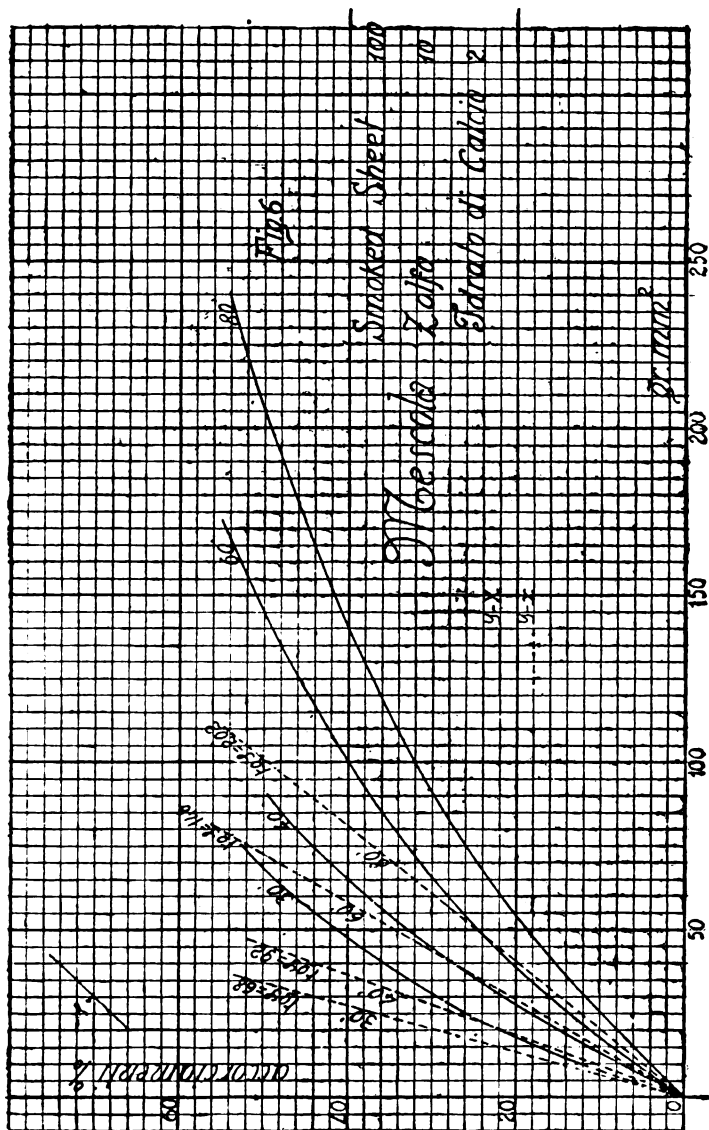
6. Dalle tabelle 1, 2, 4, 5 risulta chiaramente la pratica invarianza di volume durante la compressione. Anche per mescole di uso pratico le variazioni di volume sono minime. L'8 % di aumento di volume lo si raggiunge eccezionalmente.

V'è qui da notare che l'inconveniente principale che si riscontra in una prova come questa (cosa già notata dallo STÉVART per gli anelli) è costituito dal fatto che il provino tende ad ingrossarsi a metà altezza e a conservare un minore diametro in vicinanza dei due piani fra cui è schiacciato. Inoltre le due facce terminali del provino — quelle cioè che sono a contatto con i piani A e B dell'apparecchio — tendono a divenire concave.

Ciò indica che se errore v è nei risultati sperimentali (misurando i diametri a metà altezza) esso deve corrispondere ad un volume misurato maggiore di quello reale. Tuttavia si vedrà in seguito che l'errore è tanto piccolo, da non influire su queste nostre considerazioni.

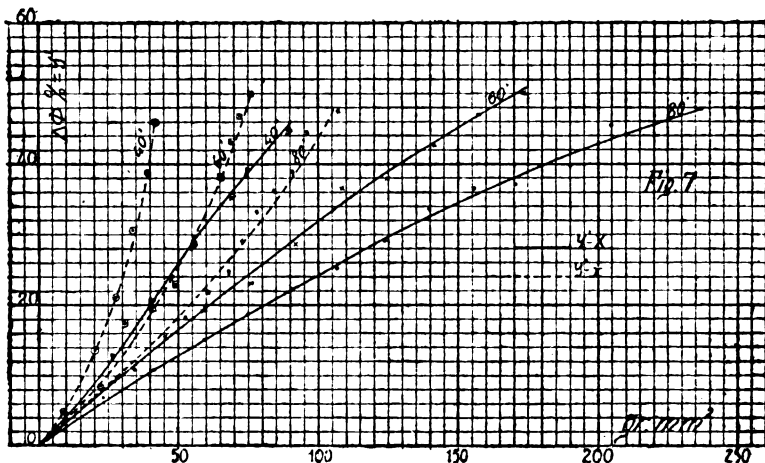
L'osservazione delle variazioni di volume, di cui nelle citate tabelle, fa ritenere che queste si manifestano a mezzo di un aumento di volume fino ad un accorciamento aggirantesi sul 25 %, seguito da una tendenza dei volumi a ritornare al valore primitivo, o almeno ad avvicinarsi ad esso.

Vale a dire nella compressione le variazioni di volume si pro-



durrebbero in senso inverso a quelle che si determinano durante la trazione.

Vien fatto di domandarsi se l'effetto JOULE non si connetta anche per la compressione con queste variazioni di volume. Per veri-



ficarlo si è operato con pinza termoelettrica e potenziometro registratore, come nel caso della trazione. I provini usati erano cilindretti aventi le stesse dimensioni di quelli che ci sono serviti per ricavare i valori di cui nelle tabelle allegate.

Si sono riscontrate variazioni minime di temperature (dell'ordine del mezzo grado) che non autorizzano ad affermare categoricamente che il fenomeno ha un dato senso; ma che giustificano la connessione sopra indicata, vale a dire si è riscontrato — sia pure in modo non netto — che in un primo tempo v'è riscaldamento e poi lieve raffreddamento; la inversione corrispondendo all'incirca all'accorciamento, pel quale si riscontra il massimo di variazione di volume ⁽¹⁾.

Le variazioni di sezione.

7. La costanza di volume porta alla relazione

$$S_a(1 - y) = S_i = \text{costante.}$$

⁽¹⁾ L. HOCK e i suoi collaboratori stanno procedendo a misure indirette del fenomeno JOULE nei riguardi della trazione e con particolare riguardo alla gomma non vulcanizzata (si veda « Zeit. für Elektrochemie », 1925, pag. 407 e « Gummi Zeitung » 11 febbraio 1927). È da augurare che essi estendano le loro misure anche alla gomma vulcanizzata, tenendo presente la trazione e la compressione.

La curva avente per assi coordinati le sezioni attuali e gli accorciamenti percentuali è quindi una iperbole.

A verifica di ciò si sono calcolati i prodotti di cui al primo membro della precedente equazione per una mescola esaminata e li si sono segnati nella tabella 1^a. Vi si rileva che la predetta costanza è bene verificata dai dati sperimentali.

Si può ricavare anche una espressione rigorosa della variazione di sezione. Basterà osservare che la terna ortogonale di vettori i, j, k , disposti i primi due nel piano della sezione e il terzo nella direzione della compressione, è una terna di assi principali di deformazione ⁽¹⁾ e quindi le dilatazioni superficiali sono:

$$\Sigma_i = \Sigma_j = (1 - y)(1 + \sigma y) = (1 - y)(1 + y')$$

$$\Sigma_k = \frac{S_a}{S_i} = (1 + \sigma y)^2 = (1 + y')^2.$$

Il coefficiente di Poisson.

8. È il rapporto $\sigma = \frac{y'}{y}$. Consideriamone il reciproco e trattiamo il caso generale della sua variazione nel caso corrispondente ad una variazione percentuale di volume Δv .

È ovviamente

$$(1 - y)(1 + y')^2 = 1 + \frac{\Delta v}{100}.$$

Dalla precedente equazione si ricava

$$y = \frac{y'(2 + y')}{(1 + y')^2} - \frac{\Delta v}{100(1 + y')^2}$$

e quindi

$$(5) \quad \frac{1}{\sigma} = \frac{y}{y'} = \frac{2 + y'}{(1 + y')^2} - \frac{\Delta v}{100y'(1 + y')^2}.$$

Per $\Delta v = 0$ la precedente relazione si riduce a

$$(5') \quad \frac{1}{\sigma} = \frac{2 + y'}{(1 + y')^2}.$$

⁽¹⁾ Per il significato di queste espressioni e per le formole che qui si applicano, si vedano i miei lavori dal titolo *Deformazioni finite di sistemi continui*, pubblicate nei « Rend. del Circ. Matem. di Palermo », 1924 e negli « Annali di Matematica », serie IV, t. II, pag. 217; t. IV, pag. 55. In detti articoli si trovano anche le formole che permettono di calcolare i coefficienti di dilatazione lineare e superficiale anche in direzioni qualsiasi, calcolo che qui, per brevità, si omette.

La (5) ha valore generale tanto nei riguardi della trazione quanto nei riguardi della compressione (va solo sostituito $1 + y'$ con $1 - y'$). Noterò per incidenza che, ammessa la costanza di volume e supposto trattarsi di deformazioni piccolissime (per le quali y' sia trascurabile rispetto all'unità), la (5') dà per $\frac{1}{\sigma}$ il valore 2, ossia per σ il noto valore 0,5.

Nella trazione si è supposta questa costanza di volume; inoltre si è visto sperimentalmente che le variazioni di volume durante la trazione non influiscono praticamente sul valore di σ . Tanto vero che per mescole diverse, a pari allungamento, σ è sensibilmente costante.

Ciò può verificarsi d'altronde servendosi della formola precedente. Si considerino due mescole che, in corrispondenza all'allungamento 500 %, abbiano variazioni di volume rispettivamente di 0 % e 30 %.

Per la 1^a dalla (5') si ricava (sempre per $y = 5$ e quindi per $y' = 0,408$)

$$\sigma = 0.0816.$$

Per la 2^a per $y = 5$, si calcola facilmente $y' = 0.4654$ e quindi $\sigma = 0.0931$.

La differenza è quindi — pur nelle citate condizioni estreme — di poco più che una unità della seconda cifra dopo lo zero.

Diverso è il caso della compressione. Qui l'applicazione della formola (5') porterebbe a valori molto variabili di σ . Così nel caso dei dati di cui in tabella 1 si passerebbe da 0.51 per $y' = 0.023$ a 0.9 per $y' = 0.51$ in perfetto disaccordo con l'esperienza, che fornisce nei due casi rispettivamente 0.9 e 0.94. Tenendo invece conto delle variazioni di volume, ossia facendo uso della formola (5), si ricavano valori nettamente concordanti con quelli sperimentali come mostrano le tabelle 1) e 2). Questa concordanza verifica il non eccessivo disturbo portato alle misure dall'ingrossamento del provino nel centro.

Si noti che σ deve essere sempre positivo (per $\sigma = 0$, dovrebbe essere $y = \infty$, il che non ha senso) e maggiore di 0,5; inoltre esso non ha limiti superiori.

Per dimostrare quanto sopra si ragioni nel modo seguente. Si consideri un parallelepipedo le cui direzioni degli assi siano indicate con a , b , c .

Si stiri questo parallelepipedo nella direzione a , dandogli un allungamento A .

Nelle due direzioni b e c si avranno accorciamenti, i cui valori sono eguali a $\sigma_a A$, essendo σ_a il valore del coefficiente di Poisson, corrispondente all'allungamento A .

In seguito si stiri il provino nella direzione b , dandogli un allungamento eguale ancora ad A .

Il provino si troverà in conseguenza:

$$\begin{array}{ll} \text{stirato nella direzione } a & \text{di } (1 + A)(1 - \sigma_a A) - 1 \\ \text{» » » } b & \text{di } (1 + A)(1 - \sigma_a A) - 1 \\ \text{contratto nella direzione } c & \text{di } \sigma_a A(2 - \sigma_a A) = C. \end{array}$$

Si osservi che, con le notazioni di cui nelle mie note sulla trazione, e con le osservazioni ivi fatte relativamente ai valori dei rapporti $\frac{bc'}{b'c}$ e $\frac{c' - c}{b'c}$, si ha

$$(6) \quad \sigma_a = \frac{1}{1,25A + 2}.$$

Si immagini invece di comprimere il parallelepipedo indeformato nella direzione c , determinando in esso un accorciamento C . Esso subirà una dilatazione eguale nelle due restanti direzioni, il cui valore è $\sigma_c C$, dove con σ_c si indica il valore del coefficiente di Poisson relativo alla contrazione C .

Si hanno così due stati di deformazione di un unico corpo, caratterizzati da una identica contrazione in una direzione, e da dilatazioni nelle due direzioni normali che per ogni stato sono eguali. Par lecito ammettere che la eguaglianza di queste dilatazioni debba pure estendersi alle dilatazioni relative all'uno e all'altro stato; in modo che in sostanza per due vie diverse ci si è ricondotti allo stesso stato. Se ciò è, deve valere la relazione

$$\sigma_c C = (1 + A)(1 - \sigma_a A) - 1$$

ossia

$$(7) \quad \sigma_c = \frac{1 - \sigma_a(1 + A)}{\sigma_a(2 - \sigma_a A)}.$$

Ne deriva che σ_c sarà massimo per σ_a minimo; ossia σ_c può essere infinitamente grande. (Infatti a trazione σ_a non può mai essere negativo, perchè ciò presupporrebbe che una dilatazione longitudinale sia accompagnata da una dilatazione trasversale).

Dalla (6) si ricava che σ_a è massimo per $A = 0$, ed è uguale a 0.5, vale a dire « il coefficiente di Poisson a trazione per la gomma non può mai superare il valore 0.5 ».

Dalla (7) deriva che σ_c è minimo per $\sigma_a = 0.5$, vale a dire « il coefficiente di Poisson a compressione deve variare da 0.5 a ∞ ».

La ragione delle piccole variazioni osservate sperimentalmente per σ_c , va cercato nel fatto, qui dimostrato, che variazioni notevoli di questa grandezza hanno luogo solo in vicinanza dello schiacciamento totale.

Nella tabella 6 si sono eseguiti dei calcoli di σ_a e di σ_c servendosi delle formole precedenti. I valori di σ_a riportati sono quelli di

TABELLA. VI.

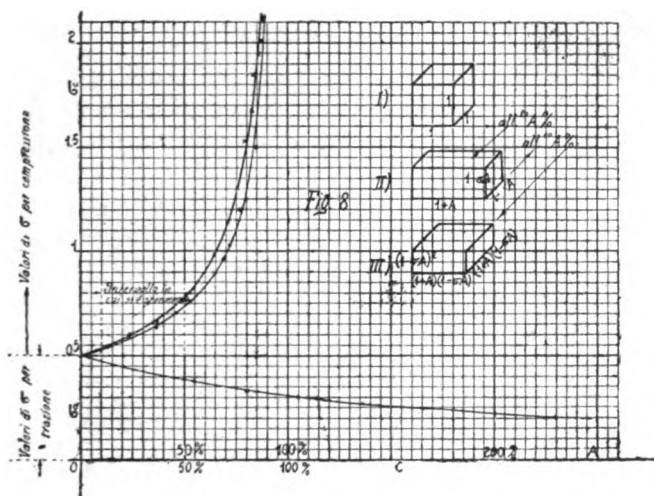
A	C	σ_a calcolato	σ_a sperimentale	σ_c	$\frac{1}{\sigma_c}$	
0,15	0,182	0,457	—	0,539	1,855	Intervallo in cui si è sperimentato.
0,30	0,286	0,421	0,416	0,576	1,736	
0,55	0,367	0,372	0,392	0,634	1,577	
0,80	0,458	0,33	—	0,709	1,410	
1,05	0,580	0,30	0,298	0,762	1,312	
1,66	0,647	0,245	0,240	0,894	1,118	
2 —	0,690	0,222	—	0,968	1,033	
2,8	0,720	0,205	0,195	1,085	0,964	
3	0,768	0,178	0,162	1,203	0,831	
4,73	0,844	0,126	0,123	1,501	0,666	
6,12	0,858	0,102	0,108	1,953	0,512	
6,62	0,871	0,097	0,095	1,982	0,504	
6,81	0,875	0,095	0,093	2,008	0,498	
7,40	0,883	0,089	0,087	2,120	0,471	
8	0,887	0,083	—	2,281	0,438	
9	0,893	0,075	—	2,519	0,396	
10	0,9039	0,069	—	2,666	0,375	

cui nella tabella 1 della nota 1 sulla trazione e si accordano bene, come si vede, con i risultati teorici.

Meno buono è l'accordo fra i valori di σ_c e quelli sperimentali; ma le differenze che non superano le due unità della 1^a decimale sono facilmente comprensibili, risultando, fra l'altro, dalla forma del cilindretto deformato (gonfio nel mezzo). Inoltre l'aver desunto σ

da dati relativi alla trazione (sui quali l'influenza della variazione di volume era trascurabile), implica l'aver trascurato le variazioni di volume, le quali sono responsabili — come si è visto — dell'andamento irregolare di σ .

I valori di σ_c sono riportati nella figura 8 (e indicati con $\circ$; la



curva con $\times$ corrisponde alla formula 11) e rappresentano lo stato dirò così limite, quello per cui Δv è rigorosamente nullo.

L'interesse di queste considerazioni è da ricercare nel fatto che è possibile prevedere l'andamento della compressione in base a dati relativi alla trazione, e reciprocamente.

Anche per la compressione σ_c è sensibilmente indipendente dal tipo di miscela e dipende solo dall'accorciamento.

Un altro sistema di calcolo di σ_c da σ_a (e viceversa) è il seguente.

Nel modo schematicamente indicato in fig. 9 l'allungamento A di un cubo elementare può ottenersi a mezzo di due successive contrazioni C in due direzioni trasversali tra loro normali. Valgono ovviamente le relazioni seguenti

$$(8) \quad A = \sigma_c C (2 + \sigma_c C)$$

$$(9) \quad C(1 + \sigma_c C - \sigma_c) = \sigma_a A.$$

Da esse si ricava

$$(10) \quad \sigma_a = \frac{1 - \sigma_c(1 - C)}{\sigma_c(2 + \sigma_c C)}$$

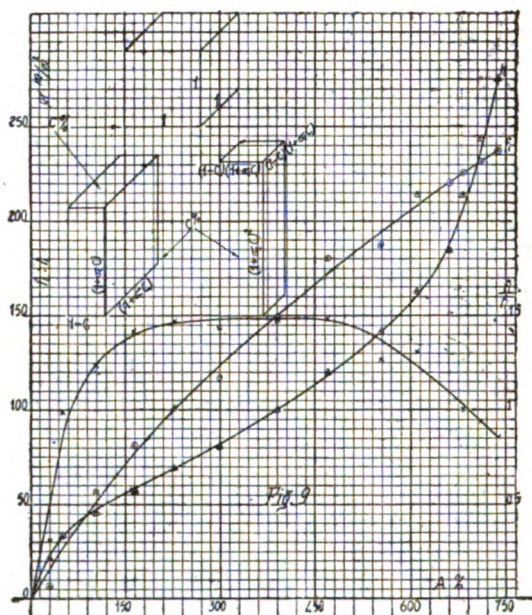
(formola analoga alla 7).

Si possono inoltre ricavare dalle precedenti formole le espressioni di C e di σ_c in funzione di A e σ_a :

$$(11) \quad C = \frac{\sigma_a A + \sqrt{1+A} - 1}{\sqrt{1+A}}$$

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{1+A}}{\sigma_a(1+\sqrt{1+A}) + 1}$$

Per incidenza accennerò ad un problema che si può facilmente risolvere e che consiste nella determinazione dello sforzo f_i di compressione (riferito alla sezione iniziale) da applicare trasversalmente



in ogni direzione per ottenere uno stiramento del provino A , e il rapporto fra questo sforzo e quello t_i che, applicato longitudinalmente, avrebbe prodotto l'istessa deformazione.

Essendo $\sigma_a A$ la contrazione trasversale in ogni direzione, è, con riferimento alla sezione iniziale unitaria:

$$f_i = - \frac{C_c \sigma_a A}{B + \sigma_a A}.$$

(Con C_c si indica la costante che compare nella equazione 1) e a cui si è dato l'indice c per indicare che è relativa alla compressione.

Si sono usati i simboli A e C nelle precedenti formole, perchè queste siano immediatamente leggibili e comprensibili).

È poi (formola 4 della mia nota 1^a sulla trazione)

$$t_i = \frac{-cA}{(A+1)(A+b)}.$$

Quindi tenendo presente la precedente formola (6) si ricava

$$(12) \quad \frac{f_i}{t_i} = \frac{C_c}{c} \frac{(A+1)(A+b)(1,25A+2)}{A(1,25B+1)+2B}.$$

In modo ovvio, indicando con f_a e t_a gli sforzi unitari corrispondenti alle sezioni attuali si ricava:

$$(13) \quad \begin{aligned} f_a &= -\frac{C_c \tau_a A}{(B + \sigma_a A)(1 - \tau_a A)(1 + A)} \\ t_a &= -\frac{cA}{(A+1)(A+B)(1 - \sigma_a A)^2} \end{aligned}$$

e quindi

$$(14) \quad \frac{f_a}{t_a} = \frac{C_c}{C} \sigma_a \frac{(A+b)(1 - \sigma_a A)}{(A + \sigma_a A)}.$$

Nella tabella VII si riportano i valori relativi alle funzioni C , σ_c , f_i , t_i , $\frac{t_i}{t_a}$, f_a , $\frac{f_a}{t_a}$ relativi alla mescola 100 Slab + 8 di solfo.

L'accordo fra i valori di σ_c calcolati con la formola 11) e quelli ricavati con la 7) risulta chiaramente dalla fig. 8.

Si potrebbero svolgere varie considerazioni e fare varie applicazioni di questi ultimi ragionamenti, ma ciò ci costringerebbe a rendere troppo lunga questa già lunga Memoria.

Il lavoro di deformazione.

9. Per la trazione, nella citata mia nota 1^a, si è calcolato questo lavoro di deformazione senza precisare l'elemento a cui esso si riferisce.

Così come esso vi è ricavato, trattasi del lavoro di deformazione del flusso di gomma che attraversa una striscia di sezione unitaria (e che resti sempre unitaria durante la trazione) la cui altezza iniziale sia eguale ad 1.

Il lavoro corrispondente per la compressione è:

$$L_c = \int_0^y x dy = -\frac{C}{B} y^2.$$

Il lavoro così calcolato può avere interesse in considerazione di sviluppi di calore, in calcoli di vischiosità e simili. Per le usuali con-

TABELLA VII.

A	f_i	t_i sperimentale	f_i/t_i	f_a	t_a	f_a/t_a	C	σ_c
0	0	0	—	0	0	—	—	—
0,8	1,7	21,9	0,31	6,1	28,4	0,21	0,282	0,608
0,55	38,2	38,5	0,99	27,4	52,7	0,52	0,866	0,659
1,05	56,3	45,3	1,24	40,2	95,9	0,41	0,520	0,881
1,66	81,3	57,1	1,42	50,8	155,5	0,32	0,636	0,99
2,3	101,7	69,1	1,47	55,9	228,5	0,24	0,709	1,156
8	117,5	81,3	1,44	57,3	316,4	0,18	0,760	1,315
3,9	149,1	100,6	1,48	66,5	481,2	0,13	0,791	1,583
4,73	180,8	120,3	1,48	78,6	682,3	0,114	0,824	1,688
5,55	187,5	141,5	1,27	70,4	856,9	0,082	0,828	1,855
6,12	214,7	163	1,31	80,4	1150,8	0,069	0,857	1,948
6,62	220,3	184,6	1,19	78,6	1352,8	0,058	0,866	2,044
6,81	226	214,4	1,007	78	1636,8	0,047	0,867	2,066
7,1	231,6	244,4	0,94	83	1908	0,043	0,873	2,111
7,4	237,3	275,9	0,86	79,1	2196,8	0,036	0,878	2,164

siderazioni elastiche ha più interesse il lavoro di deformazione della materia che inizialmente occupava un cubo unitario.

Com'è ovvio in questo caso mano a mano che la deformazione procede, lo spazio occupato dalla materia presa in esame varia di forma.

Per deformazioni infinitesime la distinzione non avrebbe interesse, come si vedrà in appresso, ma per deformazioni finite questo non è il caso.

Il secondo lavoro di deformazione sopra definito (che poi per trasformazioni ideali, isoterme e reversibili, misura la variazione del potenziale elastico) è per la trazione:

$$\mathcal{L}_t = \int X dy = - \int \frac{cy dy}{(y+1)(y+b)} = \frac{bc}{1-b} \left[\log \frac{b+y}{b} - \frac{1}{b} \log(1+y) \right]$$

per la compressione:

$$\mathcal{L}_c = - \int \frac{Cy}{y+B} dy = BC \left[\log \frac{B+y}{B} - \frac{y}{B} \right]$$

(i logaritmi sono tutti in base e).

Per $y=0$ si verifica subito $\mathcal{L}_t = \mathcal{L}_c = 0$; per y infinitesimo, supposte trascurabili le potenze maggiori della 2^a nello sviluppo in serie dei logaritmi, si ricava

$$\mathcal{L}_{t,i} = -\frac{1}{2} \frac{c}{b} y^2$$

$$\mathcal{L}_{c,i} = -\frac{1}{2} \frac{C}{B} y^2$$

espressioni queste che coincidono con le usuali formole dei lavori di deformazione della teoria dell'elasticità. Si noti inoltre che $\mathcal{L}_{t,i}$ coincide con il lavoro di deformazione definito nel 1° dei due modi di cui si è fatto uso avanti — sempre per deformazioni infinitesime, e che $\mathcal{L}_{c,i}$ coincide, quale che sia l'entità della deformazione, con L_c .

In funzione dei carichi i lavori possono scriversi:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_t &= \frac{bc}{1-b} \left[\log \frac{c}{x+c} - \frac{1}{b} \log \frac{c+x(1-b)}{x+c} \right] = \\ &= c \log (x+c) - \frac{c}{1-b} \log \frac{c+x(1-b)}{c^b} \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_c = BC \left(\log \frac{C-x}{C} + \frac{x}{C} \right) = BC \left(\log \frac{C}{X+C} + \frac{X}{C+X} \right).$$

Cenni sulla resistenza a compressione della gomma non vulcanizzata.

10. Per le mescole non vulcanizzate affatto, o insufficientemente vulcanizzate, una ricerca del tipo della precedente sarebbe di non eccessivo interesse, in quanto due nuovi fattori intervengono in modo dominante: la durata d'applicazione del carico e la temperatura a cui si opera, fattori questi che non vanno trascurati nemmeno nel caso della gomma vulcanizzata, ma che hanno, per questa, un'influenza enormemente minore.

Va notato poi che i trattamenti subiti dalla gomma non vulcanizzata sono nettamente accusati nella prova di compressione, come del resto anche in quella di trazione. Così ad esempio: calandratura, gelamento con successiva stagionatura, gelamento di gomma stirata e simili, modificano nettamente le proprietà della gomma non vulcanizzata.

Nella pratica la prova di compressione a caldo è usata per misure di plasticità. È il metodo di IRA WILLIAMS ⁽¹⁾, autore che ammette l'esistenza di una relazione

$$h \cdot t^n = K$$

(dove h = altezza del provino, t = tempo di durata del carico, n = costante dell'apparecchio, K è funzione della mescolanza e della temperatura di prova).

Qui accennerò solo all'influenza del fattore tempo sia sulla resistenza a compressione, sia sulla resistenza a trazione; perchè quest'esame può presentare dell'interesse per deduzioni relative alla struttura della gomma e alle sue variazioni in funzione delle deformazioni.

A trazione si operava nel modo seguente:

si preparavano dei provini di gomma, si segnavano su essi dei punti a distanze note, li si sospendeva con applicato ad ognuno un carico costante e si esaminavano le variazioni delle distanze fra i punti dati in funzione del tempo, per temperature di 15 — 20°.

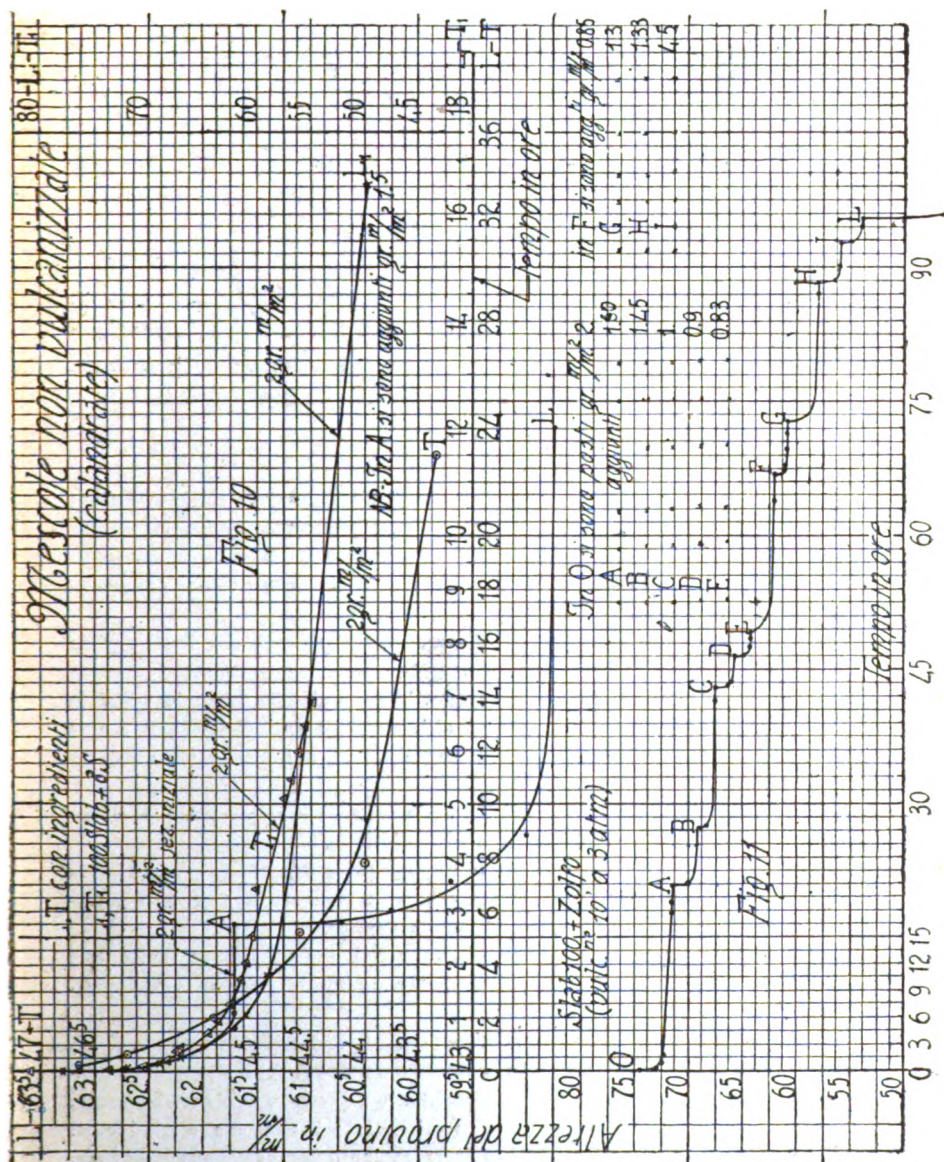
Le prove di compressione erano eseguite in modo identico operando su cilindretti e con l'apparecchio di fig. 1.

Il fenomeno aveva qualitativamente lo stesso carattere, vale a dire per carichi inferiori ad un certo valore critico (che chiamerò « carico di fluidazione ») la deformazione progrediva continuamente; per carichi inferiori a detto valore la deformazione si stabilizzava dopo un certo tempo.

(Va qui notato, per incidenza, che fra trazione e compressione v'è una differenza sostanziale; nella 1^a il fenomeno ha carattere dinamico, vale a dire mano a mano che il provino si deforma decresce la sua sezione, quindi cresce — a pari carico totale — la sollecitazione unitaria e la deformazione tende ad esaltarsi; nel caso della compressione si determina il fenomeno opposto). È facile sorprendere questo procedere graduale della deformazione nella trazione: basta usare provini lunghi (ad es. 50 cm.) e misurare le deformazioni in vicinanza del morsetto mobile o del fisso. Si riesce così a percepire deformazioni contemporanee nettamente diverse (nel rapporto 1 a 2 e anche più).

Naturalmente il carico di fluidificazione alle indicate temperature va da zero (per gomme molto plastificate e non fatte riposare dopo lavorazione) a qualche diecina di grammi per gomme cariche di ingredienti inorganici, a 70 ÷ 80 e più gr.mm² per gomme gelate

⁽¹⁾ « Journ. of. Ind. and Eng. Chem. », 16, 362.



e opportunamente stagionate ⁽¹⁾; inoltre esso è diverso nella direzione di calandratura e in quella normale, e risente nettamente la influenza della temperatura.

Tutto ciò non ci interessa qui esaminare. Basti aver accennato al fenomeno che rientra perfettamente nella definizione dei corpi plastici dovuta a MAXWELL. Un'idea del fenomeno è fornita dai diagrammi di fig. 10 e 11 che si riferiscono a compressione (L = provino schiacciato nella direzione di calandratura, T = provino schiacciato in direzione normale alla precedente).

Ciò può connettersi con la struttura della gomma. Si potrebbe interpretare il fenomeno d'interferenza röntgenografico osservato da più Autori ⁽²⁾ e quindi la relativa struttura fibrosa, alla formazione di fletti liquidi (sia pure dotati di notevole vischiosità) generatisi in seguito alla rottura degli involucri dei granuli (di cui hanno trattato FREUNDLICH e HAUSER ⁽³⁾).

⁽¹⁾ Per queste, se si è sempre tenuto il provino a temperatura sufficientemente bassa, e si opera a temperatura bassa (10-15°), si può anche avere la rottura netta tipica dei corpi solidi. Il gelamento, connesso a stiramento, agisce sulla gomma nel senso di renderla — da un punto di vista meccanico — analoga alla gomma vulcanizzata.

Si veda al riguardo l'articolo di FEUCHTER *Rohgummi, ein Faserstoff* in « Kautschuk » del Luglio 1926 pag. 151.

Nelle curve di trazione riportate da quest'Autore si nota tuttavia verso la fine una tendenza a volgere la concavità all'asse degli allungamenti, il che fa pensare che, per allungamenti sufficientemente spinti, una tendenza a « fluire » vi è anche per queste gomme.

⁽²⁾ Particolarmente interessanti al riguardo sono le esperienze di HAUSER e MARK (« Kolloidchemische Beihefte », 22, 63, 1926).

Da esse si rileva l'esistenza di un allungamento (80%) al disopra del quale v'è interferenza cristallina, nel mentre per allungamenti minori lo spettrogramma röntgen si compone solo di un anello amorfo.

Vale a dire, anche secondo questi Autori, esiste una condizione limite (essi parlano di « allungamento », nel mentre il tipo delle mie ricerche porta piuttosto ad un carico unitario caratteristico).

Va notato ancora che secondo HAUSER (« J. of. Ind. and. Eng. Chem. », 19, 168, 1927) non si deve parlare di un allineamento di cristalli durante la trazione, ma piuttosto di un orientamento preesistente a questa, e dell'accrescimento, durante la trazione stessa, degli individui cristallini; il che, con la mia ipotesi di cui sopra, potrebbe significare rottura degli involucri degli elementi di gomma.

La mia ipotesi si accorda pure con le idee di W. OSTWALD (« Kolloid. Zeit. », 4°, 58 1926).

⁽³⁾ Zur Kolloidchemie der Kautschukmilchshäfte, in « Kolloid-Zeit. », supplemento al Bd. 36, pag. 15, 1925.

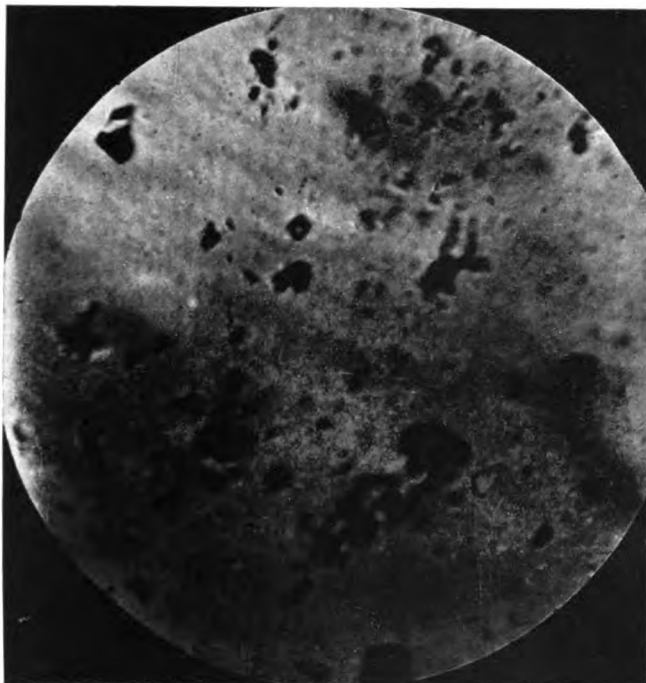


Fig. 12

Smoked non stirato (Ingr. 170).



Fig. 13

Smoked stirato (Ingr. 170).

Digitized by Google

TO THE
ALBERTA

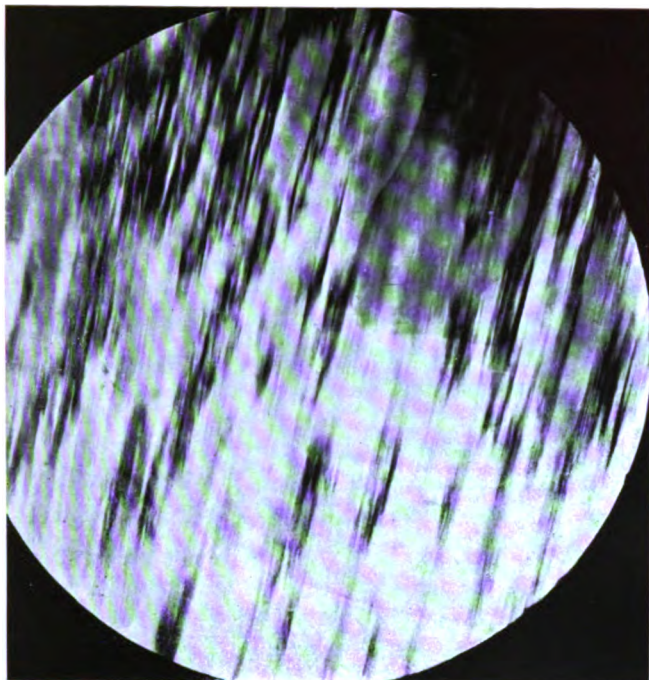


Fig. 14

Smoked stirato ulteriormente (Ingr. 170).

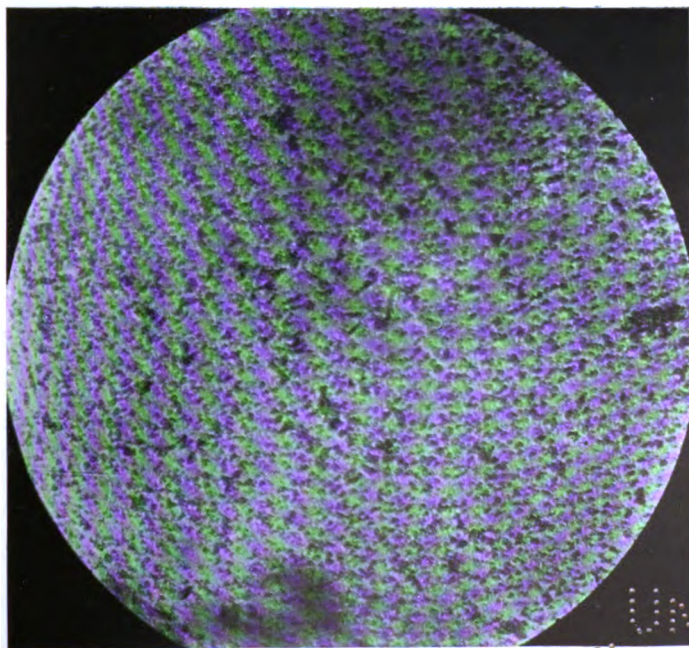


Fig. 15

Gomma da lattice (Ingr. 300).

UNIV. OF
CALIFORNIA

to you
Alfred A.

Si potrebbe altresì far rientrare il raffreddamento iniziale del provino di gomma non vulcanizzata e stirata, nel quadro dell'usuale trazione, in quanto, in ogni caso, fino a che non v'è uno sforzo unitario sufficiente (carico di fluidificazione) la gomma si comporta come corpo solido; e attribuire il successivo riscaldamento al notevole attrito interno del corpo quasi liquido, e vischioso di riempimento dei granuli di gomma. Anche gli enormi allungamenti ottenuti dal FEUCHTER stirando la gomma non vulcanizzata e tenendola scaldata ⁽¹⁾ potrebbero spiegarsi ammettendo che, alle temperature di prova di quest'Autore, la fluidità del liquido vischioso diventi sufficiente per evitare che si determinino discontinuità (ossia rotture) nei filetti liquidi.

Ma ciò richiederebbe altri dati sperimentali e uscirebbe dal quadro di lavoro qui propostoci, sicchè mi basta aver indicato come sia logico presumere che il fatto sperimentale citato (esistenza di un carico di fluidificazione) possa dar ragione di più fenomeni fino ad oggi non bene chiariti.

In ogni caso passando dall'esame delle grandezze dell'ordine di pochi Å (grandezze corrispondenti all'eventuale reticolo cristallino) a quelle di pochi μ (ordine di grandezza dei granuli di gomma nel lattice), si può citare in supporto del precedente modo di vedere il risultato dell'esame microscopico.

Le figure 12, 13, 14 si riferiscono a sottilissime fogliette di gomme osservate per trasparenza (Smoked Sheet) e mostrano come progressivamente i granuli si deformano, nella trazione, tendendo a forme allungate, che non fanno d'altronde pensare affatto a catene, come invece pretendevano avvenisse pel passato alcuni Autori americani.

Per confronto si osservi la fig. 15 che si riferisce ad una sottilissima pellicola di gomma, ottenuta da lattice coagulato spontaneamente sul vetrino.

Laboratorio Tecnologico Società Italiana Pirelli.

30 Novembre 1927.

⁽¹⁾ *Eine Thermodynamik der Elastik und die Schalentheorie des Kautschuks*, in « Kautschuk », Agosto 1926 (e numeri seguenti).

LA TEORIA DINAMICA DELL'ELETTROMAGNETISMO NEI RIGUARDI DELLE FORZE PONDEROMOTRICI ⁽¹⁾

Nota della Dott.^a GIORGINA MADIA

Sunto. - Si dimostra che il principio di conservazione dell'energia è sufficiente per ricavare quelle stesse formole di forze ponderomotrici d'origine elettromagnetica che MAXWELL ha ricavato dalla sua teoria dinamica e dalle conseguenti equazioni di LAGRANGE; anzi, i risultati che si deducono hanno un campo di applicabilità maggiore. Questo risultato, preso insieme con quelli ottenuti in una Nota precedente, porta alla conclusione che dai procedimenti e dalle formole della teoria dinamica dell'elettromagnetismo, si può interamente prescindere.

In una Nota precedente ⁽²⁾ ho discusso alla stregua delle cognizioni odierne la teoria dinamica dell'elettromagnetismo e ho dimostrato che lo schema di questa teoria elaborato da MAXWELL, e del quale costituiscono caratteristica saliente le formole di LAGRANGE, non è necessario per ricavare le espressioni delle f. e. m. indotte e le equazioni differenziali del campo elettromagnetico; ed ho mostrato che tanto le prime quanto le seconde si deducono come semplici conseguenze del principio dell'energia e si ricavano anzi con validità di applicazione maggiore in confronto a quella consentita dallo schema cinetico di MAXWELL.

Per completare l'investigazione faccio ora la medesima ricerca sulle forze ponderomotrici.

Siccome qui devo considerare prevalentemente il caso in cui le coordinate geometriche di un sistema elettromagnetico siano variabili, è necessario premettere un chiarimento. Il differenziale

$$dT = \sum i, d\Phi,$$

⁽¹⁾ Dagli « Atti della Pontificia Accademia delle Scienze Nuovi Lincei ». Seduta del 19 giugno 1927.

⁽²⁾ *Le forze elettromotrici nella teoria dinamica dell'elettromagnetismo.* « Nuovo Cimento », IV, p. 289, 1927.

che figura nella formola (5) della Nota precedente, deve nel caso di variabilità delle x , interpretarsi non come la totale variazione dell'energia magnetica immagazzinata nel sistema, ma bensì soltanto come quella parte di essa variazione che non è dovuta al lavoro di forze meccaniche. In altre parole, esso differenziale dT deve significare l'energia scambiata fra circuiti elettrici e campo elettromagnetico. Questa riflessione è quella che giustifica la formola (6) cioè:

$$e_s = - \frac{d\Phi_s}{dt}$$

anche nel caso in cui le coordinate geometriche siano variabili.

Nel caso generale la variazione di energia magnetica è la somma di due lavori, quello che le forze meccaniche applicate compiono contro le forze ponderomotrici e quello che i circuiti elettrici comunicano al campo magnetico.

Volendo ora ricavare le forze ponderomotrici, dobbiamo considerare la sola prima parte di questo lavoro elementare totale, alla stessa guisa che nella ricerca delle forze elettromotrici abbiamo considerato esclusivamente la seconda. Prendendo direttamente in esame il caso più generale in cui possono essere presenti nuclei di ferro (cioè mezzi magnetici con permeabilità non definita, e variabile) e in cui le espressioni dell'energia assunte da MAXWELL vengono a mancare, sia W l'energia magnetica di tutto un sistema, sia x una coordinata geometrica, sia X la forza ponderomotrice d'origine magnetica, o elettromagnetica che dir si voglia, che tende ad accrescere contro le forze esterne la coordinata x . Pel principio dell'energia, la diminuzione di energia magnetica del sistema sarà eguale ad Xdx , sempre che tutte le altre x siano fisse e nessuno dei circuiti elettrici effettui scambio di energia col mezzo magnetico. Si suppone, naturalmente, che ogni altra causa secondaria di variazione di energia, dovuta a variazione di temperatura, etc., sia assente. Allora:

$$Xdx = - dW$$

dove dW è la variazione d'energia magnetica così definita, e forma la contro parte della dT considerata nella Nota precedente. Per esprimere che non avvengono scambi di energia tra i circuiti e il mezzo magnetico, bisogna porre la condizione che le f. e. m. indotte siano tutte nulle; ma siccome ogni f. e. m. è data, in virtù della dimostrazione fatta nella Nota precedente, da una espressione

$$e = - \frac{d\Phi}{dt},$$

e siccome per il ragionamento fatto testè, questa espressione vale anche nel caso considerato, concludiamo che, per escludere gli scambi di energia coi circuiti, si deve supporre che i flussi Φ attraverso i circuiti siano tutti invariabili. Per soddisfare a questa condizione indichiamo con W l'energia immagazzinata sotto forma magnetica nel sistema e prendiamo W espressa in funzione delle x e delle Φ . Cioè prendiamo:

$$W = W(x, \Phi).$$

La variazione di W quando tutti i Φ rimangono costanti e una sola delle x varia, è allora espressa da:

$$\frac{\partial}{\partial x} W(x, \Phi) dx.$$

Allora, dovendo Xdx essere uguale a questa espressione col segno cambiato, si ricava

$$(1) \quad X = - \frac{\partial}{\partial x} W(x, \Phi).$$

Ogni volta dunque si deve derivare rispetto alla coordinata x tenendo i flussi costanti.

Questa formola per le forze ponderomotrici è generale e le conseguenze ricavate da essa devono valere, a differenza di quelle che si deducono dalle equazioni di LAGRANGE, anche nel caso in cui intervengono isteresi o altri fenomeni che rendono $W(x, \Phi)$ mal definito. In tal caso si dovrà fare un ragionamento come quello della

Nota precedente, e intendere che $\frac{\partial}{\partial x} W(x, \Phi)$ significhi il coefficiente per cui bisogna moltiplicare dx per ottenere l'incremento parziale di energia dovuto alla variazione di x , e questo incremento a differenza dell'energia totale è sempre definito.

Ora osserviamo che la precauzione di derivare la W rispetto alla coordinata x tenendo i flussi costanti, è necessaria, quando si abbia in vista la ricerca delle forze ponderomotrici, in quanto che una derivazione fatta con le i costanti, ci porterebbe a un risultato $-\frac{\partial W(x, i)}{\partial x}$ che non è più eguale alla forza ponderomotrice.

Si può però dimostrare che una relazione semplice intercede fra le due derivate, nel caso di circuiti elettrici concatenati con nuclei

con α la diadica (operatore lineare vettoriale in n dimensioni) rappresentata dalla matrice

$$\begin{pmatrix} L_1 & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & L_2 & \dots & M_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & L_n \end{pmatrix}.$$

Questa diadica è, per la ragione detta, autoconiugata. La relazione tra i flussi e le correnti si può esprimere vettorialmente così:

$$\bar{\Phi} = \alpha i$$

ovvero anche:

$$i = \alpha^{-1} \bar{\Phi}$$

dove α^{-1} è la diadica reciproca di α .

Ciò posto l'energia totale elettromagnetica del sistema, scritta in duplice forma come funzione delle x e delle i ovvero delle x e dei Φ , sarà data dalle due espressioni

$$W(x, i) = \frac{1}{2} (i \bar{\Phi}), = \frac{1}{2} (i \alpha i),$$

$$W(x, \Phi) = \frac{1}{2} (\bar{\Phi} \alpha^{-1} \bar{\Phi}),$$

dove il segno (), significa prodotto scalare.

E facendo anche qui le due derivazioni a correnti costanti o a flussi costanti si otterrà

$$(3) \quad \begin{aligned} - \left[\frac{\partial W(x, i)}{\partial x} \right]_{i=\text{cost.}} &= - \frac{1}{2} \left(i \cdot \frac{d\alpha}{dx} i \right), \\ - \left[\frac{\partial W(x, \Phi)}{\partial x} \right]_{\Phi=\text{cost.}} &= + \frac{1}{2} \left(\bar{\Phi} \cdot \frac{d\alpha^{-1}}{dx} \bar{\Phi} \right). \end{aligned}$$

Questa seconda, in virtù di un noto teorema sulla diadiche autoconiugate ⁽¹⁾, si può trasformare come segue:

$$\begin{aligned} - \left[\frac{\partial W(x, \Phi)}{\partial x} \right]_{\Phi=\text{cost.}} &= \frac{1}{2} \left(\bar{\Phi} \cdot \frac{1}{\alpha^2} \frac{d\alpha}{dx} \bar{\Phi} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left(\alpha i \cdot \frac{1}{\alpha^2} \frac{d\alpha}{dx} \alpha i \right) = \frac{1}{2} \left(\alpha i \cdot \frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dx} i \right) = \frac{1}{2} \left(i \cdot \frac{d\alpha}{dx} i \right), \end{aligned}$$

⁽¹⁾ In tre dimensioni e nel simbolismo delle omografie vettoriali, il teorema si trova in BURALI-FORTI e MARCOLONGO, *Analyse vectorielle générale*, Pavia 1912, Art. 15, pag. 32, quale caso particolare del *Teorema di commutazione*. Devo alla D.ssa E. PORCU-TORTRINI l'avermi segnalato questo teorema pel caso generale di n dimensioni.

e quest'ultima espressione confrontata con la (3) mostra che nel caso di n circuiti con nuclei non ferri

$$\left[\frac{\partial W}{\partial x} \right]_{i=\text{cost.}} = - \left[\frac{\partial W}{\partial x} \right]_{\Phi=\text{cost.}}.$$

Questo risultato che equivale al teorema di THOMSON è l'unico che MAXWELL ricava dalla teoria dinamica dell'elettromagnetismo. Di questo si serve per dedurre l'espressione della forza ponderomotrice unitaria sopra un conduttore percorso da corrente I e immerso in un campo magnetico B , sotto la forma di vettor-prodotto:

$$F = [I \cdot B]_v.$$

È da osservare che questa formola resta ricavata da MAXWELL, limitatamente al solo caso che nel campo magnetico non siano presenti nuclei con permeabilità variabile, mentre essa vale in tutti i casi. Certamente dalla (1) si dovrebbe poterla ricavare; ma è un problema che esce dai confini della mia ricerca, e che addito agli studiosi.

A me interessa aver potuto dimostrare che anche per le forze ponderomotrici le considerazioni fondate sul semplice principio della energia bastano per ricavare tutto quanto MAXWELL ottiene come conseguenza della teoria dinamica.

Le formole della teoria dinamica dell'elettromagnetismo sono dunque superflue, anche per le applicazioni; abbandonandole, si ottiene generalità maggiore di risultati.

Cagliari, R. Università 10 giugno 1927.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

LUIGI BIANCHI in Pisa - SALVATORE PINCHERLE in Bologna

TULLIO LEVI-CIVITA in Roma - FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attualmente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*completamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Generale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà gli schiarimenti necessari.

CASA EDITRICE NICOLA ZANICHELLI — BOLOGNA

"SCIENTIA" RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutto le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — « SCIENTIA » pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito al Segretario Generale di « SCIENTIA », Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.*

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 180 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 80 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE

APRILE 1928

ANNO V - N. 4

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATO IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

G. B. BONINO e V. VAGLIO: *Osservazioni sul calcolo dei calori di diluizione secondo la teoria di Debye-Hückel.* — V. POLARA: *Sull'influenza dell'estensione e dello stato di contrazione della superficie nel fenomeno di triboelettricità del mercurio.* — L. MARTINOZZI: *Su un nuovo modello di igrometro a condensazione.* — RIVISTA: P. STRANEO: *La teoria dei quanta e i suoi nuovi indirizzi.*

BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE, R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCIANTI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

OSSERVAZIONI SUL CALCOLO DEI CALORI DI DILUIZIONE SECONDO LA TEORIA DI DEBYE-HÜCKEL

Nota di G. B. BONINO e V. VAGLIO

Sunto. - *Nell'applicare la teoria di DEBYE-HÜCKEL e di HÜCKEL si è generalmente ritenuto valido in via di prima approssimazione il porre il calore di diluizione previsto in base alle dette teorie come proporzionale alla radice quadrata della concentrazione.*

Nel presente lavoro si mette in evidenza come la teoria di DEBYE-HÜCKEL porti invece a calcolare (pure in via di larga approssimazione) il calore di diluizione come una somma di due termini, uno dei quali è proporzionale alla radice quadrata e l'altro alla prima potenza della concentrazione. Si mostra inoltre, sulla base di determinazioni crioscopiche, come il secondo di questi termini non sia trascurabile anche in un calcolo di prima approssimazione. Si conclude quindi che può essere discutibile la critica rivolta alle teorie citate di non riuscire a prevedere (neppure in via di larga approssimazione) i calori di diluizione nelle soluzioni di elettroliti forti.

Una fra le critiche più aspre ⁽¹⁾ che sono state rivolte in questi ultimi tempi alla teoria di DEBYE-HÜCKEL ⁽²⁾ e di HÜCKEL ⁽³⁾ sulle soluzioni di elettroliti forti è certamente quella che afferma l'insufficienza di detta teoria a prevedere calori negativi di diluizione.

Effettivamente per una soluzione acquosa di un elettrolita monovalente (cioè di un elettrolita binario ad ioni monovalenti) si è scritto comunemente che il calore di diluizione, dedotto dalle citate teorie, è dato dalla relazione:

$$U = 418\sqrt{c} \text{ a } 18^{\circ}$$

⁽¹⁾ Vedi esempio in ORTHMANN, « Ergb. d. Ext. Naturw. », 1927, pag. 155; NERNST, « Zeit. f. Elektr. », 33, 428 (1927); BJERRUM, « Zeit. f. Phys. Chem. », 119, 145 (1926).

⁽²⁾ « Phys. Zeit. », 24, 185 (1923).

⁽³⁾ « Phys. Zeit. », 26, 93 (1925).

ovvero tenendo conto del raggio ionico medio a :

$$(1) \quad U = \frac{418\sqrt{c}}{1 + 0,327a\sqrt{c}}$$

dove c è la concentrazione della soluzione in mol. litro ed a è il così detto raggio ionico medio nel senso della predetta teoria.

Ora si osserva che mentre la (1) permette di prevedere solo calori positivi l'esperienza fornisce notevoli e numerosi esempi di calori di diluizione negativi ⁽¹⁾. E d'altra parte (come giustamente osserva anche NERNST ⁽²⁾) il raggio medio a degli ioni non riesce a renderci affatto conto dell'effetto individuale degli stessi sul calore di diluizione.

Siccome la relazione (1) è dedotta dall'ipotesi della dissociazione totale degli elettroliti forti, NERNST ⁽²⁾ interpreta le grandi discordanze di andamento tra la relazione stessa e l'esperienza coll'ipotesi che il contributo negativo al calore di diluizione sia dato dalla progressiva dissociazione delle molecole dell'elettrolita mentre le forze interioniche della parte dissociata contribuiscano al solo calore positivo. E tale interpretazione dovrebbe costituire un argomento decisivo contro la teoria della completa dissociazione.

In particolare NERNST interpreta la differenza tra il calore integrale di diluizione sperimentale U_{per} e quello ricavato dalla formula (1) U_i nel modo seguente:

$$U_{\text{per}} - U_i = Q(1 - \alpha) \quad \text{ovvero} \quad U_{\text{per}} = Q(1 - \alpha) + B\sqrt{c}$$

dove Q rappresenta il calore (negativo) di dissociazione delle ipotetiche molecole indissociate ed α il grado di dissociazione nel senso delle classiche teorie. Quindi scrivendo che:

$$U_i = B\sqrt{c}$$

si pone che il calore di diluizione dovuto al lavoro delle forze interioniche è proporzionale alla radice quadrata della concentrazione.

Noi però abbiamo motivo di credere che possa essere discutibile la affermazione che l'insieme delle teorie di DEBYE-HÜCKEL e di HÜCKEL sulle soluzioni di elettroliti forti non riesca a prevedere, nemmeno in via potenziale, calori di diluizione negativi; come pure crediamo che

⁽¹⁾ Vedi ad esempio RICHARDS e ROWE, « Journ. Am. Chem. Soc. », 42, 1121 (1920) e 43, 770 (1921); NERNST u. ORTHMANN, « Ber. Der. Berl. Akad. », (1926) 51; (1927) 136 ecc.

⁽²⁾ « Zeits. f. Elektr. », 33, 428 (1927).

non sia rispondente ad una esatta interpretazione di queste teorie il porre (anche in via di prima approssimazione) il lavoro delle forze interioniche come eguale ad un solo termine proporzionale alla radice quadrata della concentrazione. Pur non volendo per ora procedere ad un calcolo serrato che presenta notevoli difficoltà ricorderemo in questa nota che l'espressione del calore di diluizione secondo le teorie sopracitate non risponde esattamente nemmeno in prima approssimazione ad una relazione $U = 418\sqrt{c}$ (per soluz. acquose c. s.) e cioè sempre positiva, ma che detto effetto viene rappresentato da una espressione più complicata la quale può prevedere anche valori negativi. E mostreremo come già un calcolo sommario possa portare a valori negativi dei calori di diluizione.

È noto che HÜCKEL ⁽¹⁾ esprime il lavoro relativo alle forze interioniche in una soluzione di un elettrolita forte mediante due termini

$$W = W_0 + W^*.$$

La parte W_0 corrisponde al lavoro delle forze coulombiane dovute alle cariche degli ioni supposti in un mezzo di costante dielettrica D_0 eguale a quella del solvente. In prima approssimazione si può scrivere questo termine (riferendolo alla molecola grammo di soluto)

$$W_0 = -\frac{kT}{12\pi} \chi_0^2$$

dove

$$(2) \quad \chi_0 = \sqrt{\frac{4\pi\epsilon^2 N}{D_0 k T 1000}} \sqrt{\sum c_i z_i^2}$$

($\epsilon = 4.774 \cdot 10^{-10}$ u. e. s.; $N = 6.06 \cdot 10^{23}$; k cost. di BOLTZMANN; z_i valenza dell'ione in soluzione).

Ma, come mostra BJERRUM ⁽²⁾, il termine W_0 contribuisce al calore integrale di diluizione per una parte, che si può scrivere in una soluzione acquosa di un elettrolita binario ad ioni monovalenti alla temperatura di 18° C.:

$$U' = \frac{418\sqrt{c}}{1 + 0,327a\sqrt{c}}.$$

La parte W^* che contiene i termini relativi alle forze interioniche dovute ai momenti elettrici degli ioni e delle particelle del solvente nonché alla variazione della costante dielettrica del mezzo per effetto del soluto, possiede un'espressione notevolmente complicata conte-

⁽¹⁾ « Phys. Zeits. », 26, 1925, pag. 111.

⁽²⁾ « Zeits. f. Phys. Chem. », 119, 145 (1926).

nendo (come vien data da HÜCKEL) i termini successivi di due sviluppi in serie. In prima approssimazione (vedi HÜCKEL, l. c.) si potrà scrivere:

$$W^* = \sum_i N_i \frac{\epsilon_i^2 z_i^2 \beta}{D_0 a_i} \frac{\beta}{2}.$$

Ora ricordando la relazione che intercorre tra calore ed energia libera per il secondo principio della termodinamica:

$$U = \psi - T \frac{\partial \psi}{\partial T}$$

si può ricavare per una soluzione di un elettrolita binario ad ioni monovalenti in acqua alla temperatura di 18° C. il contributo U'' che W^* porta al calore di diluizione:

$$(3) \quad U'' = \frac{4058.2}{a} \beta \left[-0,315 - \frac{T}{\beta} \frac{d\beta}{dT} \right]$$

dove a è il raggio medio degli ioni espresso in Ångstrom e β è legato alla costante dielettrica efficiente D della soluzione dalla relazione:

$$D = D_0(1 - \beta)$$

dove D_0 è la costante dielettrica del solvente puro. E poichè HÜCKEL pone per un elettrolita binario:

$$D = D_0 - 2\bar{\delta}c$$

si avrà:

$$\beta = \frac{2\bar{\delta}c}{D_0}.$$

Il parametro $\bar{\delta}$ dipende in prima approssimazione dalla natura degli ioni nonchè del solvente e, a pressione costante, dalla temperatura. Se si vuole esprimere la (3) in funzione di $\bar{\delta}$ anzichè di β si ottiene ⁽¹⁾:

$$(4) \quad U'' = 99,8 \frac{c\bar{\delta}}{a} \left[-1,630 - \frac{T}{\bar{\delta}} \frac{d\bar{\delta}}{dT} \right];$$

si vede dunque che U'' può essere positivo o negativo a seconda del segno di $\bar{\delta}$ e di $\frac{d\bar{\delta}}{dT}$. D'altra parte un esame anche superficiale della (4) mostra che U'' non si può dire a priori trascurabile. Infatti pur

⁽¹⁾ Notiamo per evitare equivoci che ORTHMANN (loc. cit.) indica con δ , anzichè la quantità che noi (seguendo la notazione di HÜCKEL) indichiamo, la quantità di $\frac{\beta}{c}$.

volendo considerare per es. $\bar{\delta}$ come indipendente dalla temperatura (ipotesi completamente gratuita) si otterrebbe pur tuttavia:

$$U'' = -162,6 \frac{c\bar{\delta}}{a}$$

che può costituire un termine negativo affatto trascurabile quando si pensa che misure elettrochimiche sulle soluzioni danno dei valori di $\bar{\delta}$ anche dell'ordine di 10 e più.

Dunque scriveremo in prima approssimazione per il calore integrale di diluizione per una soluzione acquosa di un elettrolita binario ad ioni monovalenti a 18° C.:

$$U = U' + U'' = \frac{+418\sqrt{c}}{1 + 0,327a\sqrt{c}} + 99,8 \frac{c\bar{\delta}}{a} \left[-1,630 - \frac{T}{\bar{\delta}} \frac{d\bar{\delta}}{dT} \right]$$

e cioè una più accurata interpretazione della teoria Hückeliana porta quale prima approssimazione a considerare il calore di diluizione non come proporzionale solo alla radice quadrata della concentrazione, ma come la somma di due termini dei quali uno è proporzionale alla radice e l'altro alla prima potenza della concentrazione stessa.

Per accertarci se il termine U'' riuscisse a spiegare la negatività dei calori di diluizione, pur prevedendo anche con buona approssimazione i calori positivi, abbiamo tentato una determinazione di $\bar{\delta}$ e $\frac{d\bar{\delta}}{dT}$ sulla base di dati sperimentali sulle soluzioni.

Per tale scopo ci siamo serviti di determinazioni crioscopiche ed ebullioscopiche dalle quali si può infatti (come già una di noi ha ampiamente ricordato in un altro lavoro ⁽¹⁾) risalire per via termodinamica al valore del coefficiente di attività del solvente f_0 :

$$\frac{\Delta T}{T_0} \frac{q}{RT_0} = -\log_n (1 - \Sigma \gamma_i) - \log_n f_0$$

dove con γ_i si indicano le concentrazioni molecolari degli ioni considerando l'elettrolita come completamente dissociato. Paragonando il coefficiente di attività sperimentale del solvente con l'espressione che per lo stesso dà HÜCKEL si può risalire ai valori di a e di $\bar{\delta}$ nel seguente modo.

(¹) « Ann. Chim. Appl. », 17, 115 (1927).

Secondo HÜCKEL (l. c., pag. 115) il coefficiente di attività del solvente per una soluzione acquosa di un elettrolita binario ad ioni monovalenti si scrive:

$$(5) \quad {}^{10}\log f_0 = {}^{10}\log f_0^0 + {}^{10}\log f_0^*$$

dove a 0°C.:

$$\begin{aligned} {}^{10}\log f_0^0 &= 0,0020567\sqrt{(2c)^3}\sigma(x_0) \\ {}^{10}\log f_0^* &= -\frac{0,0003053 \cdot 10^{-8}}{a} \bar{\epsilon}(2c)^2 \frac{1}{1+x_0} \\ &\quad + 0,00003496\bar{\epsilon}\sqrt{(2c)^3} \frac{1}{(1+x_0)^2} \end{aligned}$$

trascurando i termini superiori i cui coefficienti sono dell'ordine di 10^{-6} . Ricordiamo che

$$\sigma(x_0) = \frac{3}{x_0^{\frac{3}{2}}} \left[(1+x_0) - \frac{1}{1+x_0} - 2 \log_n (1+x_0) \right]$$

ed è cioè una funzione del raggio a essendo $x_0 = a\chi_0$ (v. formula (2)). D'altra parte siccome in χ_0 (vedi formula (2)) figura la costante dielettrica del solvente (acqua) e non quella della soluzione ne verrà che $\sigma(x_0)$ non dipenderà da $\bar{\epsilon}$.

Se si trascura ${}^{10}\log f_0^*$ e si eguaglia il ${}^{10}\log f_0$ sperimentale con ${}^{10}\log f_0^0$ si ricaveranno dei valori di $\sigma(x_0)$, e quindi per interpolazione si avranno dei valori del raggio medio a , i quali si avvicineranno tanto più al valore proprio di tale parametro, secondo la teoria, quanto più $\log f_0^*$ è trascurabile cioè quanto più c è piccolo.

Determiniamo così per ciascun sale una serie di valori di a a concentrazioni diverse e quindi interpolando questi valori sperimentali col metodo dei minimi quadrati ricaviamo il valore limite di a per $c = 0$.

Perciò senza entrare in merito al significato teorico di a ricaviamo tale quantità sperimentalmente in modo che corrisponda alle esigenze della teoria di DEBYE-HÜCKEL che impone:

- 1) che a sia costante rispetto alla concentrazione;
- 2) che il logaritmo del coefficiente sperimentale di attività del solvente coincida con $\log f_0^0$ al limite per $c = 0$ o per $\bar{\epsilon} = 0$.

Avendo in tal modo definito il parametro a procediamo a ricavare $\bar{\epsilon}$ calcolando per ciascuna concentrazione:

$$\log f_0^* = \log f_{0(\text{sperimentale})} - \log f_0^0.$$

Come ben si vede dalla (5) conoscendo a , e quindi γ_0 , c e $\log f_0^*$ si può risalire a $\bar{\epsilon}$. Tale metodo non ci permette di calcolare $\bar{\epsilon}$ per concentrazioni elevatissime poichè tutto il calcolo di HÜCKEL non vi si

presta supponendo: $\beta < 1$. D'altra parte occorre stare bene attenti nel ricavare il valore di a che questo corrisponda effettivamente alla condizione 2) sopra ricordata. Nel caso particolare poi dei nitrati dei metalli alcalini non possiamo nemmeno prendere in considerazione soluzioni troppo diluite. Infatti i nitrati mostrano per medie concentrazioni a 0°C . dei $\bar{\delta}$ negativi ed in valore assoluto relativamente basso. Ora da tutte le misure della costante dielettrica delle soluzioni di elettroliti forti si deduce che in generale la variazione della costante dielettrica con la concentrazione è sempre negativa alle minime concentrazioni e poi può per certi elettroliti passando per un punto di 0 diventare positiva per mantenersi poi per un certo tratto praticamente costante. Ora è ovvio che se noi determiniamo $\bar{\delta}$ in tale tratto in cui si mantiene costante (e cioè per soluzioni di media concentrazione) e lo troviamo negativo, questa costanza e quindi l'indipendenza di $\bar{\delta}$ da c sparirà per soluzioni più diluite. Quindi finché non potremo conoscere tale variazione di $\bar{\delta}$ non potremo ricavare i parametri che c'interessano e perciò per le soluzioni troppo diluite non potremo proseguire il calcolo. Dovremo allora limitarci per ora a dei confronti coll'esperienza per soluzioni non troppo concentrate né troppo diluite pur riserbando in un prossimo lavoro di mostrare come possedendo un forte numero di buoni dati sperimentali di abbassamenti crioscopici e di innalzamenti ebullioscopici si possa anche estendere questo metodo di calcolo alle soluzioni molto diluite di elettroliti che presentano calori negativi di diluizione assai accentuati.

Per ora onde avere $\bar{\delta}$ alla temperatura di 0°C . noi faremo quindi la media dei valori di $\bar{\delta}$ ricavati da esperienze crioscopiche per medie concentrazioni e entro non larghi limiti di queste. Ricavato $\bar{\delta}$ ci necessita ancora conoscere $\frac{d\bar{\delta}}{dT}$. Per questa determinazione noi procediamo nel modo seguente. Ricaviamo il valore di $\bar{\delta}$ a circa 0°C . col metodo descritto e poi applichiamo analogo metodo per ricalcolare $\bar{\delta}$ da misure ebullioscopiche sulle soluzioni dello stesso elettrolita giungendo così al $\bar{\delta}$ relativo alla temperatura di 100°C . circa. Usiamo nei calcoli per valore approssimato di $\frac{d\bar{\delta}}{dT}$ la variazione media di $\bar{\delta}$ entro le temperature di congelamento e di ebullizione della soluzione che si considera. Siccome nel valore di U'' ha una grande importanza (agli effetti del segno) la positività o negatività del $\bar{\delta}$ e del $\frac{d\bar{\delta}}{dT}$, abbiamo voluto sviluppare i calcoli numerici che sono assai voluminosi per tre elettroliti che si presentavano come rappresentanti di tre tipi

caratteristici agli effetti appunto del segno di $\bar{\delta}$ (a 0° C.) e del segno del calore di diluizione. E cioè:

nitrato di potassio che presenta valori oltremodo negativi del calore di diluizione e possiede per medie concentrazioni un $\bar{\delta}$ negativo;

cloruro di sodio che presenta calori di diluizione negativi per medie concentrazioni mentre gli si deve riferire un valore di $\bar{\delta}$ nettamente positivo;

cloruro di litio che presenta calori di diluizione positivi ed è caratterizzato da un valore di $\bar{\delta}$ sempre fortemente positivo.

1. Nitrato di potassio.

Utilizziamo i valori degli abbassamenti crioscopici di soluzioni di questo sale dati da W. A. ROTH (Zeist. Phys. Chem. 79, 605, 1912) e riportati dalle tabelle del LANDOLT. Dai valori seguenti:

c' in mol. per 1000 gr. di acqua	ΔT
0,04799	— 0,1645
0,15160	— 0,4893
0,2179	— 0,6843
0,3299	— 0,9949

Ricaviamo: $a = 0,89 \cdot 10^{-8}$ cm. Valore col quale otteniamo per le soluzioni di concentrazione intermedia a $c = 0,1516$ e $c = 0,2179$; $\bar{\delta} = -0,45$. Analogamente dai valori seguenti di innalzamenti ebullioscopici (entro limiti dell'innalzamento all'incirca corrispondenti a quelli degli abbassamenti soprariferiti):

c' in mol. per 1000 gr. di acqua	ΔT	Autore
0,0998	+ 0,095	A. SMITS, « Z. P. Ch. », 39, 414 (1902)
0,276	+ 0,248	L. KAHLEMBERG, « J. P. Ch. », 5, 368 (1901)
0,911	+ 0,797	W. LANDESBERGER, « Z. An. Ch. », 17, 452 (1898)

Ricaviamo come valore medio $\bar{\delta} = +2,42$. Dunque: $\frac{d\bar{\delta}}{dT} = \div +0,03$.
E perciò per la (4) a 18° in soluzione acquosa ($\bar{\delta}_{18} = +0,1$)

$$U'' = -997c.$$

Analogamente per il cloruro di sodio dai seguenti valori di abbassamenti crioscopici:

	c'	ΔT	Autore
1	0,01042	— 0,03734	H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 59, 33 (1907)
2	0,02137	— 0,07584	H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 59, 33 (1907)
3	0,08354	— 0,2897	H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 59, 33 (1907)
4	0,118	— 0,4077	F. M. RAOULT, « Zeits. Phys. Ch. », 27, 658 (1898)

Si ricava $a = 3,689 \cdot 10^{-8}$ cm. Quindi dai valori 3) e 4) della tabella precedente e (per restare sempre nei limiti di concentrazione pressapoco da $c' = 0,1$ a $c' = 0,3$) dalla misura:

$$c' = 0,2528; \quad \Delta T = -0,8615$$

H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 50, 144 (1905)

si ottiene:

$$\bar{\delta}_0 = + 3,689.$$

Analogamente dai seguenti valori ebullioscopici:

c'	ΔT	Autore
0,369	+ 0,351	BILTS, « Zeits. Ann. Chem. », 17, 452 (1898)
0,750	+ 0,717	SMITS, « Zeits. Phys. Chem. », 39, 413 (1902)
1,243	+ 1,235	LANDSBERGER, « J. Ph. Ch. », 5, 362 (1901)

si ottiene quale valore medio

$$\bar{\delta}_{100} = + 6,18$$

perciò:

$$\frac{d\bar{\delta}}{dT} = + 0,025 \quad \text{e} \quad \bar{\delta}_{18} = + 4,14.$$

Ritroviamo così per il $\bar{\delta}$ del cloruro di sodio un valore assai concordante con quello che HÜCKEL ⁽¹⁾ ha ricavato dalle misure elettrochimiche di ALLMAND e POLLACK ⁽²⁾ sulla cella:



⁽¹⁾ « Phys. Zeits. », 26, pag. 125 (1925).

⁽²⁾ « Journ. of the Chem. Soc. », 115, 1020 (1919).

e che corrisponde a circa 4,5 a 25°, mentre noi troviamo a 25° il valore di 4,31 che porta una notevole conferma ai nostri calcoli. Sulla base di questi valori si ottiene dalla (4)

$$U''_{NaCl} = -378,6 \text{ c.}$$

Cloruro di litio.

Si è ricavato a dalle seguenti misure crioscopiche

	c'	ΔT	Autore
1	0,008236	— 0,02961	H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 59, 36 (1907)
2	0,02019	— 0,07194	H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 59, 36 (1907)
3	0,0455	— 0,159	W. BILTZ, « Zeits. Phys. Chem. », 40, 199 (1902)
4	0,09952	— 0,3520	E. H. LOOMIS, « Wied. Ann. », 60, 527 (1897)
5	0,2038	— 0,7093	H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 50, 135 (1905)
6	0,2938	— 1,0377	H. JAHN, « Zeits. Phys. Chem. », 50, 135 (1905)

Da questi dati applicando il metodo dei minimi quadrati si ottiene:

$$a = 4,3165 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Analogamente ai casi precedenti si è ricavato $\bar{\delta}$ dal valore medio dedotto dalle misure per $c' = 0,099$, $c' = 0,2038$, $c' = 0,2938$ ottenendo $\bar{\delta} = +15,4$.

Per il valore a 100° si è utilizzata la misura:

$$c' = 0,258; \quad \Delta T = 0,245$$

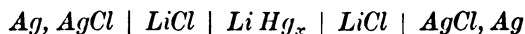
che corrisponde ai limiti medi di concentrazione mantenuti e si ottiene:

$$\bar{\delta}_{100} = 5,82$$

da cui abbiamo

$$\frac{d\bar{\delta}}{dT} = -0,096 \quad \text{e} \quad \bar{\delta}_{18} = 13,67; \quad \bar{\delta}_{25} = 13.$$

Osserviamo che anche in questo caso otteniamo una concordanza del $\bar{\delta}$ per il cloruro di litio a 25° col calore ricavato da HÜCKEL ⁽¹⁾ dalle misure di MAC INNES e BEATTIE ⁽²⁾ sulla cella:



⁽¹⁾ « Phys. Zeits. », 26, 127 (1925).

⁽²⁾ « Journ. Amer. Chem. Soc. », 42, 1117 (1920).

e con quello ricavato da HARNED e AKERLOFF ⁽³⁾ dalle proprie misure sullo stesso tipo di cella.

Con l'uso dei valori sopraricordati si ottiene dunque per il cloruro di litio:

$$U'' = + 133,32 c$$

cioè un termine positivo mentre per i precedenti si aveva un termine negativo. Con i valori di U'' così calcolati giungiamo a calori integrali di diluizione i quali: a) mostrano la possibilità di valori negativi ed anche fortemente negativi; b) concordano già in modo notevole con i calori di diluizione trovati da RICHARD e ROWE (l. c.) appunto entro i limiti di concentrazione per i quali valgono le approssimazioni introdotte.

Nella tabella seguente si può avere un'idea dell'importanza numerica del termine U'' così calcolato.

Calore di diluizione calcolato e trovato.

Sale e limiti di concentrazione	U Calc. secondo l'ordinaria interpretazione $U = 418\sqrt{c}$	U Calc. come in (1) ma tenendo conto del raggio medio degli ioni $U = \frac{418\sqrt{c}}{1+0,327a\sqrt{c}}$	U Calc. secondo le osservazioni della presente nota	U trovato da RICHARD e ROWE
LiCl				
$U_{0,227} - U_{0,139}$	+ 64	+ 17	+ 28,7	+ 41
$U_{0,555} - U_{0,139}$	+ 157	+ 49,5	+ 104,9	+ 109
$U_{1,11} - U_{0,139}$	+ 284	+ 74,3	+ 203,7	+ 195
$U_{2,22} - U_{0,139}$	+ 470	+ 98	+ 375,4	+ 337
NaCl				
$U_{0,227} - U_{0,139}$	+ 64	+ 18,5	— 14	— 20
$U_{0,555} - U_{0,193}$	+ 157	+ 55	— 99	— 74
$U_{1,11} - U_{0,139}$	+ 284	+ 83,5	— 274	— 184
KNO₃				
$U_{0,227} - U_{0,139}$	+ 64	+ 34	— 53,3	— 139
$U_{0,555} - U_{0,139}$	+ 157	+ 114	— 300,7	— 389
$U_{1,11} - U_{0,139}$	+ 284	+ 192	— 776	— 791
$U_{2,22} - U_{0,139}$	+ 470	+ 293	— 1781	— 1416

(1) « Phys. Zeits. », 27, 411 (1926).

Non vogliamo certamente attribuire al nostro calcolo un significato di definitiva esattezza dalla quale è ben lontano, ma esso ci sembra interessante poichè mostra come l'effetto delle forze interioniche sul calore di diluizione sia dato in prima approssimazione dalla teoria di HÜCKEL come la somma di due termini dei quali nessuno è a priori trascurabile:

$$U = Ac + B\sqrt{c}$$

mentre il coefficiente B è sempre positivo il coefficiente A può essere sia negativo sia positivo e portare per un dato solvente a seconda degli ioni presenti nella soluzione dei contributi negativi o positivi al calore di diluizione.

Ci sembra quindi che sia discutibile la critica che la teoria di DEBYE e HÜCKEL e di HÜCKEL non riesca a prevedere calori negativi di diluizione e ci sembrerebbe quindi non del tutto giustificato l'accettare delle considerazioni che partono dal fatto di porre l'effetto delle forze interioniche sul calore di diluizione come solamente proporzionale, pure in via di prima approssimazione, alla radice quadrata della concentrazione.

*Bologna, Istituto di Chimica Generale della R. Università,
Laboratorio di Chimica Fisica ed Elettrochimica della
R. Scuola Superiore di Chimica Industriale - Febbraio 1928.*

SULL'INFLUENZA DELL'ESTENSIONE E DELLO STATO DI CONTRAZIONE DELLA SUPERFICIE NEL FENOMENO DI TRIBOELETTRICITÀ DEL MERCURIO

Nota del Prof. VIRGILIO POLARA

Sunto. - *Le osservazioni sperimentali di cui è oggetto la presente Nota mettono in evidenza l'influenza considerevole della estensione della superficie del mercurio e dello stato della sua contrazione nei fenomeni di triboelettricità al contatto col vetro. Da tali osservazioni risulta:*

1) *al diminuire della estensione d'una superficie di mercurio eccitabile positivamente al contatto col vetro, tale eccitabilità positiva decresce prima e diventa poi negativa, quando la diminuzione della superficie libera cresce oltre un dato limite;*

2) *la rapidità di invecchiamento all'aria d'una superficie fresca di mercurio è notevolmente influenzata dalla sua estensione, il passaggio dalla eccitabilità positiva alla eccitabilità negativa avvenendo più rapidamente per una superficie meno estesa;*

3) *la rapidità di invecchiamento all'aria è influenzata dallo stato di contrazione della superficie libera del mercurio, cioè dal suo raggio di curvatura, il passaggio dalla eccitabilità positiva alla negativa avvenendo più rapidamente per una superficie a raggio di curvatura minore.*

Di tali risultati è data una interpretazione, e dell'influenza del raggio di curvatura sulla rapidità di invecchiamento è tentata una spiegazione, con l'ausilio della teoria di FRENKEL sui potenziali intrinseci, che ulteriori ricerche potranno avvalorare o modificare.

Nel corso di alcune precedenti ricerche ⁽¹⁾ sull'influenza del gradiente termico dell'isolante nel fenomeno di triboelettricità del mercurio avevo potuto osservare due circostanze notevoli, e cioè: 1) quando si cercava di rinnovare la superficie libera del mercurio per sbattimento e rimescolamento, ben difficilmente si riusciva nell'intento, se il mercurio era contenuto in una bacinella di piccolo diametro; 2) quando si ricorreva alla filtrazione ripetuta per il rinnovamento della superficie, il mercurio a superficie fresca invecchiava alquanto rapidamente, se disposto in una bacinella piccola.

Riprendendo l'esame sistematico del fenomeno, ho potuto osservare che se il mercurio disposto in una larga bacinella ed ancora

(1) POLARA, « Nuovo Cimento », gennaio 1928.

eccitabile positivamente per contatto triboelettrico col vetro, viene cautamente versato in una piccola bacinella, l'eccitabilità per contatto triboelettrico col vetro della nuova superficie, se ancora positiva è fortemente diminuita, ed in molti casi essa è invece diventata negativa, specialmente se si ha cura di lasciare per qualche tempo indisturbato il mercurio della bacinella grande prima di travasarlo, accertandone l'eccitabilità positiva proprio in questo momento.

Risultati molto regolari ho ottenuto disponendo il mercurio ripetutamente agitato e filtrato, in due imbuti eguali fra loro comunicanti per un tubo di gomma. Quando i due imbuti sono disposti pressochè allo stesso livello si nota dalle due parti una sensibile eccitabilità positiva della superficie del mercurio per contatto triboelettrico col vetro; ma alzando od abbassando uno dei due imbuti, si osserva che l'eccitabilità positiva della superficie che si contrae va progressivamente diminuendo col crescere del dislivello fra i due imbuti, e quando tale dislivello supera un certo valore la superficie contratta si palesa eccitabile negativamente in modo ben netto, mentre la superficie del mercurio dell'altro imbuto, che va distendendosi, si eccita sempre positivamente. Facendo distendere poi la superficie che si era prima contratta e contrarre quella che si era distesa, mediante uno spostamento in senso inverso degli imbuti, si osserva una eccitabilità positiva nella superficie ora distesa ed una eccitabilità negativa in quella ora contratta.

Se si ha cura di toccare la superficie del mercurio pulito con un disco di vetri da specchi o con un tubo di vetro contenente una certa quantità di mercurio nel suo interno, senza l'ausilio dello strofinio o del riscaldamento, che, come ho dimostrato in un precedente lavoro ⁽¹⁾ possono invertire il segno della elettrizzazione del mercurio, il fenomeno descritto, come quelli che descriverò nel resto di questa Nota, si verifica con regolarità.

Tali mezzi di eccitamento dell'isolante possono essere evitati nelle giornate asciutte, ed a me è stato così possibile fare diverse serie di osservazioni anche nel mese di Gennaio; ma allo scopo di potere eseguire le osservazioni anche con tempo umido, ho eccitato il vetro per lieve riscaldamento lento ed uniforme, assicurandomi però ogni volta, prima di toccare con la bacchetta o con il disco il mercurio in esame, che l'isolante caricasse sempre negativamente il mercurio a superficie sicuramente vecchia di due o tre giorni, contenuto in una bacinella a parte e da servire da termine di paragone. E nel caso che il mercurio di confronto assumeva in-

(1) POLARA, l. c.

vece carica positiva al contatto con l'isolante, a causa d'un non uniforme od eccessivo riscaldamento di esso, ripetevo varie volte il contatto con tale mercurio di confronto fino a che questo si eccitava negativamente; e solo allora toccavo con l'isolante il mercurio in esame. Con tali precauzioni si hanno risultati sensibilmente concordanti in molte serie di osservazioni.

Ora, se l'eccitabilità positiva della superficie distesa, che nello stato di contrazione si mostrava eccitabile negativamente, può trovare una certa analogia in un'esperienza descritta dal PERUCCA ⁽¹⁾ (relativa all'elettrizzazione positiva del mercurio vecchio contenuto in un cilindro di 3 o 4 cm. di diametro quando vi si affondi ed estraiga una canna di vetro), l'eccitabilità negativa della superficie contratta del mercurio, che prima della contrazione si eccitava ancora positivamente, ed era quindi da considerare a superficie fresca, è da ritenere invece un nuovo elemento di studio nel fenomeno di triboelettricità del mercurio.

Del fenomeno osservato possiamo renderci facilmente conto osservando che, se la comparsa dell'eccitabilità negativa del mercurio è l'effetto, come pensa il PERUCCA ⁽¹⁾, d'una relativamente lenta trasformazione superficiale del mercurio al contatto con l'aria viziata, a seconda che la densità della trasformazione superficiale supera o no un certo valore, la superficie del mercurio sarà eccitabile negativamente o positivamente al contatto con l'isolante: se quindi una superficie, che appare anche eccitabile positivamente, per essere il valore della densità di tale trasformazione superficiale inferiore al limite indicato, si contrae, diminuendo la sua estensione libera, la densità della trasformazione superficiale finirà per superare il valor limite indicato, e la superficie così contratta si ecciterà negativamente al contatto col vetro. L'opposto avverrà per un distendimento della superficie, accompagnato da accrescimento della estensione della superficie libera.

È però singolare che per quanto si cerchi di far avvenire la contrazione della superficie fresca di mercurio con rapidità, per mezzo dello spostamento degli imbuti, e si saggi anche con rapidità il segno della eccitabilità della superficie contratta, per modo che sia da presumere piccola la densità della trasformazione superficiale avvenuta in questo tempo, l'eccitabilità del mercurio molto contratto appaia sempre negativa in tali esperienze. Ciò fa pensare che la contrazione della superficie fresca di mercurio non abbia solo l'ufficio,

⁽¹⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 34.

⁽²⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 275.

a causa della diminuita sua estensione, di accrescere la densità della trasformazione superficiale già avvenuta, ma anche verosimilmente quello di accrescere la rapidità della trasformazione superficiale, per modo che nell'esperienza descritta le due azioni convergano a determinare in breve tempo nella superficie contratta la densità di trasformazione superficiale richiesta per l'eccitazione negativa.

Per avere una prima verifica dell'influenza della estensione della superficie sulla rapidità di invecchiamento, ho versato nei due imbuti, posti a livello alquanto diverso, del mercurio della massa, ripetutamente sbattuto e filtrato. L'eccitamento della superficie più ampia è risultato così sempre notevole e positivo, mentre quello della superficie meno ampia è risultato o positivo, ma alquanto meno notevole, o addirittura negativo. Ma nei casi frequenti in cui la superficie meno ampia appariva ancora eccitabile positivamente, facendo le osservazioni ad intervalli regolari di tempo, ho potuto accertare che essa finisce per diventare negativa parecchio tempo prima dell'altra, per modo che per una buona mezz'ora si osserva eccitabilità ancora positiva nella superficie più distesa ed eccitabilità negativa nella superficie meno distesa.

Ma migliori risultati ho ottenuto versando mercurio della massa, ripetutamente sbattuto e filtrato, in tre bacinelle di diversa grandezza. Mentre in principio le superfici di mercurio si eccitavano positivamente in tutte e tre le bacinelle ma in diversa misura, dopo un primo periodo di tempo comincia ad eccitarsi negativamente solo la superficie del mercurio contenuto nella bacinella più piccola, mentre le altre due superfici si eccitano ancora positivamente. Dopo un altro intervallo di tempo comincia ad eccitarsi negativamente anche la superficie del mercurio disposto nella bacinella media, per modo che si presentano ora eccitabili negativamente le superfici della bacinella piccola e della media, mentre si eccita ancora positivamente la superficie della bacinella grande, che però finisce anch'essa per eccitarsi in seguito negativamente. Ecco una serie di osservazioni fatte in una giornata asciutta con un disco di vetro da specchi non eccitato nè per strofinio nè per riscaldamento:

Ora	Deviazione e segno della carica del mercurio della bacinella piccola	Deviazione e segno della carica del mercurio della bacinella media	Deviazione e segno della carica del mercurio della bacinella grande
15	25 della scala dell'elettrometro +	25 della scala dell'elettrometro +	45 della scala dell'elettrometro +
15,5	25 »	25 »	45 »
15,10	25 »	20 »	40 »
15,15	20 »	20 »	40 »
15,20	10 »	15 »	30 »
15,25	10 »	15 »	25 »
15,30	10 »	12 »	35 »
15,40	12 »	12 »	32 »
15,45	8 »	14 »	35 »
15,50	8 »	10 »	30 »
16	20 della scala del micrometro +	12 »	25 »
16,10	10 »	8 »	25 »
16,20	30 »	8 »	28 »
16,30	60 »	20 della scala del micrometro +	20 »
16,40	70 »	10 »	18 »
16,50	3 della scala dell'elettrometro —	8 »	12 »
17,30	20 »	10 della scala dell'elettrometro —	10 »
17,40	20 »	12 »	5 della scala del micrometro —
l'indomani	35 »	40 »	45 della scala dell'elettrometro —

Ecco due serie di osservazioni, con due sole bacinelle, una piccola ed una grande, fatte in giornate umide:

Ora	Segno della carica del mercurio della bacinella piccola	Segno della carica del mercurio della bacinella grande	Segno della carica del mercurio della bacinella di paragone
8	+	+	—
8,20	+	+	—
8,40	—	+	—
9	—	+	—
10,20	—	+	—
11,30	—	—	—
14	—	—	—

Ora	Segno della carica del mercurio della bacinella piccola	Segno della carica del mercurio della bacinella grande	Segno della carica del mercurio della bacinella di paragone
14,30	+	+	—
14,45	+	+	—
15	+	+	—
15,15	+	+	—
15,30	—	+	—
15,45	—	+	—
16	—	+	—
17	—	+	—
18	—	—	—

Le osservazioni fatte portano a concludere quindi che la rapidità di invecchiamento della superficie di mercurio dipende dalla estensione e dallo stato di contrazione — elementi fra loro collegati in tali esperienze — della superficie stessa, la rapidità di invecchiamento essendo maggiore per superfici meno estese e più contratte.

La constatazione di una iniziale eccitabilità positiva della superficie poco estesa e più contratta, in molti casi molto meno pronunciata di quella riscontrata nella superficie più distesa, e l'osservazione non infrequente di una iniziale eccitabilità negativa di tale superficie contratta potrebbero trovare spiegazione nella considerazione che, per quanto si operi rapidamente, al momento della prima osservazione — e si perde comunque un po' di tempo per saggiare

la giusta eccitabilità dell'isolante — una certa trasformazione superficiale si potrà pensare sempre avvenuta, e tale trasformazione, più rapida sulla superficie meno estesa, avrà potuto qui determinare una più sensibile densità di trasformazione superficiale. Tale congettura trova conferma nel fatto che se dalla bacinella piccola, in cui si osserva una iniziale piccola eccitazione positiva o addirittura una iniziale eccitazione negativa della superficie di mercurio, si decanta un po' di mercurio superficiale, si osserva un'eccitazione positiva alquanto più rilevante.

Nelle esperienze descritte le due superfici di mercurio, sebbene ottenute da una stessa massa ripetutamente agitata e filtrata, sono fin dall'inizio nettamente separate e presentano una diversa estensione.

Allo scopo di ricercare se la diversa rapidità di invecchiamento si debba attribuire alla diversa estensione della superficie o al diverso stato di contrazione — raggio di curvatura — che essa assume per effetto delle forze molecolari, ho voluto osservare il comportamento di una porzione della superficie distesa e fresca di mercurio, limitata da una canna del diametro di 2 cm. circa, che affondavo nel mercurio d'una larga vaschetta.

Ho potuto osservare così che mentre la superficie di mercurio limitata dalla canna si eccita positivamente come quella del resto della vaschetta, dopo alcuni momenti invece essa si eccita negativamente, mentre la superficie esterna continua ad eccitarsi positivamente per molto tempo ancora.

Ecco sue serie di osservazioni:

Ora	Deviazione e segno della carica del mercurio esterno alla canna	Deviazione e segno della carica del mercurio interno alla canna	Segno della carica del mercurio di paragone
13,55	30 +	20 +	—
16	50 +	10 +	—
16,5	50 +	8 +	—
16,10	50 +	30 —	—
16,25	40 +	40 —	—
16,45	30 +	40 —	—
17	20 +	40 —	—
17,15	8 +	50 —	—
17,30	10 —	60 —	—
17,40	15 —	60 —	—

Ora	Segno della carica all'esterno	Segno della carica all'interno	Segno della carica nel mercurio di paragone
15,30	+	+	—
15,35	+	+	—
15,40	+	—	—
15,45	+	—	—
15,50	+	—	—
15,55	+	—	—
16	+	—	—
16,10	+	—	—
16,20	—	—	—
16,30	—	—	—

Da tali osservazioni risulta che sulla rapidità dell'invecchiamento della superficie di mercurio ha notevole influenza lo stato di contrazione di tale superficie e quindi il suo raggio di curvatura, a prescindere dalla estensione della superficie stessa, che nel caso considerato è, se mai, leggermente accresciuta nell'incurvamento.

Una spiegazione dell'influenza esercitata dal raggio di curvatura della superficie, e quindi delle azioni molecolari, sulla rapidità di invecchiamento della superficie stessa può forse essere tentata riferendosi alle considerazioni di FRENKEL ⁽¹⁾ sui potenziali intrinseci.

Secondo le osservazioni teoriche del FRENKEL mentre la tensione superficiale nel vuoto σ è proporzionale al quadrato del potenziale intrinseco V , secondo la relazione:

$$\sigma = \frac{9}{8\pi r} V^2 = kV^2, \text{ indicando con } k \text{ una costante e con } r \text{ il raggio atomico,}$$

la pressione superficiale P è poi proporzionale alla tensione superficiale secondo la relazione

$$P = \frac{5}{2r} \sigma = k'\sigma \text{ essendo } k' \text{ un'altra costante}$$

o anche

$$\sigma = k''P \text{ essendo } k'' \text{ un'altra costante.}$$

Osserviamo poi che, secondo la formula di LAPLACE, il raggio di curvatura ρ influisce sul valore della pressione superficiale, e si

⁽¹⁾ FRENKEL, « Phil. Mgz. », 1917, 1, pag. 297.

ha approssimativamente

$$P = P_0 + \frac{2\tau}{\rho}.$$

Sarà quindi

$$\sigma = k''P = k''P_0 + \frac{2\tau k''}{\rho}$$

cioè

$$\sigma \left(1 - \frac{2k''}{\rho}\right) = k''P_0 \quad \text{e} \quad \sigma = \frac{k''P_0}{1 - \frac{2k''}{\rho}}.$$

Sarà quindi

$$V^2 = \frac{\sigma}{k} = \frac{k''P_0}{k} \frac{1}{1 - \frac{2k''}{\rho}}.$$

E ponendo

$$\frac{k''P_0}{k} = \alpha, \quad 2k'' = \beta,$$

con α e β costanti

$$V^2 = \frac{\alpha}{1 - \frac{\beta}{\rho}}.$$

Al diminuire del raggio di curvatura ρ , parrebbe che dovesse quindi crescere il potenziale intrinseco V e conseguentemente, a prescindere dalle successive trasformazioni determinate dal contatto dell'aria viziata, dovrebbe la superficie del mercurio diventare più elettronegativa.

La maggiore rapidità di invecchiamento della superficie contratta di mercurio potrebbe allora attribuirsi a tale accresciuta elettronegatività iniziale del mercurio, che porta naturalmente ad una traslazione parallela all'asse delle ordinate, verso l'asse delle ascisse, della curva che esprime la eccitabilità del mercurio in funzione del tempo. Si intende che tale traslazione determinerà una diminuzione nel tempo occorrente perchè l'eccitabilità passi dal suo valore iniziale positivo al valore zero o ad un determinato valore negativo, giacchè la curva che ha subito la traslazione nel senso indicato taglierà l'asse delle ascisse in un punto più prossimo all'origine. E se, come pare possa argomentarsi da taluna delle curve di invecchiamento date dal PERUCCA ⁽¹⁾ — ad es. dalla curva III della fig. 2 della Nota citata — la curva dell'invecchiamento presenta, nelle

(¹) PERUCCA, « Nuovo Cimento », 1921, vol. 21, pag. 283.

vicinanze dell'asse delle ascisse, un tratto alquanto meno ripido del resto, ad una piccola traslazione della curva potrà corrispondere in quel tratto, nell'ascissa corrispondente ad ordinata nulla o debolmente negativa, una variazione sensibile: in tal caso quindi anche una piccola traslazione della curva, dovuta ad un piccolo accrescimento di elettronegatività iniziale del mercurio, potrà generare una più sensibile variazione nel tempo occorrente per il passaggio dalla elettrizzazione iniziale positiva alla elettrizzazione nulla o ad una data elettrizzazione negativa.

Potrebbe così intendersi come una variazione nel potenziale intrinseco per effetto della variazione del raggio di curvatura della superficie, che è da presumere piuttosto piccola se non è stata messa in evidenza, possa generare una più sensibile variazione nel tempo di invecchiamento della superficie.

Ma se tale variazione iniziale in senso elettronegativo del mercurio, per effetto del diminuito raggio di curvatura della superficie, nel corso di esperienze che è mio intendimento intraprendere, si dimostrerà insufficiente a rendere conto della sensibile variazione della rapidità di invecchiamento, bisognerà pensare che i fenomeni molecolari, connessi con la contrazione della superficie, abbiano una diretta influenza sul fenomeno stesso dell'invecchiamento, che potrebbe ad esempio venire collegato ad assetti molecolari del mercurio analoghi a quelli che esso subisce in tempo molto più breve ⁽¹⁾ ed in senso elettropositivo, nel vuoto ed in gas puri a pressione ridotta: in tal caso l'influenza delle forze molecolari e della pressione superficiale sarebbe immediata e determinerebbe una variazione nella rapidità di discesa della curva d'invecchiamento, anzichè una semplice traslazione parallela all'asse delle ordinate, come ho supposto in questo studio. E se a tale risultato dovesse giungersi si avrebbe forse una spiegazione più comprensiva e più soddisfacente: onde l'opportunità d'uno studio ulteriore del fenomeno di invecchiamento in genere.

Ringrazio il Ch.mo Prof. Tieri, Direttore di questo Istituto di Fisica, dei mezzi largamente messi a mia disposizione e dei consigli di cui mi è stato largo.

Messina, gennaio 1928 (VI).

⁽¹⁾ PERUCCA, « Atti R. Accademia delle Scienze di Torino », 1921, vol. 57.

SU UN NUOVO MODELLO DI IGROMETRO A CONDENSAZIONE

Nota di LEONARDO MARTINOZZI

Sunto. - *In questa Nota si presenta un nuovo modello di igrometro a condensazione, nel quale si evita la causa di errore messa in evidenza dal RANZI. Infatti la parte su cui si deposita la rugiada è il corpo termometrico stesso, costituito da una lamina bimetallica. Si aggiungono inoltre alcune considerazioni sulle curve di un grafico per il calcolo dell'umidità relativa misurata con questi strumenti.*

In una recente nota il RANZI ⁽¹⁾ metteva in evidenza una causa di errore che altera notevolmente le determinazioni dello stato igrometrico fatte con gli igrometri a condensazione tipo REGNAULT, CHISTONI, ecc., nei quali il raffreddamento si ottiene per mezzo dell'evaporazione di etere nel recipiente che contiene il bulbo termometrico. Il RANZI difatti ha potuto verificare che la temperatura della parete lucente differisce da quella del bulbo termometrico fino di un grado centigrado, per quante precauzioni si prendano.

Ho cercato di realizzare un apparecchio che sia di facile e semplice costruzione, e nel quale sia eliminata la causa di errore suaccennata.

Concetto direttivo dei miei tentativi è stata l'identificazione del corpo termometrico con la parete sulla quale si deposita la rugiada, cercando di evitare i poco pratici artifici fino ad oggi escogitati.

Il corpo termometrico è costituito da una lamina bimetallica di argento ed acciaio « invar », avvolta a cilindro su se stessa.

Un lembo della lamina (lungo una generatrice di detto cilindro) è fissato ad una colonnetta verticale di alluminio, ed al lembo libero è fissata con viti una asticciuola che per mezzo di un sistema di leve (simile a quello usato negli apparecchi registratori) fa spostare un lungo indice su una scala.

Volendo ottenere una maggiore sensibilità, si può sostituire all'indice uno specchietto e servirsi del noto metodo della riflessione di un raggio luminoso su una scala; in tal caso perchè l'aumento di

⁽¹⁾ IVO RANZI, *Su una causa di errore, ecc.* « Nuovo Cimento », nuova serie, vol. IV, n° 4, 1927.

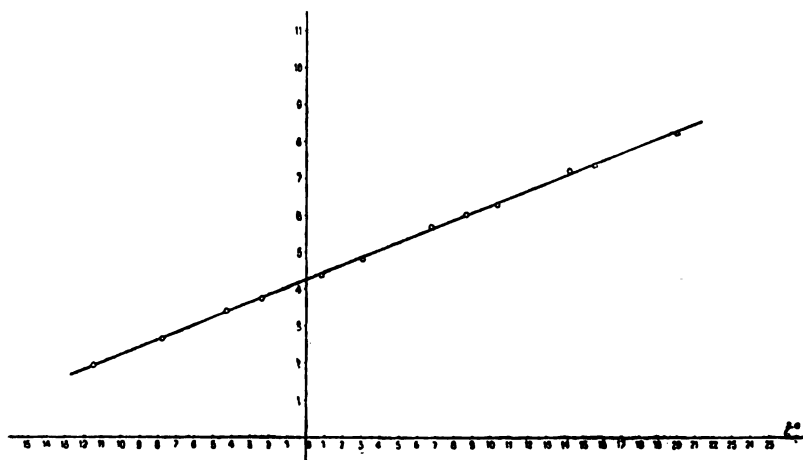
sensibilità non sia illusorio occorrerà ricorrere al metodo usato dal RANZI per cogliere il momento di apparizione o di scomparsa della rugiada.

La faccia esterna della lamina (argento ben lucente) serve come parete su cui si depona la rugiada; e la faccia interna viene raffreddata per mezzo di etere.

Per la taratura dell'apparecchio il metodo migliore, col quale cioè ci si avvicinerebbe di più alle normali condizioni di funzionamento, sarebbe quello di provocare il raffreddamento con un getto d'aria o altro gas raffreddati, contro la faccia interna della lamina ed osservando, insieme alle indicazioni dell'indice sulla scala, le indicazioni di un galvanometro connesso con una pila termoelettrica, una saldatura della quale è a contatto con la faccia esterna della lamina. Si può con speciali accorgimenti evitare che la corrente del gas sia tale da provocare spostamenti meccanici della lamina, e dirigerla in modo da provocare eguale raffreddamento in ogni punto.

Non avendo a propria disposizione un galvanometro, si può procedere nel modo col quale vengono tarati abitualmente i termografi: cioè per immersione in una miscela di alcool ed anidride carbonica, nella quale si pone pure il bulbo di un termometro campione. L'errore commesso con questo metodo di taratura, data la forte conduttività della lamina, è trascurabile, per apparecchi dai quali non si richieda eccessiva sensibilità.

Riporto il grafico di taratura dell'apparecchio da me costruito:



Nelle prove da me fatte col modellino di cui ho accennato, ottenevo il raffreddamento della lamina strofinando con un leggero tampone di garza imbevuto d'etere la faccia interna della lamina: con

questo sistema si leggono le temperature di scomparsa della rugiada anzichè quelle di formazione; poichè le prime sono alterate dalle pressioni che si esercitano sulla lamina sensibile strofinandola col tampone. Che tutta la lamina sia alla stessa temperatura si deduce dal fatto che la rugiada scompare contemporaneamente da tutti i punti della sua superficie.

Nelle varie osservazioni da me compiute il tempo impiegato per la scomparsa della rugiada varia da due a cinque minuti.

Nella seguente tabella sono raccolti i risultati di alcune misure eseguite insieme col mio igrometro ed uno psicrometro di ASSMANN:

IGROMETRO					PSICROMETRO		
temp. amb.		punto rug.		umid.	asciutto	bagnato	umid.
indice	temp.	indice	temp.				
10,3	19,6	8,7	11,5	59	19,6	14,8	57
10,5	20,6	7,7	6,8	42	20,6	13,9	43
7,7	6,8	5,3	5,2	43	6,2	2,1	42

In un modello dell'apparecchio, ora in costruzione, ho realizzato il raffreddamento della lamina nella seguente maniera: coassialmente alla lamina bimetallica, di cui ho annerito la faccia interna, ed internamente ad essa, ho posto un recipiente cilindrico in rame di cui è annerita la superficie esterna; questo recipiente è raffreddato facendo gorgogliare dell'aria nell'etere solforico contenuto nel suo interno; per irraggiamento si raffredda così anche la lamina.

Le dimensioni del recipiente sono calcolate in modo che la lamina non venga in contatto con la sua superficie fino ad una temperatura di una quindicina di gradi al di sotto dello zero; temperatura che ho stimato essere tra le più basse che praticamente occorre raggiungere nei nostri climi. In questo nuovo modello è variata alquanto la posizione reciproca delle varie parti in modo da rendere l'apparecchio più compatto e maneggevole.

Sto inoltre studiando un dispositivo per eliminare le disuniformità di raffreddamento, che talvolta si riscontrano ai bordi della lamina.

Nell'accluso schema del primo modello di cui mi sono servito (in esso, per chiarezza di disegno, è alterata la dimensione del tampone di garza che era alto quanto la lamina termometrica) ho indicato con linea punteggiata la posizione che verrebbe ad assumere il recipiente di rame.

Spesso mi è occorso di vedere come da personale incolto e senza lungo tirocinio vengano letti più facilmente dei grafici che delle tabelle numeriche; perciò ho pensato di costruire un grafico nel quale siano tracciate le curve colleganti i punti corrispondenti ad egual stato igrometrico, e per coordinate si abbiano variabili in semplice relazione con la temperatura ambiente T_1 e del punto di rugiada T_2 . Varie formule, tutte empiriche, sono state proposte per esprimere l'andamento delle curve dei vapori saturi; tra esse quella che più si avvicina alla rappresentazione del vero è quella del BATTELLI ⁽¹⁾:

$$(A) \quad \log p = a + bx^t + c\beta^t$$

nella quale p è la tensione del vapore, t la temperatura centigrada, a, b, c, α, β , delle quantità costanti per ciascun corpo; il logaritmo è in base 10. Per l'acqua e per l'intervallo di temperatura $-10^\circ \dots 100^\circ$ i valori delle costanti sono:

$$a = 4,7325067, \quad b = -4,101985 \quad c = 0,0137486, \\ \log \alpha = 1,99670488, \quad \log \beta = 0,00701402.$$

Consideriamo ora due temperature T_1 e T_2 e supponiamo che corrispondano alla temperatura ambiente ed al punto di rugiada di un determinato luogo; se indichiamo con p_1 e p_2 le tensioni del vapor acqueo corrispondenti a queste temperature, avremo che la umidità relativa sarà espressa da:

$$U = 100 \frac{p_1}{p_2} = 10^{(\alpha T_2 - \alpha T_1) + c(\beta T_2 - \beta T_1) + 2}.$$

Osservando il valore numerico del coefficiente c si vede che il termine in cui esso compare può ritenersi nullo. Del resto era stato già osservato dal BARTOLI che in moltissimi casi l'andamento dei vapori saturi era esprimibile con formule contenenti un solo esponenziale.

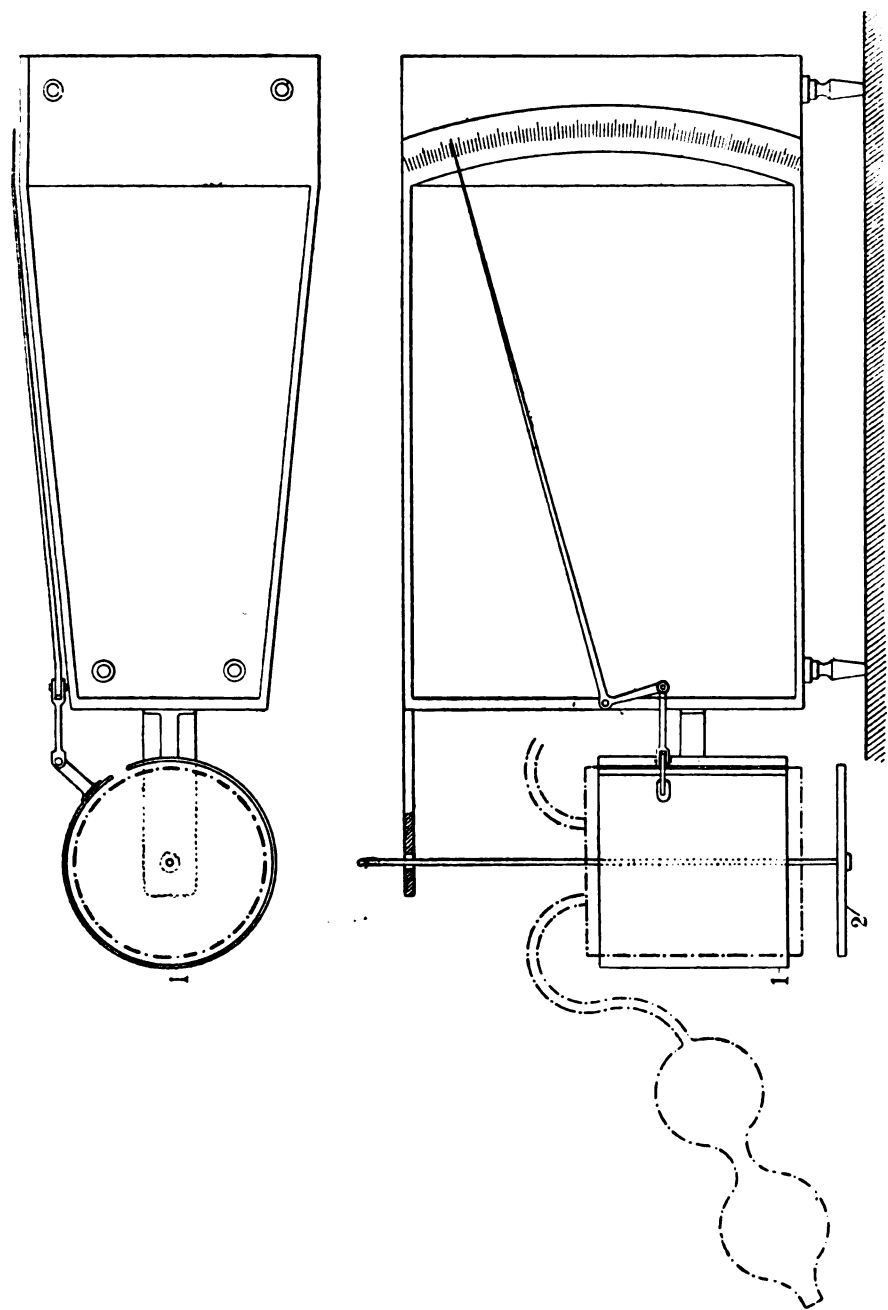
In definitiva, l'umidità relativa di un ambiente alla temperatura T_1 se T_2 è il punto di rugiada, è espressa da:

$$(B) \quad U = 10^{(\alpha T_2 - \alpha T_1) + 2}$$

il luogo dei punti di egual umidità relativa sarà dato dalle curve

$$(B') \quad U = \text{cost.}$$

⁽¹⁾ « Mem. Acc. di Torino », 41, 1892, pagg. 33-43; 1892, pag. 68; « Ann. de Chem. et Phys. », 26, 1892, pag. 410; 3, 1894, pag. 408.



1. Lamina termometrica — 2. Tampone di garza per il raffreddamento della lamina.

ossia dalle curve

$$(C) \quad b(\alpha T_2 - \alpha T_1) + 2 = K$$

dove K è il logaritmo della costante che compare nella (B).

L'espressione della temperatura del punto di rugiada in funzione della temperatura ambiente, si ricava facilmente ed è:

$$T_2 = \frac{1}{\log \alpha} \log (R + \alpha T_1)$$

dove è

$$R = \frac{K - 2}{b}$$

Dal valore di b , osservando che K può oscillare tra $-\infty$ ($U = 0$) e $+2$ ($U = 100$) si ha che la R rimarrà compresa tra $+\infty$ e zero. Però si deve osservare che in realtà mai si scenderà a valori di K negativi, poichè non si presenta mai il caso di umidità relative inferiori ad 1 e quindi la R rimarrà praticamente compresa tra 0 e 0,48756. Dall'esame dell'equazione si osserva subito che per $U = 100^\circ$ si ha $T_1 = T_2$ mentre per $U = 0$ per qualsiasi temperatura T_1 si avrebbe $T_2 = -\infty$.

Cio posto, ritorniamo alla (C): essa potrà scriversi:

$$(C') \quad \alpha T_2 = R + \alpha T_1;$$

se poniamo

$$Y = \alpha T_2, \quad X = \alpha T_1$$

avremo che la (C') è l'equazione di una retta inclinata di 45° su l'asse delle ascisse, e che interseca l'asse delle ordinate ad una altezza R . Ad ogni valore dell'umidità relativa, cui corrisponde uno ed uno solo valore di R , corrisponderà una retta.

Ebbene, se sugli assi in luogo dei valori della X e della Y scriviamo i valori corrispondenti delle T_1 e T_2 , ed accanto alle varie rette scriviamo il valore della umidità relativa, corrispondente alla R , avremo costruito un grafico, per il quale con estrema facilità, date le due temperature T_1 e T_2 si legge il corrispondente valore della umidità relativa. Si avrà, è vero, l'inconveniente di non avere una scala lineare sugli assi, ma ciò non mi pare inconveniente grave, come lo ha dimostrato l'esperienza fatta già in altri campi.

Roma, Ufficio Presagi, Dicembre 1927.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE
sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

LUIGI BIANCHI in Pisa - SALVATORE PINCHERLE in Bologna

TULLIO LEVI-CIVITA in Roma - FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);

II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.

III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.

IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

"SCIENTIA" RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — «SCIENTIA» pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di «SCIENTIA», Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 130 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE

MAGGIO 1928

ANNO V - N. 5

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATA IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

SEP 14 1928

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

A. POCHETTINO e G. FULCHERIS: *Su alcuni fenomeni osservati nella scarica a bagliore in corrente alternata.* — G. GIORGI e M. ROSATI: *Osservazioni critiche alle teorie sulla composizione dei colori proposte da Newton sino ai giorni nostri.* — F. FERRIER: *Le scalaire Ampérien.* — RIVISTA: G. DALLA NOCE: *Aspetto fisico della gravitazione.* — *Libri ricevuti.*



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

CASA EDITRICE NICOLA ZANICHELLI — BOLOGNA

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire **50** — Europa Lire **65** — Altri paesi Lire **100**

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire **45** — Europa Lire **55** — Altri paesi Lire **90**

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCIANTI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

SU ALCUNI FENOMENI OSSERVATI NELLA SCARICA A BAGLIORE IN CORRENTE ALTERNATA

Nota di A. POCHETTINO e G. FULCHERIS

Sunto. - Lo studio della scarica a bagliore fra punta e piano in vari gas, per pressioni comprese fra 2 e 100 mm. di mercurio, ha condotto a rilevare alcune particolarità interessanti che finora non sembra abbiano richiamata l'attenzione dei fisici, visto che non se ne trova menzione nei trattati più recenti come quelli dello SCHUHMANN, del BÄR, del SEELIGER, ecc.

Se si applica agli elettrodi di un tubo di scarica in quelle condizioni una differenza di potenziale alternata di valore efficace regolarmente crescente si nota, non appena adescata la scarica, un raddrizzamento totale nella corrente che attraversa il tubo nel senso che la mezza onda corrispondente a punta positiva rimane completamente bloccata. Tale raddrizzamento continua finchè, al crescere della differenza di potenziale applicata, superato un certo valore nella intensità di corrente attraversante il tubo, il raddrizzamento stesso cessa di essere totale e anche la mezza onda corrispondente a punta positiva comincia a passare sebbene permanga una dissimmetria fra le due mezze onde di corrente nel senso che è più grande il valore massimo della corrente nella mezza onda in cui la punta è negativa. Continuando a crescere la differenza di potenziale applicata e quindi l'intensità efficace della corrente, il raddrizzamento si riduce sempre più finchè s'annulla e a un certo punto successivamente si inverte di guisa che l'intensità massima maggiore si ha ora nella mezza onda corrispondente a punta positiva.

Tanto le curve caratteristiche quanto le curve di corrente e di tensione assumono forme tipiche diverse in corrispondenza a questi diversi stadi della scarica.

L'insieme dei fenomeni osservati, che, qualitativamente almeno, si ritrovano per tutti i gas, a tutte le pressioni comprese fra i limiti su ricordati, e per qualunque distanza fra vertice della punta e piano compresa entro 15 e 60 mm., si può spiegare abbastanza bene con semplici ragionamenti su le caratteristiche delle scariche in corrente continua rispettivamente con punta positiva e con punta negativa, facendo alcune ipotesi sufficientemente plausibili su la forma di esse e tenendo il dovuto conto dei fenomeni di isteresi.

Introduzione.

1. È noto da tempo, come, inserendo in un circuito alimentato da una corrente alternata un tubo a gas rarefatto, con elettrodi dissimmetrici, si possa far funzionare questo da valvola. Quando la pressione del gas nel tubo è *molto ridotta* si osserva che se l'elettrodo di piccola superficie funge da catodo, ad esso si forma nella scarica uno spazio scuro rilevante, quindi una forte caduta di potenziale e una grande resistenza; mentre se funge da catodo l'elettrodo di grande superficie, lo spazio scuro ad esso è molto piccolo, quindi si ha piccola caduta di potenziale, e relativamente piccola resistenza. Dunque ⁽¹⁾ un tubo con elettrodi di superficie molto diversa in grandezza, *a vuoto molto spinto*, lascia passare la corrente prevalentemente nel senso in cui *l'elettrodo grande funge da catodo*; ne segue che se gli elettrodi del nostro tubo sono foggianti l'uno a punta e l'altro a disco piano, e la scarica è alimentata da una tensione alternata, un galvanometro a corrente continua, inserito in serie con il tubo, deve segnare una corrente che nel tubo stesso va *dalla punta al piano*.

D'altra parte la scarica fra punta e piano nell'aria *a pressione ordinaria* (impedendo la formazione dell'arco con una forte corrente d'aria nel senso dalla punta al piano) è stata utilizzata da E. R. WOLCOTT e C. J. ERIKSON ⁽²⁾ per costruire un raddrizzatore di corrente alternata ad alta tensione. Questa valvola lascia passare la corrente prevalentemente *nel senso dalla punta al piano*; se le dimensioni dell'apparecchio sono scelte opportunamente non passa affatto corrente in senso inverso.

Ora noi abbiamo trovato che le cose cambiano completamente se la scarica fra punta e piano si fa avvenire a pressioni fra i 3 e i 100 mm. di mercurio e con tensioni tali che essa si presenti sotto la forma cosiddetta *a bagliore*. Nella presente nota ci proponiamo di esporre i risultati di alcune ricerche da noi compiute su tali fenomeni e su le modificazioni che questi subiscono quando si faccia variare l'intensità della corrente alternata attraversante il tubo; i risultati ci sembrano specialmente interessanti perchè il succedersi di questi fenomeni si riproduce sempre, qualitativamente almeno, qualunque sia il gas che riempie il tubo, qualunque sia la pressione (purchè la scarica mantenga sempre il suo carattere di essere « a ba-

⁽¹⁾ GEHRCKE-MARX, « Handbuch der Radiologie », vol. III, p. 196.

⁽²⁾ « Phys. Rev. », (2), 9, p. 480 1917.

gliore ») e qualunque sia la temperatura degli elettrodi purchè questi non siano portati al calor bianco.

Dispositivo sperimentale.

2. La disposizione degli apparati usati risulta dallo schema seguente:

Il tubo di scarica S è costituito da un pallone sferico di vetro del volume di circa due litri; gli elettrodi sono di nichel puro; il

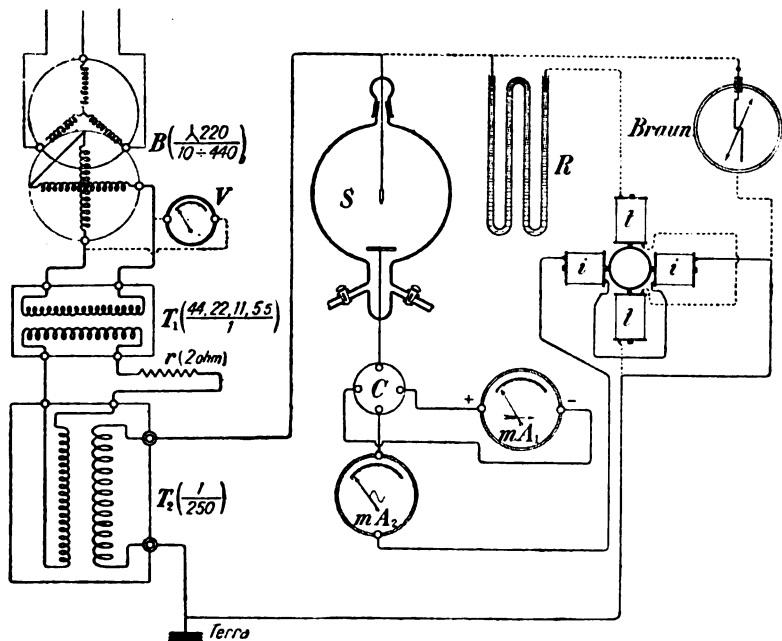


Fig. 1

piatto ha il diametro di 36 mm., l'elettrodo a punta è formato da un filo di 3 mm. di diametro, foggato all'estremo a cono di 40° di apertura e terminante in una calotta sferica di 0,15 mm. di raggio ⁽¹⁾.

⁽¹⁾ Vennero fatte esperienze anche con una punta più aguzza (apertura del cono terminale, 15°; raggio della calotta sferica 0,03 mm.) il comportamento dei vari tipi di scarica che descriveremo fu sostanzialmente lo stesso. Soltanto, come era da aspettarsi, i valori delle differenze di potenziale agli elettrodi in corrispondenza alle quali si danno i vari fenomeni, furono notevolmente inferiori. Non venne fatto uso ordinariamente di questa punta perchè si deformava troppo e in tempo relativamente breve e quindi non permetteva di ottenere risultati riproducibili a piacere.

Questa punta, ogni tanto esaminata al microscopio, si conservò inalterata durante tutto il corso delle ricerche e permise di ottenere sempre i vari casi di scarica in guisa riproducibile a piacere. Dei due rubinetti innestati al tubo, uno serve a introdurre nel pallone il gas in esame attraverso un'opportuna serie di purificatori, il secondo comunica con una pompa per stabilire nel pallone la pressione voluta che viene letta su un manometro inserito sul tubo di connessione ⁽¹⁾.

Data la necessità di poter applicare agli elettrodi del nostro tubo differenze di potenziale varianti da poche centinaia a qualche migliaio di Volta, si è adottato il seguente dispositivo che permette una variazione continua e regolare della tensione applicata senza dover interrompere la corrente. La corrente alternata trifase a 220 Volta e a 50 periodi della rete stradale, viene immessa nell'induttore di un regolatore a induzione *B*; dall'indotto si ottiene una corrente monofase di cui si può far variare la tensione da 10 a 440 Volta con continuità facendo ruotare di 90°, con una apposita vite senza fine, l'induttore mobile rispetto all'indotto fisso. Questa tensione può essere ridotta nei rapporti 44/1, 22/1, 11/1, mediante un trasformatore d'intensità T_1 combinandone opportunamente le spirali; la corrente da T_1 , attraverso una resistenza fissa *r*, viene inviata in un trasformatore di tensione T_2 con un rapporto di trasformazione 1/250. In tal modo la tensione ai morsetti di T_2 può essere regolata con continuità, manovrando solamente *B*, negli intervalli 125-2500, 250-5000, 500-100000 Volta. Tanto il regolatore *B*, che i due trasformatori T_1 e T_2 sono costruiti per un carico di 10 KVA, quindi tutti e tre, durante le misure, vengono a trovarsi sempre lontani dal carico massimo essendo la intensità massima della corrente erogata da T_2 soltanto di 60 mA.

Il circuito di scarica è semplicissimo; in serie con il tubo *S* sono inseriti:

a) un milliamperometro per corrente continua mA, (a tre scale: 0÷5, 25, 50 milliampères), munito di un commutatore inversore *C* che permette di mandare la corrente in mA, nel senso voluto e misurare così la corrente continua attraversante *S*,

b) un milliamperometro mA₂ per corrente alternata del tipo elettromagnetico,

⁽¹⁾ La capacità elettrica di questo tubo di scarica è piccolissima e la corrente ad essa dovuta per una tensione di 1000 Volta, a 50 periodi, è dell'ordine di 10⁻⁶ Ampères, mentre le correnti di scarica nelle nostre esperienze sono sempre state di intensità comprese tra 0,1 e 60 milliampères.

c) le due bobine ii di un tubo di BRAUN per il rilievo oscillografico della intensità della corrente attraversante il tubo S .

Un voltmetro V annesso al regolatore B , permette di calcolare, dai rapporti di trasformazione di T_1 e T_2 , la tensione a vuoto ai morsetti del trasformatore T_2 . La tensione esistente agli elettrodi del tubo S si può rilevare con un elettrometro di BRAUN K . In derivazione su S , mA_1 , ed mA_2 sono disposte le altre due bobine tt del tubo di BRAUN, alimentato da una macchina elettrostatica a tre dischi del tipo WEHRSEN; in serie con tt trovasi una forte resistenza R variabile, non induttiva. Con queste bobine si può fare il rilievo oscillografico della tensione esistente agli elettrodi del tubo S . Facendo funzionare simultaneamente le quattro bobine ii , tt la traiettoria percorsa dal dischetto luminoso su lo schermo fluorescente del tubo ci darà la forma della caratteristica dinamica della scarica in quanto lo spostamento del dischetto stesso sarà la risultante degli spostamenti provocati rispettivamente dalle bobine ii e dalle bobine tt , il primo proporzionale alla intensità della corrente che percorre il tubo S , il secondo alla tensione esistente agli elettrodi di S .

Per determinare rispettivamente la forma delle curve dell'intensità di corrente e della tensione ci siamo serviti del metodo di TRABACCHI ⁽¹⁾ e cioè: mentre una delle due coppie di bobine del tubo BRAUN è percorsa dalla corrente in esame, l'altra viene fatta percorrere da una corrente sinusoidale di conveniente intensità; il diagramma risultante può essere facilmente interpretato e si può trasformare nel tipo abituale come insegna il TRABACCHI stesso. Notiamo infine che l'esame stroboscopico della caratteristica data dal tubo BRAUN permette di stabilire il verso secondo cui il dischetto luminoso percorre la caratteristica stessa. Questo esame stroboscopico della caratteristica e quello della scarica, attraversante il tubo S , si è fatto osservando attraverso un disco stroboscopico, munito di conveniente finestrella, posto in rotazione da un motore asincrono a 4 poli.

Risultati sperimentali.

3. Descriviamo qui per disteso l'andamento di alcune nostre esperienze per mostrare il succedersi dei fenomeni da noi notati. Il pallone S è pieno di aria, la distanza fra il vertice della punta e il piano è di 50 mm., la pressione in S viene ridotta a 32 mm. Si regola il circuito di alimentazione in modo che la tensione efficace V

⁽¹⁾ « Nuovo Cimento », 6, p. 5, 1918.

ai poli del trasformatore T_2 sia di 1400 Volta, l'elettrometro BRAUN accusa agli elettrodi una tensione efficace v di 1400 Volta, non si scorge nel tubo alcun fenomeno luminoso, la curva della tensione agli elettrodi è sinusoidale, attraverso il tubo non passa corrente. Si fa crescere lentamente V , in corrispondenza cresce anche v , mantenendosi uguale a V ; ma quando si ha $V = 2250$ Volta, la tensione v cade a 2100 e la sua curva mantiene sensibilmente la forma sinusoidale, sul vertice della punta compare una piccolissima macchia di color azzurro e sull'orlo del piatto si manifesta una luminosità violacea con qualche accenno qua e là di colonna positiva; la corrente segnata da ambedue i milliamperometri è di 1 mA e quello a corrente continua indica che la corrente va dal piatto alla punta. Si ha dunque un raddrizzamento completo con punta negativa; noi chiameremo questo raddrizzamento con punta negativa, *normale*; ne vedremo più tardi la ragione. Continuando a crescere V , si nota che per $V = 3000$ Volta, si ha $v = 1900$, i due milliamperometri segnano ambedue una corrente di 2 mA. Il rilievo oscillografico della tensione v e della intensità i di corrente dà le due curve qui sotto riportate: la porzione della curva α della tensione corrispondente alla punta negativa appare come svettata (Fig. 2), mentre l'altra mezza

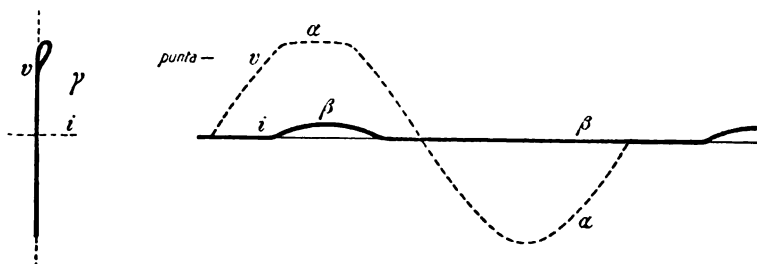


Fig. 2

onda (corrispondente alla punta positiva) conserva l'aspetto sinusoidale; la corrente passa nel senso dal piatto alla punta solo durante circa $1/4$ del periodo (curva β), nel rimanente è sensibilmente nulla; la caratteristica (vedi curva γ) consta di un segmento di retta con un piccolo cappio a un estremo in perfetta corrispondenza a quanto risulta dalle curve α e β .

Man mano che V cresce, la colonna positiva, che parte ora da un'aureola abbastanza piccola dell'orlo del piatto, si allunga, la svettatura nella semionda a punta negativa della curva α' di tensione si accentua (Fig. 3), la durata della corrente aumenta continuandosi però ad avere raddrizzamento normale completo, la tensione v rimane

a 1900 Volta. Il cappio della caratteristica γ' presenta all'estremo una asola. Per $V = 3150$ Volta, la corrente segnata dai due milliamperometri è ancora uguale e vale ora $10,5 \text{ mA}$.

La colonna positiva, fortemente incurvata verso la parete del tubo, giunge fino ad una distanza dalla punta uguale a circa $3/10$ della distanza totale fra punta e piano; la luminosità negativa, azzurra, non riveste tutta la punta, ma solo la metà opposta a quella

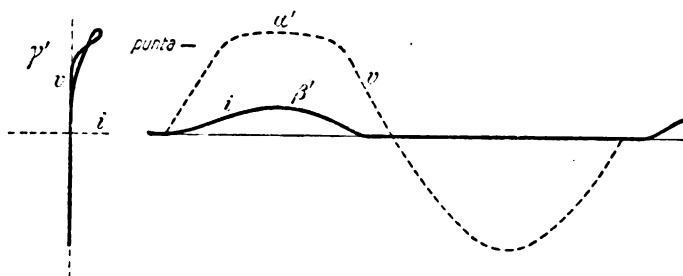


Fig. 3

ove giungerebbe il prolungamento della colonna positiva e arriva solo fino alla base del cono (Fig. 3 bis, Tavola I). Le due curve della tensione e della intensità di corrente presentano le solite particolarità più accentuate, solo che la durata della corrente si estende ora a quasi tutto il semiperiodo corrispondente alla punta negativa. Durante questo semiperiodo l'osservazione stroboscopica mostra come, sincronamente con il crescere della intensità di corrente, la colonna positiva sorge gradatamente dal piatto, si protende verso la punta e poi si ritira e scompare molto più rapidamente di quello che non diminuisca e scompaia l'intensità della corrente. Durante l'altro semiperiodo i fenomeni luminosi sono assolutamente impercettibili.

Quando la tensione efficace ai poli di T ha raggiunto il valore di 4900 Volta la tensione efficace agli elettrodi del tubo di scarica cade bruscamente a 1600 Volta: il milliamperometro a corrente alternata segna 24 mA , mentre quello a corrente continua ne segna solo più 1, sempre in corrispondenza a un raddrizzamento normale (punta negativa), ma ora solo più parziale (Fig. 4). La caratteristica assume bruscamente la forma γ'' ed è percorsa nel senso indicato dalle frecce. Le curve di tensione e di intensità di corrente si modificano ed assumono rispettivamente le forme α'' e β'' . Osservando direttamente il tubo, si rileva che i fenomeni luminosi caratteristicamente polari si verificano ad ambedue gli elettrodi; la colonna positiva non congiunge completamente i due elettrodi. La colonna positiva che parte dalla punta è più corta che non quella sorgente dal piatto (Fig. 4 bis, Tavola I).

Se si aumenta ancora la tensione ai poli del trasformatore T la corrente raddrizzata diminuisce, mentre l'intensità efficace della corrente alternata attraversante il tubo aumenta, e verso $V = 6100$ Volta, mentre v sale a 1750 Volta, improvvisamente la deviazione

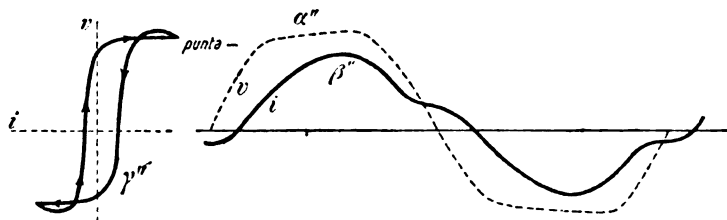


Fig. 4

del milliamperometro a corrente continua s'inverte segnando una intensità di circa 1 mA, mentre quello a corrente alternata ne segna circa 35. Il raddrizzamento si è invertito, la corrente raddrizzata va ora nel senso *dalla punta al piano*. Le forme della caratteristica e delle curve di tensione e di intensità di corrente sono quelle sotto riportate (Fig. 5).

Al crescere ulteriore della tensione ai poli di T_2 , si nota nel tubo un aumento di pressione che altera le condizioni della scarica.

Manteniamo ora la distanza fra la punta e il piano a 50 mm., ma riduciamo la pressione nel tubo a 10 mm. di mercurio, e, mediante

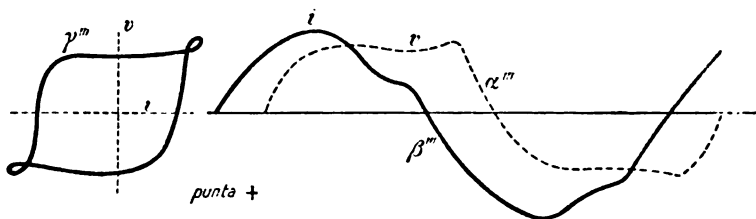


Fig. 5

il regolatore a induzione facciamo crescere la tensione V di alimentazione. La differenza v di potenziale agli elettrodi del tubo si mantiene uguale a V fino a 1200 Volta; a questo punto scende bruscamente a 1150, la corrente comincia a passare attraverso il tubo *completamente* raddrizzata nel senso *normale* e la sua intensità è di circa 0,3 mA. La forma della caratteristica e delle curve di tensione e di corrente è del tipo riportato nella figura 2. I fenomeni luminosi consistono in un'aureola azzurra su quasi tutta la punta e in una colonna positiva alta pochi millimetri che sorge da una zona abbastanza ampia del piatto. Se si porta V a 1700 Volta, v si man-

A. POCHETTINO e G. FULCHERIS, *Su alcuni fenomeni osservati nella scarica a bagliore in corrente alternata.*



Fig. 3 bis



Fig. 4 bis



Fig. 6

70 1011
August 1911

tiene a 900 Volta circa; le curve di tensione e di corrente e la caratteristica assumono una forma analoga a quelle riportate nella figura 3, la corrente raddrizzata è di 5,5 mA ed il raddrizzamento continua ad essere *totale*. I fenomeni luminosi, che si verificano solo nel mezzo periodo corrispondente alla punta negativa, sono cresciuti notevolmente d'intensità.

Per $V = 2000$, v si riduce a 750 Volta, le solite curve assumono bruscamente una forma del tipo riportato nella figura 4. La corrente continua, ancora nel senso normale, si è ridotta a 0,6 mA, mentre il milliamperometro a corrente alternata segna 10 mA. I fenomeni luminosi nel tubo di scarica si verificano ora in tutti e due i semiperiodi; punta e piano presentano alternativamente l'aureola negativa azzurra e la colonna positiva rosa, che è più lunga quando parte dal piano; la somma delle lunghezze delle due colonne positive non è uguale alla distanza fra punta e piano (contata su l'asse della scarica), ma i loro estremi sono separati da uno spazio scuro lungo circa $1/3$ della lunghezza dell'asse della scarica.

Per $V = 2500$, $v = 700$ Volta, il milliamperometro a corrente continua segna 0,1 nel senso *anomalo* (punta +) mentre quello a corrente alternata segna 14 mA. Per $V = 5050$, $v = 700$ Volta, la corrente raddrizzata anomalmente è di 0,5 mA, mentre quella alternata è di 31 mA; le due colonne positive all'osservazione diretta sembrano essersi riunite, all'osservazione stroboscopica si rileva che ciascuna è lunga circa $9/10$ della lunghezza dell'asse della scarica.

Manteniamo finalmente inalterata la distanza fra punta e piano e portiamo la pressione dell'aria a 90 mm. V e v si mantengono uguali fino a 4400 Volta. Quando $V = 4500$, v scende bruscamente a 4200 Volta; passa corrente nel tubo ed è completamente raddrizzata nel senso normale, raggiungendo una intensità di 2 mA. Sulla punta apparisce l'aureola azzurra proprio all'estremo; sul piatto, i fenomeni luminosi sono debolissimi e localizzati solo in alcuni punti dell'orlo, ove si vedono nettamente accenni a luminescenza rossastra. Le solite tre curve sono del tipo riportato nella figura 2. Per $V = 5050$, $v = 3000$ Volta la corrente continua è di 16 mA e il suo senso è normale (punta —), il raddrizzamento è totale; le curve assumono una forma analoga a quelle riportate nella figura 3. La colonna positiva si erge dal piatto e giunge fino a metà della distanza fra punta e piano. Per $V = 6100$ si ha un fenomeno di instabilità nella scarica, la quale diventa pulsante nel senso che si osserva la colonna positiva allungarsi e ritrarsi alternativamente e in corrispondenza compare e scompare l'aureola azzurra intorno al piatto; il raddrizzamento passa ritmicamente da totale a parziale (sempre però normale), la intensità della corrente alternata è di 15 mA, quella

della corrente raddrizzata oscilla fra 15 e 6 mA e in corrispondenza la tensione v agli elettrodi del tubo oscilla fra 3500 e 3000 Volta. Queste variazioni periodiche si susseguono con una frequenza di circa 2 cambiamenti al secondo e sincronamente la caratteristica assume alternativamente le forme dei tipi riportati rispettivamente nelle figure 3 e 4, avendosi il tipo 3 in corrispondenza a $v = 3500$ e il tipo 4 in corrispondenza a $v = 3000$ Volta. La pressione dell'aria nel tubo durante la scarica sale a 103 mm.; interrompendo il circuito la pressione ricade quasi istantaneamente a 90 mm. ⁽¹⁾.

Per $V = 6000$ Volta, $v = 3200$ Volta, le pulsazioni cessano; si ha ancora un raddrizzamento normale con un'intensità di corrente continua di 2,7 e un'intensità di corrente alternata di 25 mA . Ad ambedue gli elettrodi si ha la colonna positiva che è naturalmente più lunga quando parte dal piatto; gli assi delle scariche nei due semiperiodi non coincidono (Fig. 6, Tavola I).

Per $V = 7000$, $v = 3500$ Volta, l'intensità della corrente continua (raddrizzamento normale) è di 2, quella della corrente alternata è di 27 mA . Intorno alle due colonne positive si forma un'aura giallastra che, all'osservazione stroboscopica, mostra di durare anche dopo che la colonna positiva corrispondente è scomparsa.

Per $V = 9450$, $v = 2800$ Volta, il raddrizzamento diventa *anomalo* (punta +) e parziale, il milliamperometro a corrente continua segna 1,5 mA , quello a corrente alternata 50 mA . La pressione durante la scarica sale a 118 mm. e cade bruscamente a 90 quando si interrompe la corrente; i fenomeni luminosi precedentemente descritti aumentano d'intensità senza mutare sostanzialmente di aspetto; le diverse curve hanno una forma analoga a quelle della figura 5.

In queste tre serie d'osservazioni si notano nettamente delle particolarità, corrispondenti da serie a serie, che caratterizzano stati diversi della scarica e che si sono poi presentati sempre qualunque fosse il gas e qualunque fosse la pressione: fino ad un certo valore della differenza di potenziale V applicata, non passa scarica nel tubo, i valori di V e v coincidono, nessun fenomeno luminoso si verifica nel tubo. Quando V ha raggiunto un certo valore, v improvvisamente diminuisce; s'inizia la scarica accompagnata da fenomeni luminosi nettamente polari, la corrente è completamente raddrizzata; infatti la forma della curva dell'intensità di corrente mostra che questa passa assolutamente solo in un senso (punta ne-

⁽¹⁾ Questo insieme di fenomeni forma oggetto di una serie di esperienze attualmente ancora in corso.

gativa) e dura un intervallo di tempo che è inferiore a mezzo periodo della tensione applicata. Crescendo la V , la v varia di poco, l'intensità di corrente aumenta, il raddrizzamento è sempre normale e totale, ma la corrente passa per una frazione di periodo sempre maggiore fino a raggiungere il mezzo periodo e il suo valore massimo cresce corrispondentemente di grandezza; la caratteristica ha la forma riportata nella figura 3; i fenomeni luminosi durano esattamente per un intervallo di tempo uguale a quello in cui passa la corrente. In corrispondenza a un certo valore di V , la caratteristica varia bruscamente di forma e ne assume una del tipo riportato nella figura 5; i fenomeni luminosi si hanno in ambedue i semiperiodi e si presentano dei due segni alternativamente tanto su la punta che sul piatto. La curva di corrente assume una forma del tipo riportato a fig. 4; il raddrizzamento è ancora normale, cioè a punta negativa, ma è parziale e in corrispondenza, con l'esame stroboscopico, si constata che la colonna positiva emergente dal piatto è più lunga di quella che parte dalla punta. Elevando V , ad un certo punto si verifica un rovesciarsi del raddrizzamento, cioè il milliamperometro a corrente continua segna ora una corrente che nel tubo va dalla punta al piatto; si ha il *raddrizzamento anomalo*, in generale parziale. L'aspetto della scarica e la forma delle curve di intensità, di tensione e caratteristica non subiscono modificazioni sostanziali di forma rispetto allo stadio precedente.

La tabella seguente dà un riassunto dei valori di V , di v , (in Volta efficaci), e della intensità i della corrente alternata (quale è segnata dal relativo milliamperometro) attraversante il tubo per le tre pressioni considerate:

Pressione	Inizio scarica con effetti luminosi	Fine del raddrizzamento normale, totale	Inizio del raddrizz. anomalo
90 mm.	$V = 4500$	7000	9450
	$v = 4200$	3500	2800
	$i = 2$	27	50
32 mm.	$V = 2250$	4900	6100
	$v = 2100$	1650	1600
	$i = 1$	24	85
10 mm.	$V = 1200$	2000	2250
	$v = 1150$	750	700
	$= 0,3$	10	14

2. Come abbiamo già detto, le stesse modalità si ritrovano se, lasciando inalterato il circuito di alimentazione, cambiamo il gas contenuto nel tubo, facciamo variare la sua pressione o la distanza fra la punta e il piano; naturalmente variano i valori di V , v e di i in corrispondenza ai quali si hanno i passaggi bruschi di regime più importanti e cioè quello (I) in cui cessa il raddrizzamento normale totale e si ha il cambiamento radicale nella forma della caratteristica e quello (II) in cui il raddrizzamento normale s'annulla per diventare anomalo.

Ad illustrazione di quanto diciamo, riportiamo nelle seguenti tabelle A e B ⁽¹⁾ alcuni dati sperimentali tratti dalle numerose serie (più di trecento) di esperienze eseguite:

Dunque i gas studiati, nelle condizioni segnate, presentano qualitativamente lo stesso comportamento. Al diminuire della pressione e della distanza fra la punta e il piano diminuiscono le differenze di potenziale e le intensità di corrente in corrispondenza delle quali si hanno i cambiamenti di regime I e II. Non si nota per nessuno dei gas sperimentati un comportamento caratteristico netto, a parte piccole differenze nei valori V , v , i (nelle stesse condizioni di pressione e di distanza degli elettrodi), e le differenze di colorazioni che si hanno nei fenomeni luminosi.

3. Le esperienze su riportate vennero tutte eseguite variando lentamente ma con continuità, V nel senso crescente. Se si fa passare la scarica per un tempo abbastanza lungo nelle condizioni in cui si ha il raddrizzamento normale non più completo, e meglio se si è prossimi all'inversione, si nota nella corrente continua raddrizzata una tendenza ad aumentare.

A pressioni relativamente alte, da 60 a 100 mm. di mercurio e per intensità forti di corrente la punta si riscalda fino al calor rosso senza che (sempre che la scarica si mantenga del tipo « a bagliore ») avvenga alcuna variazione netta di comportamento, nè alcuna discontinuità sensibile nei valori di v e di i .

L'instabilità della scarica descritta a pag. 151, si ottenne oltre che nell'aria, anche in altri gas sempre però con pressioni nel tubo superiori agli 80 mm., e precisamente nelle condizioni in cui il rad-

(¹) d è la distanza fra la punta e il piano espressa in millimetri; V e v sono espressi in Volta; i è l'indicazione in mA data dal milliamperometro a corrente alternata; P è la pressione del gas nel tubo espressa in millimetri di mercurio.

TABELLA A

H_2 $d = 50$			H_2 $d = 15$			CO_2 $d = 15$			CO_2 $d = 50$		
P	I	II	P	I	II	P	I	II	P	I	II
100	$V = 3820$ $v = 2770$ $i = 8$	8000 2200 50	100	2080 1590 4	4580 820 30	45	1760 1200 5,5	7000 510 53	50	3800 2460 14	5800 1450 35
50	$V = 3200$ $v = 3200$ $i = 8$	6700 1800 42	50	1360 770 5	2800 640 17	80	1680 1100 5	6250 510 45	3,5	1280 900 3,5	4200 720 30
25	$V = 2800$ $v = 1900$ $i = 3$	4700 1100 80	24	1000 680 3	2750 630 16	13	1120 670 4	4670 480 38	CH_2O_3 $d = 50$		
10	$V = 1500$ $v = 1070$ $i = 4$	4100 880 27	10	850 700 1,2	2600 460 17	9	850 560 3,5	3600 430 27	50	2450 1950 4,8	4750 1850 31
2	$V = 1280$ $v = 900$ $i = 3$	3280 700 20	2	600 535 0,5	1800 410 12	3	700 510 1,5	1880 400 12	15	1680 1230 3,2	2500 900 16,5

TABELLA B

$N_2 \quad d = 50$			$H_2 \quad d = 50$			$CO_2 \quad d = 50$		
P	I	II	P	I	II	P	I	II
50	3350	5330	100	3200	8000	25	3040	7640
	2635	2360		2150	1620		2260	1640
	6	26		9,5	51		7	51
30	2010	3200	50	2200	5000	10	1500	6280
	1640	1400		1380	940		930	870
	8,5	16		7,5	35		5	48
10	1080	2130	25	1800	3600	3,5	1280	3160
	820	620		1130	770		650	640
	2,5	13		6	20		6	24
			10	1000	2300	3	1120	3000
				640	630		550	410
				3	15		5	23
Aria $d = 60$			Aria $d = 30$			Aria $d = 15$		
P	I	II	P	I	II	P	I	II
50	3500	4700	10	1010	3130	10	870	2060
	2880	2900		610	510		520	400
	5,5	16		3,5	24		3	15
30	2280	3140	3	630	1370	2	440	1820
	1800	1640		520	410		330	320
	4	12,5		1,1	8		1	13
$CH_4 \quad d = 50$			$H_2O \quad d = 50$					
P	I	II	P	I	II			
50	2900	5500	15	2300	8000			
	2160	1900		1130	740			
	6	30		10	61			

drizzamento normale da totale diventa parziale e la caratteristica passa dal tipo riportato nella figura 3 a quello della figura 4.

Al crescere della tensione V applicata, una volta raggiunto il raddrizzamento anomalo, la tensione agli elettrodi del tubo tende ad un valore costante che sembra restare tale finchè la scarica non cambia di carattere. Fra la differenza di potenziale efficace V ai morsetti del trasformatore T_2 (f. e. m. applicata) e l'intensità efficace i della corrente alternata attraversante il tubo (come è data dal milliamperometro a corrente alternata) sussiste una relazione lineare ⁽¹⁾:

$$i = \alpha V - \beta.$$

I valori di α e di β , calcolati dalle nostre serie di misure sono riportati nella tabella seguente:

Gas	$d^{(2)}$	p	$\alpha \cdot 10^6$	$\beta \cdot 10^3$	:	Gas	d	p	$\alpha \cdot 10^6$	$\beta \cdot 10^3$
N_2	50	50	10	28		H_2	50	100	10	80
»	50	80	11	18		»	50	50	10	23
H_2O	50	15	9	11		»	50	10	9	10
Aria	60	50	9	26		»	50	2	9	8
»	60	30	10	18		»	15	100	10	18
»	50	90	10	42		»	15	50	9	8
»	50	32	9	21		»	15	10	10	8
»	30	10	10	8		»	15	2	10	5
»	30	3	9	5		CO_2	50	50	10	26
»	15	10	10	6		»	50	3,5	9	8
He	50	100	9	19		»	15	30	9	11
»	50	50	10	14		»	15	13	8	5
»	50	10	9	6		»	15	9	9	4
CO	50	25	10	22		»	15	3	9	4
»	50	10	9	9		$C_2H_2O_3$	50	50	11	23
»	50	3	10	6		CH_4	50	50	9	21

Si nota subito che i valori di α sono pressochè uguali in tutte le serie riportate; quanto ai valori di β , si rileva che essi, per d uguali,

⁽¹⁾ Vedi nota a p. 160.

⁽²⁾ Al solito d — distanza fra punta e piano in mm. p — pressione in mm. α e β calcolati assumendo V in Volta ed i in Ampères.

diminuiscono al diminuire della pressione e, per pressioni uguali, diminuiscono al diminuire della distanza.

4. Prima di terminare questa esposizione dei risultati sperimentali ottenuti, riportiamo alcune osservazioni concernenti i fenomeni luminosi accompagnanti la scarica.

Durante il raddrizzamento normale totale l'aureola negativa alla punta è azzurra-scura nell'aria, nell'azoto, nel vapor d'acqua e nella formaldeide, è azzurra-chiara nell'idrogeno e nel metano, è azzurra-verdastra nell'ossido di carbonio, nell'anidride carbonica e nell'elio; la colonna positiva è rosa-giallastra nell'azoto, nell'aria e nel vapor d'acqua, è rosa nell'idrogeno, nel metano; è verde-chiara nell'ossido di carbonio e nell'anidride carbonica.

Quando il raddrizzamento è normale e totale, nel semiperiodo in cui passa la scarica, la colonna positiva sorge dal piatto un po' dopo la comparsa della luce negativa su la punta, mentre la scomparsa avviene contemporaneamente. Quando il raddrizzamento è anomalo, si nota che mentre la colonna positiva alla punta varia, durante il semiperiodo corrispondente, solo in lunghezza, quella sorgente dal piatto varia anche di sezione e di luminosità specifica: quella diminuisce e questa aumenta prima di scomparire. Se la pressione è relativamente bassa (inferiore ai 10 mm. di mercurio), poco prima dell'inversione del raddrizzamento, nella colonna positiva sul piatto si formano delle stratificazioni. Nella colonna positiva sul piatto si possono avere stratificazioni anche a raddrizzamento normale totale, ma soltanto a pressioni relativamente molto basse (2 mm. circa) e per distanze piccole fra gli elettrodi (15 mm.); quando il raddrizzamento normale è molto piccolo si nota per lo più che la colonna positiva, partente dal piatto, presenta una stratificazione spessa, mentre quando parte dalla punta si hanno molte stratificazioni sottilissime, il cui numero e la cui distanza mutua aumentano al crescere della intensità della corrente.

Considerazioni teoriche.

1. Gli effetti che abbiamo descritti riguardano essenzialmente alcune particolarità della scarica a bagliore fra elettrodi dissimmetrici nella quale non sia aumentata artificialmente la caduta catodica. Noi vogliamo ora mostrare che queste particolarità possono interpretarsi in modo plausibile con il semplice esame della caratteristica statica corrispondente a questa specie di scarica; invero per un'interpretazione sommaria qualitativa di questi fenomeni noi possiamo

considerare la caratteristica statica invece di quella dinamica effettiva poichè essi si presentano con correnti alternate di frequenza industriale ⁽¹⁾.

I vari autori sono d'accordo nell'attribuire alla caratteristica statica completa della scarica a bagliore la forma ⁽²⁾ indicata dalla figura 7. Durante la prima parte del tratto ascendente nell'interno del gas la ionizzazione per urto è praticamente nulla, lo spazio fra gli elettrodi non è luminoso, manca la colonna positiva. Per questo tratto la caratteristica si potrà considerare come analoga ⁽³⁾ a quella delle scariche fra punta e piano che può rappresentarsi approssimativamente o con la formula parabolica semplice di WARBURG ⁽⁴⁾: $i = a v(v - M)$, oppure con quella di terzo grado $i = c v(v - M)(v + b)^2$ dovuta a FINKELSTEIN-CUKIER ⁽⁵⁾ ove M è il *potenziale minimo* di scarica ed a , c , b sono costanti dipendenti dalla pressione e dalla natura del gas nonchè dalla distanza fra gli elettrodi. La scarica si inizia bruscamente per un valore A (*potenziale iniziale*) della differenza di potenziale agli elettrodi maggiore di M e cioè (per le pressioni che consideriamo) quando, essendo la distribuzione del campo, prima che cominci la scarica, ancora statica, la caduta di potenziale sul cammino medio libero dei ioni positivi raggiunge al catodo quel valore minimo che consente loro di liberare per urto degli elettroni dal catodo, provocando l'inizio della scarica indipendente; la caduta di potenziale è concentrata principalmente al catodo, nell'interno del gas è molto piccola. Al crescere del potenziale applicato agli elettrodi, cresce il gradiente interno e si avrà la formazione della colonna positiva nel momento in cui, nell'interno del gas e specialmente nella regione anodica, il gradiente di potenziale

⁽¹⁾ Notiamo ancora che essendo questi fenomeni determinati precisamente dal tipo di scarica che si verifica nel tubo non possono essere modificati che in modo affatto secondario dalla presenza di autoinduzioni o di capacità nel circuito d'alimentazione.

⁽²⁾ Vedi per es. il diagramma di VALLE in « Seeliger R. Einführung in die Physik der Gasentladungen », A. Barth, Lipsia, 1927.

⁽³⁾ Analoga, non identica, perchè non si tratta della medesima cosa, specialmente quando la punta è positiva. Infatti la scarica da punta positiva (cui si riferiscono le esperienze di WARBURG, ecc.) non è determinata dal prodursi di una doppia ionizzazione catodica (non vi è quindi aureola catodica) bensì dal formarsi di una doppia ionizzazione all'anodo (J. STARK, « Verh. Deut. Phys. Ges. », 6, p. 129, 1904). Di più l'intensità di corrente è enormemente più piccola di quella che si ha nei fenomeni da noi osservati.

⁽⁴⁾ « Wied. Ann. », 67, p. 69, 1899.

⁽⁵⁾ « Ann. der Physik. », 71, p. 509, 1923.

sul cammino medio libero degli elettroni raggiungerà quel valore minimo che è necessario perchè si abbia la ionizzazione per urto. Allora la conducibilità del gas crescerà rapidamente finchè, al crescere dell'intensità della corrente, la differenza di potenziale esistente agli elettrodi invece di crescere ancora, diminuirà; la caratteristica da ascendente diventerà discendente.

Data una tale caratteristica, e supposte trascurabili le influenze della self e della capacità del circuito di alimentazione, le condizioni di scarica corrispondenti ad un valore V della f. e. m. dell'elettromotore agente e ad un valore r della resistenza del circuito (escluso il tubo), si ricava dalla fig. 7 tracciando dal punto V (posto a

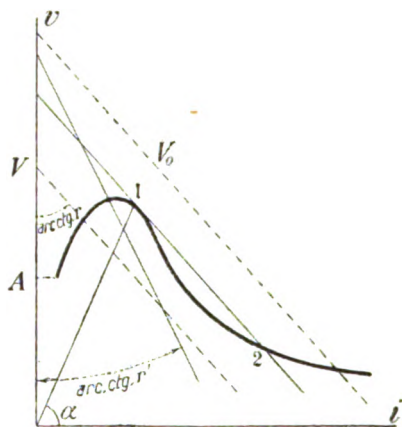


Fig. 7

distanza V dall'origine su l'asse delle v) una retta inclinata dell'angolo: $\text{arc. cotg. } r$ rispetto a quest'asse fino a incontrare la caratteristica; il punto d'incontro dà la differenza di potenziale v effettivamente esistente agli elettrodi e l'intensità della corrente corrispondente ⁽¹⁾. Con una f. e. m. V applicata variabile lentamente si ottengono i valori di i e di v corrispondenti alle fasi successive che attraversa la scarica, spostando quella retta parallelamente a se stessa fino al punto V_0 (massimo istantaneo della f. e. m. dell'elettromotore) e poi retrocedendo, con la legge di variazione di questa f. e. m. Per resistenze esterne molto grandi si possono avere in tal modo, senza discontinuità, i e v corrispondenti a tutti i punti della caratteristica; per r piccole (retta tratteggiata nella fig. 7) si ha

(1) Si ha infatti allora: $V = ir + v$, come vuole la legge di Ohm.

invece a un certo momento un brusco salto dalle condizioni 1 alle condizioni 2, quando la V cresce, e dalle condizioni 2 alle 1, quando la V decresce, salvo naturalmente i noti fenomeni di isteresi. Si ha dunque un intervallo d'instabilità; se la V varia con continuità, la distinzione fra questi due casi è però inutile perchè, tanto nell'uno quanto nell'altro, al decrescere della caratteristica corrisponde praticamente sempre un forte aumento dell'intensità di corrente anche per piccole variazioni di V .

2. Poichè gli effetti in discussione si presentano usando tubi con elettrodi di forma diversa, e precisamente punta e piano, e inoltre con V alternata, sicchè periodicamente la punta cambia di segno, occorre vedere quali caratteri diversi presenti la curva della figura 7 nei due casi in cui la punta sia positiva e rispettivamente negativa. Il campo elettrostatico fra punta e piano, prima che la scarica si inizi, è più intenso alla punta quindi il potenziale iniziale di scarica dovrà essere minore con la punta negativa (A') che non con la punta positiva (A''). Già questo fatto lascia prevedere che, formata la scarica, a parità di differenza di potenziale esistente agli elettrodi, l'intensità di corrente sarà maggiore quando la punta è negativa che non quando la punta è positiva. Dato inoltre che la densità normale di corrente al catodo dipende fortemente dalla curvatura di questo e cresce notevolmente con quest'ultima ⁽¹⁾, alla punta, se negativa, deve sussistere, finchè la caduta catodica rimane normale ⁽²⁾, una densità di corrente molto maggiore che al piano, quando questo è a sua volta negativo. Evidentemente ciò è dovuto alla conformazione diversa del campo alla punta e al piano, ossia alla stessa causa che determina anche la diversità nel potenziale iniziale di scarica. La spiegazione completa sfugge però ancora; forse potrà spiegarsi pensando alla legge di HEHL, della costanza della densità normale di corrente al catodo. Ad ogni modo la preponderanza della densità normale catodica su la punta rispetto a quella sul piatto è sufficiente per comprendere che, a parità di differenza di potenziale agli elettrodi (essendo questa distribuita nel passaggio della scarica in tre zone: caduta catodica, debole campo intermedio quasi uniforme, caduta anodica), poichè, per la maggiore contrazione del flusso elettronico ⁽³⁾ verso l'asse effettivo, casuale, della scarica, sono evitate o al-

⁽¹⁾ H. A. WILSON, « Phil. Mag. », 4, p. 608, 1902 e A. GÜNTHERSCHULZE, « Zeit. f. Phys. » 19, p. 313, 1923.

⁽²⁾ Ciò si ammette qui incondizionatamente.

⁽³⁾ Dovuta appunto alla maggior densità normale di corrente.

meno ridotte grandemente le perdite che questo flusso subisce lateralmente, la conducibilità del gas deve risultare maggiore con punta negativa che con punta positiva. E poichè date: la particolare distribuzione del campo mentre passa la scarica, la costanza delle cadute anodica e catodica finchè il catodo non è del tutto ricoperto dalla corrispondente aureola, e l'indipendenza di queste cadute di potenziale dalla forma degli elettrodi, il gradiente nell'interno del gas viene a crescere fin tanto che non vi subentra la ionizzazione per urto, proporzionalmente alla differenza di potenziale v agli elettrodi, è naturale che tale ionizzazione subentrerà, indifferentemente se la punta sarà positiva o negativa, all'incirca per lo stesso valore di v , cui corrisponderà però un'intensità di corrente maggiore quando la punta è negativa che non quando è positiva.

Da quanto si è esposto fin qui risulterebbe dunque che tutti i fenomeni inerenti alla comparsa della colonna positiva e il decrescere della caratteristica statica si manifesteranno approssimativamente per gli stessi valori di v indifferentemente se la punta sarà positiva o negativa, ma l'intensità di corrente sarà maggiore nel secondo caso e quindi anche sarà maggiore l'intensità dei fenomeni luminosi, come infatti si riscontra quando il raddrizzamento normale diventa parziale e tende poi a trasformarsi in anomalo; in tali condizioni si ha di fatto la colonna positiva più intensa sul piatto che non su la punta. Riassumendo tutto induce a ritenere che la caratteristica statica della scarica con punta negativa si deve considerare come all'incirca uguale a quella con punta positiva, ma spostata, parallelamente a se stessa verso valori maggiori dell'intensità; inoltre si ha anche, almeno per le basse pressioni, una diminuzione del potenziale iniziale di scarica. A pressioni relativamente alte, gli effetti di polarità sono, per quanto riguarda l'inizio della scarica, molto ridotti; ciò perchè in tali condizioni l'inizio di una scarica, almeno di intensità sensibile, è legato soltanto al subentrare della ionizzazione per urto. Per tale inizio vale la teoria di TOWNSEND e, con buona approssimazione, la condizione di SCHUMANN ⁽¹⁾ che esclude appunto ogni effetto di polarità sull'inizio della scarica, ciò che si riscontra nell'effetto corona e trova nuova conferma nella difficoltà da noi osservata nel verificarsi del raddrizzamento normale di corrente quando la pressione diventa elevata.

3. Supponiamo che la differenza di potenziale V dell'elettromotore vari sinusoidalmente: $V = V_0 \sin \omega t$ e che la retta *arc. cotg r*

(¹) R. SEELIGER, l. c., p. 165.

per V_0 tagli la caratteristica 1 (corrispondente a punta negativa) in corrispondenza a un valore di potenziale v esistente agli elettrodi inferiore ad A'' , allora evidentemente la corrente passerà soltanto nel semiperiodo corrispondente alla punta negativa (Fig. 8). Si avrà quel

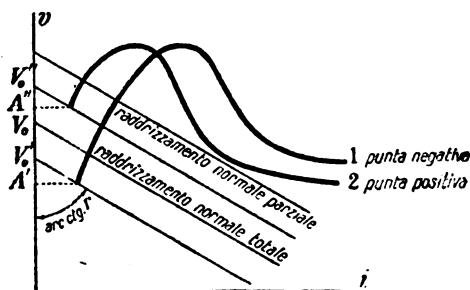


Fig. 8

raddrizzamento particolare di corrente che si manifesta a preferenza a basse pressioni e con una f. e. m. applicata non troppo elevata, raddrizzamento che noi abbiamo chiamato *normale* sia perchè esso è determinato da una causa legata nel modo più semplice al meccanismo della scarica a bagliore a pressione bassa, sia perchè si tratta di un vero e proprio raddrizzamento. L'effetto è della stessa natura di quello, che si manifesta però in senso inverso, nelle scariche impedito, nelle quali la caduta catodica necessaria alla punta per provocare la scarica è artificialmente aumentata. Tanto nell'uno quanto nell'altro caso, la corrente passa solo se la punta è positiva nel caso delle scariche impedito, se la punta è negativa nelle scariche normali fra punta e piano. Il raddrizzamento deve ridursi crescendo la f. e. m. alternata applicata e precisamente quando V_0 supera quel valore per cui l'incontro con la caratteristica 2 avviene per un valore di v maggiore di A'' . Passa allora corrente, benchè con piccola intensità anche nel semiperiodo con punta positiva e il raddrizzamento normale deve farsi lentamente meno sensibile; si ha cioè un *raddrizzamento normale* ancora, ma *parziale*.

4. Se la f. e. m. applicata continua a crescere, e raggiunge per esempio il valore massimo istantaneo V'_0 , si ha un nuovo effetto di raddrizzamento, essendo in media l'intensità di corrente nel semiperiodo con punta positiva maggiore di quella nel semiperiodo con punta negativa; ciò dipende dall'inversione della caratteristica che si presenta approssimativamente per lo stesso valore di v , ma per un'intensità di corrente maggiore con punta positiva che non con

punta negativa (Fig. 9). La causa prima di questo si deve dunque ricercare nello sviluppo della colonna positiva. L'effetto è di segno dunque opposto al normale e noi lo abbiamo chiamato *raddrizzamento anomalo* perchè coincide nel segno con quello che si ha con le scariche

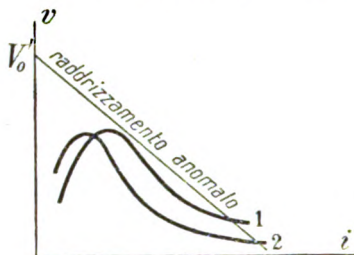


Fig. 9

impedite, e perchè a differenza di quanto avviene con queste e nel caso del raddrizzamento normale iniziale, la intensità della corrente raddrizzata corrisponde alla differenza fra le intensità di corrente che si manifestano nei due semiperiodi rispettivamente con punta negativa e con positiva. Non sembra vi siano ragioni per cui questo effetto debba diminuire o scomparire con l'aumento della pressione; infatti il sistema punta-piano consente in opportune condizioni (scintilla) una selezione di corrente più marcata nel senso da punta (+) a piatto (—), anche a pressione normale.

5. L'andamento delle caratteristiche con punta positiva e rispettivamente negativa, giustificato nei paragrafi precedenti, consente, come si è visto, di dar ragione sommaria di tutti i fenomeni osservati; viceversa si può ritenere che gli effetti trovati permettono di confermare l'andamento delle caratteristiche da noi indicate. Una diretta determinazione sperimentale di dette caratteristiche con corrente continua sarebbe impossibile, poichè le intensità di corrente continua che si dovrebbero raggiungere e mantenere per un certo tempo porterebbero ad effetti termici così considerevoli da alterare completamente l'andamento normale della caratteristica.

Riassumendo: supponiamo di alimentare, mediante un circuito privo di autoinduzione e di capacità, un tubo a gas rarefatto, munito di elettrodi punta e piano, con una f. e. m. alternata $V = V \sin \omega t$ e di variare V_0 (Fig. 10). Se V_0 sarà inferiore a quel valore V_0' per cui l'incontro con la caratteristica 1 (punta —) avviene sotto il valore A' , non vi sarà corrente in ambedue i semiperiodi; la differenza di potenziale v gli elettrodi crescerà proporzionalmente alla V . Se V_0

sarà maggiore di V_0'' . Le cose cambiano ancora quando V_0 supererà il valore V_0'' per cui la caratteristica 2 incomincia a decrescere: si ha un rapido aumento di corrente nel semiperiodo con punta positiva e la differenza di potenziale agli elettrodi subisce una nuova diminuzione che continuerà, al crescere di V , perchè la caratteristica è decrescente, ma si farà sempre meno sensibile ⁽¹⁾ e specialmente con il verificarsi di una forte intensità di corrente anche nel semiperiodo con punta positiva quando V_0 avrà superato il valore V_0' per cui anche la caratteristica 1 diventa decrescente. Per V_0 maggiore di V_0' si presenterà netto il raddrizzamento anomalo dovuto al fatto che l'intensità di corrente sarà in media maggiore nel semiperiodo con punta positiva che non in quello con punta negativa. La corrente raddrizzata cresce da principio, ma sul successivo andamento non si può dir nulla perchè con il crescere della intensità di corrente le cadute catodiche diventeranno anomale, le caratteristiche di nuovo crescenti e finalmente si avrà un vero e proprio arco per il riscaldamento del catodo.

Con resistenze esterne molto grandi (rette Q' e Q'' nella figura 10) gli effetti si fanno sentire molto meno marcatamente e per raggiungere l'effetto anomalo si deve disporre, come le esperienze mostrano, di una V_0 elevatissima.

Torino, Istituto Fisico, R. Università.

⁽¹⁾ Appunto come accade sulla caratteristica stessa al crescere dell'intensità di corrente.

OSSERVAZIONI CRITICHE ALLE TEORIE SULLA COMPOSIZIONE DEI COLORI PROPOSTE DA NEWTON SINO AI GIORNI NOSTRI ⁽¹⁾

Nota del Prof. Ing. GIOVANNI GIORGI e della Prof. MARIA ROSATI

Sunto. - *Vengono prese in esame le varie teorie finora successivamente proposte per rappresentare con formole o con diagrammi spaziali l'insieme dei colori che l'occhio può percepire, e per dedurre mediante leggi di composizione numerica o baricentrica il colore risultante di più colori dati. Confrontando i risultati di esse teorie con quelli che si deducono dall'esperimento diretto, viene mostrata l'inattendibilità di esse tutte, e in particolare la necessità di abbandonare le leggi di HELMHOLTZ sulle quali tutte le teorie moderne sono state impostate.*

La prima teoria cromatica importante risale a NEWTON il quale, dopo aver nel 1704 scoperta la decomposizione della luce bianca nei colori spettrali, e la relazione fra indice di rifrazione e colore, volle ricercare le leggi della composizione e dell'effetto visivo dei diversi colori. Per quanto egli riconoscesse che la visione dei colori è un fatto fisiologico e non fisico, e fin dal 1704 scrivesse « il colore è in noi » non trasse conseguenza da questa verità, e impostò la teoria dei colori sopra la semplice analisi spettrale.

Così rappresentò i colori dello spettro (artificialmente suddivisi in sette gradazioni a simiglianza della scala musicale) sulla periferia d'un cerchio, e i colori composti nell'interno del cerchio stesso, e dichiarò che la composizione si poteva fare applicando la regola dei baricentri.

(1) Nel Congresso della Società Italiana di Fisica del dicembre 1926 (v. « Nuovo Cimento » del febbraio 1927, p. XXVII) gli AA. hanno dato conto sommario di loro ricerche da cui consegue una teoria cromatica che permette di prevedere sistematicamente gli effetti della composizione dei colori. In adempimento alla promessa fatta di esporre per esteso le loro esperienze e la loro teoria, gli AA. presentano in questo scritto un resoconto critico delle teorie cromatiche prodotte sin oggi, resoconto che forma la premessa necessaria per quanto dovranno esporre più oltre.

Ma questa rappresentazione presenta varie imperfezioni. Una è la mancanza della terza coordinata, corrispondente alla maggiore o minore chiarezza dei colori, una seconda dipende dalla mancanza di distinzione fra composizione additiva e sottrattiva, una terza e più grave deficienza proviene dall'aver ammesso senza controllo che tutti i colori elementari dello spettro abbiano ugual valore di colori primari per l'effetto visivo.

L'ultima ipotesi, non corrispondente a verità, fa cadere in difetto la regola dei baricentri. Invero, se questa viene interpretata per la composizione sottrattiva, il cerchio cromatico dà conseguenza erronea perchè fa credere che dal giallo e dal blu non si possa ottenere un verde sufficientemente vivo, e dal rosso e dal giallo non possa ottenersi l'arancio puro. Se invece l'applicazione viene fatta alla composizione additiva, la divergenza con l'esperimento si presenta nelle coppie verde-arancio, e violetto-verde. Ma qualunque dei due metodi di composizione si adottino, vi sono certi colori della periferia del cerchio che possono riprodursi (nel loro effetto visivo) per combinazione dei contigui, ed altri che non possono. La rappresentazione circolare non mette questo fatto in evidenza.

Un incisore di Francoforte, il LE BLOND volle applicare i dettami di NEWTON alla cromotopia componendo stampe colorate per mezzo di sette colori primari. Presto però si accorse che alcuni di questi colori potevano essere sostituiti da miscele di altri, e finì per ottenere i medesimi effetti riducendo la tavolozza a tre soli colori fondamentali, il rosso, il giallo, il blu.

Un altro cromotipista, il GAUTIER di Parigi pervenne contemporaneamente allo stesso risultato; e fra i due inventori si accese una disputa di priorità che fece rapidamente diffondere il principio dei tre colori fondamentali.

Questo principio fu affermato in forma più esplicita e confermato da migliori esperimenti per opera di DUFAY nel 1737, con conseguente applicazione alla tintoria.

La teoria che ne conseguì ebbe forma matematica per opera dell'astronomo TOBIAS MEYER di Göttingen, che pubblicò nel 1758 un resoconto interessante per riprodurre in composizione semisottrattiva (in pratica con miscela di pigmenti) una serie di colori dati. Egli costruì un triangolo i cui vertici erano orpimento (giallo), cinabro (rosso) e cenere blu usati come fondamentali; così analizzò 91 colori binari e ternari di cui determinò la posizione effettiva nell'interno del triangolo. Aggiungendo poi il bianco arrivò a 364 colori, e aggiungendo il nero a 819 colori. La rappresentazione triangolare fu un progresso notevole in confronto a quella circolare; ma

non era ancora sufficiente; e i colori scelti come fondamentali non erano abbastanza vivi. Per questo ultimo fatto MEYER fu criticato da SULZER e da LAMBERT.

Le figure piane non potevano bastare per rappresentare la totalità delle sensazioni di colore che l'occhio percepisce. Chi primo si rese conto di questo fatto fu il tedesco LAMBERT, il quale nel 1772 insegnò molto razionalmente a ricorrere a un diagramma spaziale. Al triangolo sostituì un tetraedro, e precisò che i vertici della base erano formati da gomma-gutta, da carminio, e da blu di Prussia, colori assai più fondamentali di quelli usati da MEYER; nel centro della base stava il nero, al vertice opposto il bianco. Nelle sezioni parallele alla base rappresentò i colori attenuati con bianco; e la serie dei grigi che va dal bianco al nero venne a trovarsi nell'asse del tetraedro. Questo diagramma è razionale, e viene a contenere una gamma molto estesa di colori, ma non però i molto brillanti, come verde smeraldo vivo e violetto vivo.

Il contributo che nell'ultimo decennio del secolo XVIII portò alla teoria dei colori il sommo GOETHE non fu pari all'entità delle ricerche da lui dedicate a questo studio. Egli tentò di far rivivere la teoria aristotelica secondo cui le luci colorate devono riguardarsi come miscele di luce bianca e di oscurità. Seppe però illustrare in termini esatti la funzione fisiologica dell'occhio nell'apprezzamento dei fatti cromatici. Investigò sull'armonia dei colori e sulla funzione dei colori complementari. Ebbe poi il merito di diffondere la teoria del giallo, rosso, blu come colori fondamentali. La teoria di GOETHE se non esatta, è molto vicina al vero nell'ambito della cromia sottrattiva, e conduce nelle applicazioni a costruzioni corrette; essa è stata la base di tutto il successivo sviluppo nelle arti cromografiche.

Dopo di lui il filosofo SCHOPENHAUER dedicò una delle sue opere alla visione dei colori, e insegnò che ogni colore ha un elemento quantitativo che va dal bianco al nero, più un elemento qualitativo che costituisce la tinta.

Giustamente mise in rilievo il fatto che i colori nascono per sottrazione dal bianco.

Nel 1805 JURIN ottenne per primo la luce bianca, con due colori semplici dello spettro, cosa che NEWTON aveva tentato invano.

La vera funzione dei colori fondamentali dal punto di vista fisiologico, fu messa in rilievo scientifico nel 1807 da YOUNG che insistè più esplicitamente sulla differenza fra colori fisici e colori visivi, e affermò più volte che il colore visivo è una sensazione, non una qualità obbiettiva. Enunciò quindi che i colori veduti dall'occhio ammettono tre elementi di sensazioni fondamentali. Non seppe però

condurre a fondo questo principio; e senza rilevare a sufficienza la dualità reciproca che esiste fra cromia additiva e sottrattiva (quantunque avesse per primo messo in rilievo la differenza che vi è fra composizione di luci e di pigmenti) credette (seguendo le traccie di un'indicazione data da WUENSCH nel 1792) di poter identificare le sensazioni fondamentali col rosso-scarlatto, col verde e col violetto dello spettro. Disegnò un triangolo avente questi colori ai vertici; triangolo che contiene bensì (a parte la mancanza della terza coordinata) molti colori della natura, non ottenibili però dai colori dei vertici secondo che la collocazione geometrica indicherebbe; ed è facile verificare con l'esperienza che altri colori, come arancio e giallo, che sono riportati lungo i lati, non risultano in alcuna guisa combinando i colori dei vertici nè additivamente, nè sottrattivamente.

La denominazione di colori complementari fu introdotta nell'uso nel 1806 da PRIEUR che li definì in modo più preciso di come aveva fatto DARWIN vent'anni prima.

Deviando dalla teoria dei tre fondamentali e da quella di YOUNG, e quindi con un vero ritorno indietro, il pittore RUNGE suggerì di rappresentare l'insieme dei colori in una sfera di cui i poli opposti contengono il bianco e il nero, e la sezione equatoriale s'identifica col cerchio di NEWTON.

Indipendentemente, BREWSTER da prima fu difensore della teoria del giallo, rosso, blu come fondamentali, ed erroneamente dedusse (sempre per effetto della confusione fra cromia additiva e sottrattiva) che nello spettro stesso quei colori avrebbero avuto forse, anche fisicamente, una funzione primaria. Indi si avvicinò al vero perchè completando le ricerche di YOUNG notò che ogni radiazione dello spettro eccita in varia guisa le tre sensazioni fondamentali; ma invece di dedurre che queste tre sensazioni vanno cercate fuori dallo spettro, le ammise come indicate da YOUNG e costruì le tre note curve che hanno per ascisse le lunghezze d'onda, e per ordinate le intensità di ciascuna delle tre sensazioni. I tre diagrammi di BREWSTER sono quelli utilizzati poi da tutti gli autori successivi, e dovrebbero essere riformati perchè, essendo erronea la determinazione di almeno una delle sensazioni, tutte e tre le curve risultano affette da errore.

PLATEAU (1829) è responsabile di un errore di metodo che ha viziato la più parte delle ricerche posteriori. In un suo scritto preconizzò l'uso dei dischi giranti per fare la composizione delle sensazioni, cioè quella che oggi si chiamerebbe la composizione additiva delle luci. Questo procedimento non condusse allo scopo.

Basta fare un semplice esperimento per apprezzare che la composizione coi dischi giranti dà un risultato ben diverso dalla composizione additiva delle luci colorate.

Memorabili sono, nel decennio successivo i lavori di CHEVREUL il quale ebbe il merito di costruire effettivamente, e riprodurre, un diagramma classificativo che contiene ben 14.400 colori.

CHEVREUL pur ammettendo la teoria dei tre fondamentali, mantenne la inadeguata rappresentazione newtoniana per diagrammi circolari anzichè triangolari; così i suoi quadri valgono per identificare e ritrovare i colori, non per una norma sul modo di comporli. Per meglio precisare, il diagramma di CHEVREUL è una semi-sfera che corrisponde alla metà superiore della sfera di RUNGE. La semi-sfera conteneva tutte le tinte usate allora nella fabbrica di Gobelins; nel cerchio base, o equatoriale, trovano posto i colori più intensivi (cioè più lontani dal bianco) della collezione: a questo scopo la circonferenza è divisa in 72 gradazioni di 12 colori franchi (cioè vivi, non smorzati) che si succedono così: dal 1° al 6° rosso, poi dal 1° al 6° arancio rosso, e poi così di seguito arancio, giallo, giallo-verde, verde, verde-blu, blu, blu-violetto, violetto, violetto-rosso, ciascuno dei quali diviso in sei gradazioni; in questa guisa p. es. il 1° giallo è il più vicino all'arancio, il 6° giallo è il più vicino al giallo verde. Internamente alla circonferenza si trovano i colori smorzati (*couleurs rabattues de gris*) e tanto più smorzati quanto più si avvicinano al centro che è occupato dal grigio scuro; questi colori interni sono ripartiti in 10 circonferenze concentriche, dove trovano ordinatamente posto i colori smorzati con dosi crescenti di grigio. L'intervallo poi fra questa base della semi-sfera, e il polo di essa che contiene il bianco è diviso in 20 gradi a cui corrispondono altrettanti cerchi, paralleli alla base. Il cerchio del primo grado, più vicino al polo, ha i colori più chiari, contenenti 19/20 di bianco; e così di seguito. In realtà il cerchio usato da CHEVREUL come rappresentativo non era il 20°, che sarebbe riuscito troppo oscuro per la visibilità, ma uno intermedio, e precisamente il 10°, corrispondente al parallelo mediano della semisfera; e il nome di colori franchi fu più particolarmente applicato ai colori di questo parallelo.

Le tavole di CHEVREUL hanno reso molto servizio nella pratica, e le sue classificazioni sono molto usate anche oggi, perchè permettono d'intendersi in modo preciso quando si vuol definire un colore a parole; non pochi fabbricanti di colori e materie colorate vendono e catalogano i loro prodotti in base a questo riferimento. Si risente però la manchevolezza, quando si tratti di applicarle a colori assai vivi o naturali, o prodotti dall'industria moderna, che

esorbitano sensibilmente dalla semi-sfera che era stata costruita coi colori forniti dall'industria di quel tempo.

A parte l'utilità pratica delle rappresentazioni effettive eseguite, e a parte l'aver abituato a tradurre in forma concreta quello che prima era astratto, CHEVREUL non ha contribuito essenzialmente alla teoria della composizione che qui ci preoccupa; e il tipo circolare scelto pei suoi diagrammi può, in questo particolare riguardo, aver propagato più errori che cognizioni esatte. Gli altri suoi importantissimi lavori sul contrasto di colori e fenomeni conseguenti non riguardano la teoria che abbiamo intrapreso a studiare.

Le ricerche sulla composizione dei colori furono riprese nel 1857 da MAXWELL con una serie di esperienze che lo condussero a confermare che l'effetto visivo non dipende dalla composizione spettrale del colore, ma da altri fattori; e che gli occhi di tutte le persone normali, se anche differiscono per sensibilità, concordano esattamente nel giudizio. MAXWELL, in seguito ad esperienze compiute in parte in cromia additiva vera, in parte coi dischi giranti, assunse come fondamentali i seguenti colori:

$P = 4^\circ$ rosso di CHEVREUL; $\lambda = 630$; nello spettro $\frac{1}{3}$ C verso D

$Q = 2^\circ$ verde di CHEVREUL; $\lambda = 528$; nello spettro $\frac{1}{4}$ E verso F

$R = 5^\circ$ blu di CHEVREUL; $\lambda = 457$; nello spettro $\frac{1}{2}$ F verso C .

Il primo di questi colori è in realtà uno scarlatto, ma gli autori successivi lo hanno citato erroneamente come vero rosso; il secondo è un verde vivo; il terzo è un blu violaceo. Con esperienze di composizione, talvolta additiva, e talvolta mista, cercò di determinare ogni colore con una formula così:

$$x = pP + qQ + rR.$$

Il vantaggio di questo sistema è che ogni colore viene identificato con tre coordinate p , q , r ; e così per definirlo, basta disporre di tre tipi campioni, senza bisogno di un quadro completo. Ma i tre colori scelti da MAXWELL non si avvicinano molto alle sensazioni fondamentali dell'occhio, per cui molte volte qualcuno dei coefficienti p , q , r risulta negativo. Le determinazioni fatte nei diversi esperimenti portarono su una serie di 14 colori di pittura, forniti da una ditta di quel tempo; ma non hanno più oggi giorno molto valore, non solamente per la scelta inadeguata dei fondamentali, per la difficoltà di riprodurli ogni volta su carta, e per essere i colori di pit-

tura di allora non così puri come i moderni, ma soprattutto perchè, sperimentando, MAXWELL fece quasi sempre uso indiscriminato di composizione coi dischi giranti.

Il matematico T. GRASSMANN portò contributo di esperimenti e di ragionamento matematico alla teoria dei colori. Formulò tre postulati e cioè: 1) tutte le sensazioni di colore sono combinazioni di tre elementi, che valgono come unità irriducibili; 2) ogni colore composto varia con continuità quando i colori componenti variano con continuità; 3) due colori che siano uguali per l'occhio producono lo stesso effetto nella composizione con altri, anche se fra loro sono fisicamente diversi. Applicazioni della teoria generale furono fatte da GRASSMANN rappresentando i colori per mezzo di vettori.

Qui è appena il luogo di accennare il contributo che alla teoria dei colori ha portato la scoperta fatta da SCHULTZE nel 1866 intorno alla diversa funzione dei coni e dei bastoncini della retina; i primi sentirebbero la differenza di colore, i secondi percepirebbero solamente il chiaroscuro. Questa asserzione sembra almeno in parte confermata, anche da ricerche più moderne.

Limitiamoci a menzionare i lavori di BRÜCKE (1865) e quelli di VON BEZOLD (1874) e veniamo a quelli di un altro filosofo, E. HERING che nel 1874 e poi di nuovo nel 1889 espose una nuova teoria, di valore classificativo, sulle sensazioni di colore. HERING formò un ottaedro avente rispettivamente nei due vertici opposti il bianco e il nero, e nel centro il grigio, mentre gli altri quattro vertici rappresentavano quattro colori ideali detti rosso originario (Urrot), giallo originario (Urgelb), verde originario (Urgrün) e blu originario (Urblau). HERING asseriva che ogni colore nasce da una composizione bari-centrica di bianco, nero e di due contigui fra gli altri quattro elementi, e metteva in rilievo che fra colori opposti non esistono intermedi. L'ottaedro di HERING è una correzione alla sfera di RUNGE e al tetraedro di LAMBERT e si avvicina a quello che vedremo essere il diagramma vero.

Un'influenza decisiva su tutto il successivo sviluppo delle teorie sulla composizione dei colori ha avuto la grande opera di HELMHOLTZ (1866-1885). Questo scienziato compì ricerche di ben noto e grande valore sulla fisiologia dell'occhio, e sulla fisica dei raggi luminosi, ma non condusse in modo altrettanto sistematico e ordinato quelle sulla composizione, e divulgò principi erronei d'allora in poi accettati senza controllo.

Nella sua opera si notano molte contraddizioni; da una parte accetta la teoria di YOUNG, sulle tre sensazioni fondamentali, e si vale di diagrammi come quelli di BREWSTER che provano che dette

sensazioni non corrispondono ai colori dello spettro; altrove invece critica la teoria dei tre fondamentali, e a questo scopo, con petizione di principio, si vale del diagramma newtoniano che è incompatibile con la teoria di YOUNG e BREWSTER; altrove ancora esprime idee non precise sulla funzione dei tre colori fondamentali, talora asserendo che la loro scelta è arbitraria, talora criticando giustamente i suoi predecessori per aver fatto una determinazione erronea dei medesimi; altrove infine elenca i colori dello spettro come *einfache Farben*, cioè come colori primitivi per l'occhio, senza tentativo di controllo e senza rilevare che questa ipotesi è in contrasto e coi postulati di YOUNG e con gli esperimenti di BREWSTER. Fa poi distinzione fra miscela di luci e miscela di pigmenti, il che prelude, ma molto incompletamente, a una distinzione fra cromia additiva e cromia sottrattiva. Ma più gravemente meritevole di critica è la parte sperimentale, perchè, dopo aver accennato alla miscela delle luci, asserisce che i quattro metodi seguenti servono per ottenerla e conducono ai medesimi risultati:

- a) sovrapposizione di diversi spettri o diverse parti di essi;
- b) sovrapposizione, nell'occhio, di due immagini di superfici colorate, ottenute per mezzo di riflessione parziale;
- c) disco girante;
- d) traguardare con un cristallo birifrangente la linea di confine di due aree colorate diverse.

E quest'asserzione è contraddetta dall'esperimento: abbiamo già ricordato che il disco girante dà risultati ben diversi dal metodo a) che corrisponde alla composizione additiva vera; e che anche i metodi b) e d) danno risultati diversi. Nondimeno HELMHOLTZ espone una lunga serie di esperimenti, con grande copia di particolari, ma senza accennare quale dei quattro metodi ha seguito: dai risultati è evidente che nella maggior parte dei casi ha lavorato coi dischi giranti, e con colori ottenuti da pigmenti, che non ha identificato in modo preciso, e che ha ritenuti paragonabili a colori spettrali facendo il paragone coll'occhio; eppure qualunque pittore sa, che il paragone fra una luce ed una carta colorata non si compie se non con molta incertezza.

Altrove, considerando quello che egli chiama miscela dei pigmenti, asserisce che traguardare la luce bianca attraverso due soluzioni colorate, o attraverso la miscela delle due, o mischiare polveri colorate, dà risultati coincidenti, e diversi da quelli dei metodi a) b) c) d).

Eppure basta la più semplice esperienza con bianco e blu di

Prussia per convincersi che la combinazione per miscela di polveri dà risultato ben diverso dalla combinazione per trasparenza.

Hanno invece particolare interesse i risultati di esperienze precise eseguite da H. facendo sovrapporre due raggi diversi dello spettro (isolati per mezzo di fenditure) e scelti in modo da ottenere il bianco. A quanto si può rilevare, perchè il testo non è ben chiaro, sembra che almeno una parte dell'elenco di colori complementari dato da H. sia stato rilevato con questo procedimento. Ecco l'elenco di queste coppie:

Rosso	$\lambda = 656,2$	con Verde-blu	$\lambda = 492,1$
Arancio	$\lambda = 607,7$	con Blu	$\lambda = 489,7$
Giallo d'oro	$\lambda = 585,3$	con Blu	$\lambda = 485,4$
Giallo d'oro	$\lambda = 573,9$	con Blu	$\lambda = 482,1$
Giallo	$\lambda = 567,1$	con Indaco-blu	$\lambda = 464,5$
Giallo	$\lambda = 564,4$	con Indaco-blu	$\lambda = 461,8$
Giallo-verde	$\lambda = 563,6$	con Violetto composto da tutti i raggi da 433 in oltre	
Verde	$\lambda =$ non precisato,	con Porpora fuori spettro.	

Ripetendo l'esperienze con metodi più moderni e studiando meglio la questione dell'apprezzamento della luce combinata, si ottiene qualche spostamento e si trova che la lunghezza d'onda del complementare al rosso va indicata più elevata e quella del complementare al giallo più bassa, in confronto alle cifre segnate nella seconda colonna. Ma errori più gravi sono provenuti dal voler applicare questi risultati agli analoghi colori non spettrali e dall'usarli promiscuamente con quelli dedotti col metodo dei dischi giranti. In qualche punto H. ha finito coll'affermare essere il blu complementare del giallo invece del violetto, e che il verde non è complementare del rosso. I successori hanno preferito ripetere la parte erronea più che quella esatta dei lavori del maestro, anzi ne hanno esagerate le conclusioni. Notiamo poi che H. infine giustamente asserisce che ogni colore è individuato da tre parametri; cioè è di nuovo in accordo con YOUNG e in disaccordo col principio informatore dei suoi esperimenti. Ma il disaccordo non è stato rilevato dai commentatori.

Contro alcune parti della teoria di HELMHOLTZ furono sollevate obiezioni da HERING; egli mostrò che il bruno, il verde oliva, il turchino smorzato etc. non si possono ottenere da miscele di colori puri e di bianco (la quale asserzione proveniva dal punto di vista additivo a cui HELMHOLTZ si riferiva) e quindi introdusse nella sua teoria (v. sopra) un principio che insegna a distinguere colori relativi e non relativi, tenendo in conto il contenuto di nero. Queste osservazioni hanno solamente una parte di vero; le inesat-

tezze debbono venire corrette tenendo in conto la differenza fra composizione additiva e sottrattiva.

Dei successivi autori non abbiamo molto da dire, appunto perchè si sono quasi sempre aggirati sulle tracce di HELMHOLTZ senza aggiungere o correggere sostanzialmente, e perchè hanno sperimentato molto coi dischi giranti.

Menzoniamo nondimeno il trattato di ROOD, ove si trova un triangolo che è corretto in confronto a quello di MAXWELL e che contiene ai vertici l'oltremare naturale, il verde smeraldo e il minio. Se il blu oltremare venisse sostituito da un colore più violaceo questo diagramma sarebbe abbastanza prossimamente valevole per la composizione additiva.

Altri contributi negli anni successivi si devono a PETRUSHVERSKY e a DOUET che ha perfezionato il metodo di MAXWELL, a CLAY (nel 1901), a PILGRIM che pure nel 1901 ha pubblicato un'opera riassuntiva molto interessante, con tabelle, quadri, e indicazioni numerose.

La fine del secolo XIX è associata con la grande diffusione industriale e il perfezionamento tecnico dei processi di tricoloria zincografica, i quali hanno obbligato i tecnici a ricerche più precise sui colori fondamentali sottrattivi: l'industria si è affermata con l'uso di particolari gradazioni di giallo, rosso e blu come colori di stampa, e con quello dei corrispondenti filtri complementari (violetto, verde, arancio) per ottenere i clichés. Il fatto che queste terne di colori non corrispondono poi esattamente alle sensazioni fondamentali ideali dell'occhio, si traduceva nella mancanza di profondità dei bruni e dei neri risultanti; per cui il processo industriale è stato perfezionato aggiungendo una stampa in nero.

Ma le ricerche di fotografie a colori hanno fatto apprezzare certi principî tecnici più in evidenza. A questo riguardo ricorderemo che i primi saggi di tricoloria fotografica furono esibiti, indipendentemente da CROS e da DUCROS DE AURON di Angers nel 1869. Un progresso importante a quest'arte fu realizzato per opera di IVES, che nel 1888 ottenne fotocromie con una sola lastra. Confrontando questo processo con quello che fu poi trovato da SAUGER-SHEPHERD di Philadelphia e che usava colori complementari a quelli di Ives la differenza fra composizione additiva e sottrattiva risultò meglio in evidenza.

Gli studi sull'uno e sull'altro dei due metodi di composizione si svilupparono per effetto di molti ricercatori fra cui MIETHE di Charlottenburg che ideò e fece mettere in commercio apparecchi speciali per le proiezioni a colori. Questi studi ebbero poi il loro

frutto nell'invenzione delle lastre a reticolo per la cromofotografia, che furono portate a notevole perfezione per opera dei fratelli LUMIÈRE nel 1904. Le lastre ottenute e poste in commercio dai LUMIÈRE sono composte di granuli scarlatti (non rossi), verdi e violetto-blu (non blu); la loro attitudine a rendere con perfezione molti colori e le parziali deficienze che s'incontrano nel renderne altri forniscono indizi precisi sulle leggi della composizione.

Le ricerche compiute da ROSENSTIEHL nel 1913 ed esposte nel suo *Traité de la couleur* sono particolarmente legate con l'uso dei dischi giranti e quindi difficilmente utilizzabili, e non corrette nelle deduzioni.

Una speciale menzione come rappresentativo della scienza più moderna, merita il libro di OSTWALD. Quest'autore prescinde dalla teoria dei tre fondamentali, perchè poco si occupa della composizione dei colori, e con questo toglie al libro una gran parte dell'interesse che poteva avere. O. ritorna al cerchio di NEWTON completato in modo da ottenere la figura spaziale con due coni, di cui quel cerchio è la base comune, e uno dei quali ha nel vertice il bianco, l'altro il nero; figurazione questa non dissimile dalla sfera di RUNGE; ma di questa sua preferenza O. non dà alcuna precisa ragione. L'attenzione di O. si è portata soprattutto sulla ripartizione degli intervalli fra i colori in gradini uguali. Per arrivare a questo egli rimette in valore l'antica legge di FECHNER secondo cui la sensazione sarebbe proporzionale al logaritmo dell'eccitamento. Così O. ha costruito una scala di grigi che dovrebbero corrispondere a sensazioni equidistanti, ma che non raggiungono certo questo desiderato; ciò ben risulta osservando la Fig. 7 della Tav. I dell'opera di O.

Per costruire il cerchio cromatico ripartito in parti uguali O. si servì di questi colori d'anilina: rosa-bengala, eosina, giallo di chinolina, blu per lana. Con questi e con le miscele fra due contigui, egli determina otto tipi normali di rosso, arancio, giallo, verde-marino, blu-marino, blu-oltremare e violetto, che suddivisi poi ognuno in tre gradazioni contigue, formano una successione ciclica, e riempiono 24 caselle in cui è stata divisa la circonferenza del cerchio; queste caselle sono numerate con numeri che vanno di quattro in quattro, da 00 (giallo vicino al verdastro) al 96 (verde erba vicino al giallo); la numerazione è scelta in modo che intercalando altri tre gradi fra ogni casella e la successiva si avrebbero i più piccoli salti che l'occhio percepisce, e resterebbero tutti i colori puri suddivisi in 100 gradi. O. pretende che i suoi gradini siano tutti equidistanti come sensazione, il che da uno sguardo alla sua costruzione

riesce subito smentito; e che i colori diametralmente opposti nel suo cerchio siano complementari.

Anche questa seconda asserzione non è esatta perchè la prova della complementarità riesce solo col disco girante e soltanto parzialmente. Il cerchio di O. in confronto a quelli di tutti i suoi predecessori, ha una spaziatura molto più ampia dedicata ai blu verdastri, e su ciò O. insiste motivando con varie ed interessanti ragioni: evidentemente egli ha esagerato perchè le gradazioni dal 63 al 69, sono, nel suo cerchio, molto più piccole all'occhio che non quelle per es. dal 04 al 21.

Prendendo per ferme le sue regole di gradazione, e costruendo un complicato sistema col quale i numeri della circonferenza cromatica sono accoppiati alle lettere da *a* sino a *p* che denotano 15 gradi di chiarezza dal bianco al nero, e infine a una terza coordinata che pure è indicata con le lettere dall'*a* al *p*, OSTWALD ha costruito un sistema ingegnoso e complicato di simboli per denotare (dopo averli ripartiti in gradazioni che egli pretende essere equidistanti) 2250 colorazioni, che dovrebbero comprendere tutte quelle che l'occhio può percepire e distinguere una dall'altra. Così, come nella costruzione di CHEVREUL ogni colore esistente è identificabile per mezzo di tre coordinate; ma le tabelle di O. sono più accessibili e meglio riprodotte, e contengono gradazioni corrispondenti alla più parte dei colori d'anilina prodotti fino ad oggi; vale a dire contengono molti colori ben più vivi di quelli che al tempo di CHEVREUL si conoscevano, e che nei suoi cerchi erano stati considerati.

La parte più interessante e più nuova di OSTWALD è la sua *Farbenhalbtheorie*, che tradurremo teoria del semispettro. Per spiegarla in poche parole, premettiamo che fra i 100 colori della circonferenza cromatica circa 86 corrispondono approssimamente a radiazioni spettrali; gli altri e cioè quelli porporini, costituiscono il raccordo fra l'ultimo violetto e il primo rosso dello spettro. Ora O. asserisce che se i colori di uno spettro vero vengono ripartiti nelle caselle corrispondenti della sua circonferenza, e se le caselle corrispondenti ai porporini si lasciano nere, e poi si tira un diametro qualunque, e si compongono additivamente i raggi spettrali contenuti in una delle semicirconferenze che così risultano, si ottiene come risultato quel colore stesso che nella sua circonferenza cromatica sta segnato nella casella centrale della semicirconferenza considerata. Se si prende meno di una semicirconferenza, viene un colore abbuiato, se si prende di più viene un colore sbiancato (colore non saturo). La minore luminosità dei colori violetto e blu in confronto ai gialli ed ai vicini al giallo, è così spiegata natural-

mente dalla funzione che hanno le caselle nere, cioè i colori mancanti dello spettro. Queste constatazioni sono molto ingegnose, e se verificate a fondo, potrebbero anche avere qualche interesse pratico. Facendone applicazione, O. spiega la minore luminosità dei violetti e dei blu rispetto ai gialli e ai colori vicini al giallo.

OSTWALD, nello sviluppo della sua teoria ha distinto esattamente la composizione additiva dalla sottrattiva, ma non la prima da quella fatta coi dischi, e non la seconda da quella fatta con la miscela dei pigmenti. Da questo, e dall'aver accettato senza controllo le leggi inesatte di HELMHOLTZ, ha ricavato conseguenze che l'esperimento contraddice. Inoltre, ha ripetuto l'errore di NEWTON, rappresentando i colori in un diagramma a sezione circolare, senza tener conto della differenza di funzione della terna giallo-rosso-blu e di quella arancio-verde-violetto; quindi le sue costruzioni non rispondono al requisito della composizione baricentrica; e trattandosi d'un diagramma completo e riprodotto con esattezza, le deviazioni sono facili a constatare. Alla composizione sottrattiva, O., a differenza dei suoi predecessori, dedica qualche sviluppo, e formula cinque postulati, che non sono però sufficienti, perchè tre di essi sono comuni alla composizione additiva, e gli altri due semplicemente negano la applicabilità di leggi uguali alle additive, senza enunciarne altre in sostituzione.

Fra i lavori più recenti, ricordiamo una nota di B. FINZI, dove sono suggerite alcune rappresentazioni matematiche interessanti, ottenute col metodo delle coordinate omogenee applicate a costruzioni proiettivo-descrittive.

Veniamo indi al lavoro molto importante di E. SCHRÖDINGER (Accademia delle Scienze di Vienna, 1925), il quale, pur senza discutere i dati sperimentali e accettando senza verificarle le affermazioni di HELMHOLTZ, prende in esame la contraddizione apparente fra le teorie che rappresentano i colori con quattro coordinate, e quelle che li rappresentano con tre coordinate sole, e, come si passa dalle une alle altre, tenendo in evidenza il principio che i parametri effettivi di ogni colore sono realmente tre. La teoria della luminosità intrinseca dei colori è sviluppata dallo SCHRÖDINGER in modo assai razionale, e conduce a una rappresentazione nella quale una retta (così detta *Alicna*) è tracciata nel diagramma cromatico come luogo dei colori (ideali) di luminosità nulla, e in posizione tale che la luminosità di ogni altro colore è proporzionale alla distanza di esso dalla detta retta. È interessante confrontare questa teoria con quella del semispettro di OSTWALD.

Non possiamo chiudere meglio questa rassegna critica se non richiamando l'attenzione sopra un recentissimo libro del Prof. G. OVIO ⁽¹⁾, al quale rinviamo il lettore desideroso di trovare un riassunto accurato della scienza dei colori, quale è generalmente accettata oggi giorno, e non solamente di quanto riguarda le teorie di composizione, che hanno fatto l'esclusivo oggetto del nostro scritto, ma di quanto concerne i fenomeni fisici e fisiologici, assai complessi, che interessano la visione dei colori. Le teorie cromatiche su cui il Prof. OVIO fa particolare assegnamento sono quelle dedotte dai dettami di MAXWELL e di HELMHOLTZ, e cioè appunto quelle ammesse ad oggi dalla generalità dei fisici, quantunque non dai tecnici e dai pittori. Queste teorie devono essere riformate, in base ai risultati delle esperienze migliori che i mezzi moderni consentono.

Ci proponiamo esporre in altri scritti i risultati delle esperienze nostre, e le dottrine cromatiche che se ne ricavano.

(¹) *Scienza dei colori: Visione dei colori*. Milano (Hoepli), 1927.

LE SCALAIRE AMPÉRIEN

par R. FERRIER

Sommaire. - *La notion première de mouvement d'un point ne réside pas, comme on l'admet ordinairement, dans la conception du changement de place, mais bien dans la conception plus générale du changement de forme de la figure constituée par ce point et le système de référence. On arrive ainsi à définir les principaux caractères de la Cinématique autonome, c'est à dire abstraction faite de tout système de référence.*

Ces principes généraux, appliqués à l'Electrodynamique, conduisent à considérer une grandeur nouvelle, inaccessible à l'observation ordinaire parce que sa valeur moyenne dans la matière est nulle. C'est l'Ampérien, fonction scalaire, dont le rôle est assez comparable à celui du champ magnétique.

L'introduction de l'Ampérien a permis à l'auteur d'éclaircir le mécanisme d'émission de la lumière, en montrant que la lumière peut affecter une forme granulaire quasi-stationnaire, incompatible avec les anciennes équations de MAXWELL.

La formule de cet Oscillateur pur est entièrement calculée, le champ s'exprimant au moyen des symboles de l'algèbre. D'importantes vérifications ont été rendues ainsi possibles.

Enfin, la discussion de ces résultats montre que la théorie de l'Ampérien exclut les principes relativistes. C'est là un point qui mérite de retenir toute l'attention.

I. Géométrie et Cinématique.

Je crois qu'il est bon d'indiquer au lecteur par quelle voie singulière j'ai été amené à introduire cette expression nouvelle — cet Ampérien — en Electrodynamique. Ce sera la matière de cet exorde.

J'ai pensé que la nature du « mouvement », ou, plus exactement, l'idée que nous nous en faisons, n'avait pas été, jusqu'à présent, complètement approfondie: à la notion usuelle de *changement de place*, il m'a paru nécessaire de substituer la notion, plus simple, de *changement de forme*.

En effet, il faut, pour définir la *place* d'un point, imaginer préalablement un système de référence solide. Le point se meut lorsque la forme de la figure totale, constituée par le solide et le point, change d'un instant à l'autre. Mais pourquoi, dès lors, astreindre

une partie de cette figure à demeurer invariable de forme ? Il paraît, philosophiquement, bien plus satisfaisant, de ne pas introduire une aussi singulière restriction dans les principes même de la Cinématique, et de se borner à dire qu'il y a « mouvement » dès que la *configuration* d'un ensemble quelconque de points se modifie d'un instant à l'autre. N'avons-nous pas beaucoup plus de chances de nous rapprocher ainsi de l'ordre naturel, puisque les solides réels ne sont, eux-même, des figures invariables qu'en apparence, leurs particules ultimes se trouvant animées de mouvements prodigieusement complexes, au cours desquels une forme *moyenne* demeure seule invariable ?

Il se trouve que cette vue de l'esprit entraîne des conséquences analytiques d'une remarquable simplicité. Définissons le mouvement comme nous le suggère toute la Mécanique naturelle, c'est à dire par la condition de maximum d'une intégrale d'*action* :

$$\int_0^t \Omega dt$$

en remarquant toutefois que la fonction Ω , ci-dessus écrite, ne peut plus dépendre que de la *forme* de la figure envisagée : elle doit pouvoir être entièrement calculée dès que l'on connaît toutes les distances r_{ij} des points pris deux à deux, et les dérivées r'_{ij} de ces distances par rapport au temps.

On trouve alors que les conditions analytiques obtenues en écrivant les conditions de maximum de l'intégrale d'action sont en nombre *exactement suffisant* pour résoudre le problème, et que, d'autre part, ces conditions peuvent s'exprimer indépendamment de tout système d'axes de référence. Si, en effet, (O, xyz) est un tel système d'axes les conditions obtenues sont de la forme

$$\sum_j \frac{x_j - x_i}{r_{ij}} \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial \Omega}{\partial r'_{ij}} - \frac{\partial \Omega}{\partial r_{ij}} \right) = 0.$$

Ce sont bien des conditions *vectérielles*, relatives à la figure elle-même. Chaque droite r_{ij} porte un vecteur, et la somme géométrique de tous les vecteurs appliqués à un même point i , est nulle :

$$\sum_j \frac{d}{dt} \frac{\partial \Omega}{\partial r'_{ij}} - \frac{\partial \Omega}{\partial r_{ij}} = 0.$$

Chacun de ces vecteurs sera, *par définition*, la force exercée par le point j sur le point i .

Mais qu'est-ce, au juste, que cette fonction Ω ? Sans trop la particulariser, dès le début, nous pouvons cependant lui imposer une condition à peu près évidente : à savoir que la loi du mouvement doit demeurer invariable, et que nous ne conservons pas la faculté de modifier sans cesse l'ordre que nous avons établi. En un mot, la forme même de Ω doit être indépendante du temps :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = 0.$$

En combinant cette dernière relation avec les précédentes, on trouve que l'expression

$$W = \Omega - \sum_{ij} \frac{\partial \Omega}{\partial r'_{ij}} r'_{ij}$$

demeure toujours constante. Sa différentielle n'est pas autre chose, en effet, que le travail élémentaire des forces du système, travail nul évidemment, puisque la somme de tous les vecteurs appliqués à chaque point, est nulle.

Cette expression représente, par définition, l'*énergie* du système, et ce dernier, qui demeure, en quelque sorte, maître de ses destinées, est dit *système autonome*.

Telle est, dans l'ordre purement *rationnel*, la manière suivant laquelle je crois qu'il est légitime de rattacher la Dynamique à la Géométrie.

II. Electrodynamique.

Abandonnant les conceptions de l'ancienne mécanique, je vais tâcher de représenter l'Univers comme un système autonome. Sa *forme* sera celle d'un immense essaim de points sans cesse mobiles : il n'y a rien, jusqu'ici, qui choque nos habitudes d'esprit. Mais je pousse plus loin l'hypothèse : cet essaim existe même dans ce que nous appelons le vide, ou l'*éther*. Sa densité, au surplus y est très grande, puisque la distance minima, entre deux points voisins, est de l'ordre de 10^{-18} cm. (pour fixer les idées).

La forme *moyenne* de cet ensemble est invariable ; il apparaît donc ainsi un système naturel de référence, par rapport auquel chaque « point » de l'éther décrit une petite trajectoire fermée, le tout formant une sorte de *réseau*, régulier et isotrope aussi longtemps que l'éther est dit *en repos*. Aucun phénomène électrique n'apparaît, dans ces conditions, et cela par raison de symétrie.

Si, au contraire, l'éther est *troublé*, il apparaît un *champ voltaïque* $\mathcal{E}$. Dans le cas particulier où cette perturbation est une *onde*

hertzienne (on a alors $\text{div } \mathcal{E} = 0$) on sait que le champ $\mathcal{E}$ peut être calculé par la formule du potentiel-vecteur :

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \int \frac{j}{r} d\tau, \quad \left(j = \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} \right).$$

Cette forme classique n'est pas satisfaisante, du point de vue de la dynamique autonome : les vecteurs qui figurent dans la somme ne sont point portés par les droites r . Il faut donc transformer cette expression, si l'on veut conserver l'aspect général de la théorie adoptée.

Rien n'est plus facile : dans le cas d'une onde hertzienne, l'expression de $\mathcal{E}$ peut tout aussi bien s'écrire, en remplaçant le potentiel-vecteur par ce que j'ai appelé un radio-vecteur ⁽¹⁾.

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \int \left(jr^* \times \text{grad} \frac{1}{r} \right) \text{grad} \frac{1}{r} d\tau.$$

On vérifie, en effet, que ces deux expressions ont le même tourbillon, et des divergences égales et opposées, qui deviennent identiques quand elles sont nulles, comme c'est ici le cas.

C'est à cette dernière expression que je donnerai la préférence, dans le cas général, lorsque $\text{div } \mathcal{E}$ n'est plus nulle. On obtient alors les relations que voici, en introduisant les inconnues auxiliaires $\mathcal{H}$ et $\mathcal{A}$:

$$(I) \quad \begin{cases} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \Big\} \mathcal{E} = \frac{2}{c} \text{rot} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \Big\} \mathcal{E} = \frac{2}{c} \text{grad} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t}. \end{cases}$$

$\mathcal{H}$ est un *champ Hertzien*, c'est à dire dont le flux à travers toute surface fermée est nul ; $\mathcal{A}$ est précisément ce que j'ai nommé le *scalaire Ampérien*.

Bien entendu, ces équations n'ont de sens que si les éléments différentiels dx, dy, dz, dt , sont grands par rapport aux intervalles de particules de l'éther et par rapport à leur temps de révolution sur les petites orbites entrelacées.

Si l'on fait

$$\mathcal{A} \equiv 0$$

dans le système précédent, on retombe sur les équations microscopiques de LORENTZ, valables, non seulement pour une onde hertzienne

(1) En posant $\text{grad}_x = -\frac{\partial}{\partial x}$.

pure, mais aussi dans le cas général où des ions et électrons sont intercalés dans le réseau d'éther. Il est donc loisible d'admettre que les équations (I) sont les équations générales de l'Electrodynamique, c'est à dire celles qui régissent, non pas, sans doute, le mouvement intime de l'éther, mais seulement les *perturbations globales* de ce mouvement, quelles que soient les causes de ces perturbations.

Voyons les conséquences auxquelles elles conduisent.

III. Singularités de l'Ampérien.

L'Ampérien que je viens d'introduire, en outre des expressions déjà connues, présente cette propriété remarquable, de ne pouvoir demeurer constamment *régulier* et *fini*, dans tout l'espace, sans être identiquement nul.

Il présente donc nécessairement, à un moment donné, des points singuliers.

On tire, en effet, des équations (I), en les ajoutant membre à membre, et intégrant par rapport au temps :

$$\text{rot } \mathcal{H} + \text{grad } \mathcal{A} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t}$$

d'où

$$\begin{cases} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \Big\} \Delta \mathcal{H} = 0 \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \Big\} \Delta \mathcal{A} = 0. \end{cases}$$

Cette dernière équation, harmonique, d'une part quant aux variables (x, y, z) et, d'autre part, quant aux variables (x, y, z, ct) montre que la proposition annoncée est bien exacte, en raison des propriétés générales des fonctions harmoniques.

Au contraire, le champ Hertzien $\mathcal{H}$ ne présente pas nécessairement des singularités.

IV. Système dégénéré.

Si, dans un certain intervalle de temps, l'Ampérien est partout régulier, la dernière équation (qui est du second ordre en t) permet de calculer, à partir des conditions initiales $(\mathcal{A})_0$ et $\left(\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t}\right)_0$, non seulement $\Delta \mathcal{A}$, mais $\mathcal{A}$ lui-même.

Il en résulte que pendant cet intervalle de temps, l'Ampérien évolue indépendamment du reste. Les équations (I) (qui sont li-

néaires) se décomposent donc en deux systèmes distincts, le champ voltaïque $\mathcal{E}$ se présentant comme la somme de deux champs partiels. Le premier (où l'on suppose $\mathcal{A} = 0$) est évidemment un système maxwellien ordinaire. Le second (où l'on fait $\mathcal{H} = 0$) est ce que j'ai appelé le système *préquantique*, qui se déduit de (I) en tenant compte du fait que toutes les grandeurs y sont régulières :

Le système (I) est donc un *système dégénéré*; il peut s'écrire

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathcal{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathcal{E} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathcal{H} + \operatorname{grad} \mathcal{A} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}.\end{aligned}$$

Le système dégénéré a ceci de particulier, qu'il permet de calculer entièrement l'évolution du champ voltaïque $\mathcal{E}$, à partir des données initiales $(\mathcal{E})_0$ et $\left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}\right)_0$, jusqu'au moment où l'Ampérien cesse d'être régulier. On peut aussi calculer $\mathcal{H}$ et $\mathcal{A}$, à tout instant.

On trouve aussi les expressions des quantités de mouvement, des moments cinétiques et de l'énergie. Je me bornerai à donner cette dernière expression. C'est :

$$W = \int \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{H}^2 - \mathcal{A}^2}{8\pi} d\tau.$$

Elle reste constante (à condition que l'intégrale soit convergente).

Si le système comprend une seule charge ponctuelle, e , immobile, on trouve aussi que le travail élémentaire des actions électrostatiques émanant de e a pour valeur :

$$e\mathcal{A}dt$$

$\mathcal{A}$ étant la valeur de l'Ampérien au point occupé par la charge.

On voit que la suppression de l'Ampérien, suivant la théorie de MAXWELL-LORENTZ, simplifie notablement les formules de l'Energétique. Mais une telle simplification est-elle bien légitime ?

V. La Condition Complémentaire.

C'est là tout le problème de la *condition complémentaire* de MAXWELL, condition qui s'écrirait justement, avec les notations utilisées ici :

$$\mathcal{A} = 0.$$

A vrai dire les nécessités de l'énergétique n'exigent point une restriction aussi sévère. Pour que le travail élémentaire de l'action électrostatique conserve un sens il suffit que $\mathcal{A}$ soit bien déterminé sur les charges elles-mêmes. Autrement dit, les points singulier de la fonction $\mathcal{A}$ doivent être, quand ils existent, *obligatoirement distincts des charges elles-mêmes*. Ils sont ce que j'ai nommé des *singularités libres*.

L'apparition de ces singularités libres est, je puis dire, le caractère vraiment original de la théorie de l'Ampérien. L'Electrodynamique ancienne ne soupçonnait pas leur existence. Nous allons voir qu'elle donnent vraisemblablement la clé du mystère de la dynamique moléculaire.

VI. Matière et Lumière.

Le premier paradoxe que la théorie de l'Ampérien permet de lever est celui de la stabilité de la matière, c'est à dire l'existence de mouvements périodiques sans rayonnement.

Posons (en appelant v_i la vitesse d'une singularité libre, et ϵ_i un coefficient caractéristique de cette singularité):

$$\begin{aligned}\mathcal{E} &= \text{grad} \sum \frac{\epsilon_i}{r_i} + \mathcal{E}' \\ \mathcal{H} &= \sum \frac{\epsilon_i}{2c} \left(v_i \wedge \text{grad} \frac{1}{r_i} \right) + \mathcal{H}' \\ \mathcal{A} &= \sum \frac{\epsilon_i}{2c} \left(v_i \times \text{grad} \frac{1}{r_i} \right) = \frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t} \sum \frac{\epsilon_i}{r_i}.\end{aligned}$$

En portant dans (I), il vient, toutes réductions faites:

$$\begin{aligned}\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right\} \mathcal{E}' &= \frac{2}{c} \text{rot} \frac{\partial \mathcal{H}'}{\partial t} \\ \left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right\} \mathcal{E}' &= 0.\end{aligned}$$

Ce sont les équations microscopiques de LORENTZ que l'on résout en considérant les coefficients ($-\epsilon_i$) comme des véritables charges. En disposant convenablement du mouvement de ces singularités, on peut faire disparaître, à grande distance, tous les termes en $\frac{1}{r}$ dans $\mathcal{E}'$ et, par conséquent, dans $\mathcal{E}$. Le rayonnement se trouve ainsi éliminé.

Il semble ainsi que le groupe de LORENTZ (et corrélativement la contraction des corps en mouvement) doive se manifester dans le cas de matière en régime stationnaire.

L'équation des ondes régit alors le phénomène, car on a :

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right\} \left(\mathcal{E} - \text{grad} \sum \frac{\varepsilon_i}{r_i} \right) = 0.$$

Il ne faudra donc pas s'étonner de retrouver, dans tous les systèmes en régime stationnaire, des résultats en harmonie avec les données classiques.

Notons, en passant, que la valeur moyenne de l'Ampérien, en un point donné, est nécessairement nulle dans tous ces phénomènes. Il n'en est pas le même pour le champ Hertzien; aussi les phénomènes magnétiques ont-ils pu être directement révélés par l'expérience.

On arrive, en définitive, à cette conception, que la molécule contient, indépendamment de ses électrons proprement dits, une foule de cases vides, et que son modèle doit être sensiblement plus complexe ⁽¹⁾ que celui qu'à proposé BOHR.

Voyons maintenant comment peut se produire le rayonnement. A cet effet, observons que les équations (I) possèdent une solution remarquable, à laquelle j'ai donné le nom d'*Oscillateur pur*.

Elles sont, en effet, satisfaites si l'on pose :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\text{grad} \left(p \times \text{grad} \frac{1}{r} \right) \left[\left(1 + \frac{2\pi\nu r}{c} \right) e^{-\frac{2\pi\nu r}{c}} - 1 \right] \\ \mathcal{H} &= \frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t} \left(p \wedge \text{grad} \frac{1}{r} \right) \\ \mathcal{A} &= -\frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t} \left(p \times \text{grad} \frac{1}{r} \right) \left[2 \left(1 + \frac{2\pi\nu r}{c} \right) e^{-\frac{2\pi\nu r}{c}} - 1 \right], \end{aligned}$$

p désignant un vecteur oscillant :

$$p = p_0 \cos 2\pi\nu t.$$

J'ai pu montrer, en outre, en effectuant les quadratures dans tout l'espace, que l'énergie est finie, bien qu'il existe une singularité libre :

$$W = \frac{2}{3} \frac{\pi^2 \nu^3}{c^3} p_0^2.$$

La mécanique du rayonnement apparaît, dès lors, d'une manière tout à fait claire : lorsqu'une molécule change d'état, elle produit une certaine perturbation dans l'éther environnant. Lorsque la molécule elle-même est parvenue à son état final, la perturbation est devenue un oscillateur pur de fréquence ν .

⁽¹⁾ Cette particularité serait à rapprocher du Calcul des matrices.

Or, cet oscillateur est voisin de la molécule génératrice: il trouble son mouvement stationnaire, et fait reparaitre, dans le champ moléculaire, des termes en $\frac{1}{r}$ non compensés à grande distance. D'où un rayonnement dont la fréquence est précisément celle de l'oscillateur, et qui finit par amortir ce dernier, source véritable de la lumière.

Tel doit être le mécanisme d'émission des *ondes lumineuses*. Mais n'est-il pas possible, aussi, que la molécule se débarrasse en bloc, dans certains cas, de la perturbation qu'elle a produite, et la projette au loin? La recherche des solutions du système (I) correspondant à ce cas serait singulièrement facilitée si l'on pouvait être guidé par des données expérimentales qui font défaut jusqu'à présent.

Les formules ci-dessus écrites pour le champ de l'Oscillateur (les seules que j'aie pu entièrement calculer jusqu'ici) permettent d'opérer une vérification de principe très importante: celle de la conservation du moment cinétique au cours du phénomène complexe qui fait, en quelque sorte, surgir la lumière hors de la matière.

On peut, en effet, déterminer le moment cinétique de l'*Oscillateur tournant*, dont les formules seront celles que l'on trouve ci-dessus, mais en posant

$$p = p_0 \cos 2\pi vt + q_0 \sin 2\pi vt$$

p_0 et q_0 étant deux vecteurs fixes, rectangulaires et égaux.

L'énergie W est alors

$$W = \frac{2}{3} \frac{\pi^2 \gamma^3}{c^3} (p_0^2 + q_0^2) = \frac{4}{3} \frac{\pi^2 \nu^3}{c^3} p^2.$$

Or, la quantité de mouvement élémentaire (telle qu'on la détermine directement dans le cas du système dégénéré) est

$$\frac{(\mathcal{E} \wedge \mathcal{H}) + \mathcal{E} \mathcal{A}}{4\pi c} d\tau$$

à condition que le champ $\mathcal{E}$ soit ou tout entier sans divergence ou tout entier sans tourbillon, comme c'est justement le cas pour l'oscillateur.

En prenant le moment résultant de tous ces vecteurs élémentaires par rapport à la libre singularité, on aura le moment cinétique M . Il se trouve que cette intégrale est absolument convergente et que l'on obtient ainsi, en valeur absolue

$$\int \text{mom.} \frac{(\mathcal{E} \wedge \mathcal{H})}{4\pi c} d\tau = \frac{2}{3} \frac{\pi^2 \nu^3}{c^3} p^2; \quad \int \text{mom.} \frac{\mathcal{E} \mathcal{A}}{4\pi c} d\tau = 0.$$

On a donc :

$$W = 2\pi\nu |M|.$$

C'est précisément ce qu'exigeait, d'après la théorie de BOHR, la loi de conservation du moment cinétique, car si la perte d'énergie d'un atome est $h\nu$, sa variation de moment cinétique doit être $\frac{h}{2\pi}$. C'est là une vérification remarquable.

VII. L'Ampérien et les Quanta.

J'ai dit tout à l'heure que l'évolution de la perturbation pouvait être entièrement calculée à partir des conditions initiales lorsque l'Ampérien est partout régulier dans l'espace, c'est à dire lorsque le système est dégénéré.

C'est le seul cas où il en soit ainsi. Dès qu'il existe des singularités libres, les équations (I) ne suffisent plus à déterminer entièrement le problème : d'autres conditions doivent être introduites. Quelle sont ces conditions ?

Ce sont précisément les lois de Quanta. Leur apparition est exactement corrélative de celle des singularités libres ; elles mettent en jeu un élément nouveau, la *constante de Planck*, h , dont je vais dire la signification.

Reportons-nous, pour cela, à la manière dont nous avons établi les équations (I), et voyons comment peut se présenter, selon la dynamique autonome, la formation d'une singularité. En ce point, les expressions $\mathcal{E}$, $\mathcal{K}$ et $\mathcal{A}$ doivent, théoriquement, devenir infinies. Mais ce n'est là qu'une indication analytique, nous avertissant, en quelque sorte, de ce que nos hypothèses ne sont plus entièrement valables en un tel point.

En effet, l'élément différentiel $dx dy dz$ ne satisfait plus à la restriction qu'on peut lui imposer partout où les fonctions sont continues : à savoir d'être grand, comparativement à l'intervalle des points constitutifs de l'éther. Les équations (I) ne représentent aucun phénomène *moyen* dès que l'on s'approche très près du point singulier.

Il faut donc, obligatoirement, faire intervenir les caractères autonomes du milieu, à l'entour de la singularité libre, et tenir compte de sa fine structure.

La constante de PLANCK est le premier élément par quoi se manifeste cette structure. Elle correspond à l'*élément d'action*, c'est

à dire à la valeur de l'intégrale

$$h = \int_t^{t+\theta} \Omega_1 dt$$

étendue seulement au plus petit *essaim symétrique* qui termine, en quelque sorte, la singularité, pendant le temps θ d'une évolution complète de cet essaim.

VIII. Nature de l'éther.

Nous allons obtenir ainsi une indication d'importance exceptionnelle, au sujet de la *nature* des points constitutifs de l'éther.

En effet, pour trouver une valeur numérique correcte de la constante h , — en admettant que la vitesse relative maxima de deux points quelconques est de l'ordre de C , — *il faut calculer Ω_1 comme s'il s'agissait d'un essaim d'électrons véritables*, c'est à dire, supposer que la valeur moyenne de Ω_1 est de l'ordre de grandeur de l'énergie potentielle de l'essaim d'électrons (au nombre de 18) qui donne le premier élément symétrique dans l'espace, avec des trajectoires entrelacées.

On trouve aussitôt un nombre de l'ordre de

$$7.10^{-27} \text{ C. G. S.}$$

alors que la valeur expérimentale de la constante de PLANCK est

$$h = 6,55.10^{-27} \text{ C. G. S.}$$

Il semble donc qu'il n'y ait pas de différence de nature entre les électrons proprement dits, et les points constitutifs de l'éther. Ces derniers, faisant partie d'un réseau uniforme et stable, ne peuvent plus s'écarter de leur position moyenne, et demeurent inaperçus. Les autres, qui sont *en excédent* du réseau, n'y peuvent trouver *aucune place fixe* (de même qu'on ne peut intercaler une maille supplémentaire dans une cotte des mailles). Leur position est *indifférente*, c'est à dire qu'ils sont *mobiles*.

Enfin, les noyaux atomiques eux-mêmes ne sont, vraisemblablement, que des systèmes quasi autonomes, plus ou moins complexes, *constitués de points identiques aux précédents*, mais formant un essaim stable de très petites dimensions, comparativement aux mailles du réseau.

Il y a lieu de supposer que, dans ces conditions, la clé du problème de la *constitution de la Matière* se trouve dans l'étude des

mouvements autonomes de systèmes de points *tous identiques entre eux*; c'est à dire, en définitive, dans les exigences, purement rationnelles, de la Cinématique appliquée aux figures de la géométrie euclidienne.

IX. Conclusion.

On me reprochera, peut-être, d'avoir traversé bien rapidement une foule de problèmes difficiles, mais le cadre de cet article ne comportait pas de plus grands développements. Ma préoccupation, d'ordre plus logique qu'expérimentale, a été de montrer, en quelques pages, combien il est probable que l'esprit peut se mouvoir jusqu'aux bornes les plus reculées des sciences physiques, dans un domaine d'un seul tenant, sans être contraint d'abandonner les principes classiques de la Géométrie.

Appendice.

Je crois simplifier la tâche du lecteur en lui permettant de classer, dans l'ordre chronologique, ces étranges considérations au milieu des doctrines en faveur.

J'ai exposé les principes de cette théorie devant la Société française de Physique dans la séance du 3 avril 1925, non sans avoir longtemps hésité à proposer ces vues au public. Cette communication a été publiée, la même année, dans la « Revue Générale de l'Electricité », et dans un opuscule intitulé « *Les nouveaux axiomes de l'Electronique* » ⁽¹⁾.

Un autre système (dont je vais dire la différence avec le mien) a été retrouvé ensuite, en 1927, par M. DE DONDER, avec qui j'ai échangé, à ce sujet, une Correspondance publiée dans la « Revue Générale de l'Electricité » ⁽²⁾.

Ce système d'équations est un système *relativiste*, que j'avais moi-même réfuté par avance, dans une note à l'Académie de Sciences,

(1) Cfr. A. BLANCHARD, Paris, 1925. On trouvera à la même librairie, un autre opuscule intitulé: *Quelques idées sur l'Electrodynamique*, 1927. (Préface de PAINLEVÉ), et une plaquette: *Comment aborder le problème de la Matière*, 1928.

(2) Je ne parle pas du système considéré par M. LOUIS DE BROGLIE (postérieurement à mes propres travaux). L'auteur n'a pas maintenu sa conception dans son nouvel ouvrage: *La Mécanique Ondulatoire*, Gauthier-Villars, Paris, 1928. On voit ici pourquoi cette tentative d'adaptation de ma théorie de l'Ampérien aux idées relativistes n'a pu réussir.

intitulée: « *Limite d'Application de la théorie du potentiel-vecteur* ». Le grand retard apporté à l'impression de cette Note dans les Comptes-Rendus (plus d'un an) a fait qu'aucun des auteurs Relativistes n'a pu s'y référer.

Voici, avec quelques détails, la critique que j'avais ainsi formulée en 1926 à l'encontre de cet emploi de l'Ampérien. Écrivons ce système relativiste, avec les notations que j'ai employées alors:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \mathcal{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \mathcal{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathcal{H} + \operatorname{grad} \mathcal{A} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t}.\end{aligned}$$

La seule différence avec le système dégénéré, rencontré dans le présent article, consiste dans le changement de signe de $\operatorname{div} \mathcal{E}$.

Je dis que ce système est nécessairement, dans tous les cas, un système également *dégénéré*. Pour cela, je vais d'abord montrer que l'Ampérien *ne peut pas y présenter de points singuliers*.

En effet, l'Ampérien (pour les raisons d'énergétique déjà exposées), doit être bien défini sur les charges elles-même. Reste à voir s'il peut présenter des singularités libres.

Cela n'est pas possible, car l'intégrale d'énergie, qui s'écrit maintenant

$$W = \int \frac{\mathcal{E}^2 + \mathcal{H}^2 + \mathcal{A}^2}{8\pi} d\tau$$

ne se présente plus sous forme indéterminée, autour d'une singularité. Ses trois termes étant positifs, elle est nécessairement *infiniment grande* et positive, autour d'un point singulier.

Or, cet Ampérien, qui est, comme on voit, régulier dans tout l'espace, satisfait à la relation suivante, obtenue par élimination de $\mathcal{H}$ et de $\mathcal{G}$:

$$\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right\} \mathcal{A} = 0.$$

C'est l'équation des ondes, qui, appliquée à un scalaire continu et fini, entraîne nécessairement une propagation, vers l'infini, avec la vitesse de la lumière. L'Ampérien *s'annule donc promptement*, et il ne reste plus qu'un système Maxwellien ordinaire. Autant dire que cette généralisation des équations de Maxwell est parfaitement illusoire.

En résumé, ce système relativiste, ne laissant place à aucune indétermination pour l'évolution du phénomène, ne permet pas l'introduction des lois de Quanta. Il ne permet, pas davantage, d'interpréter la stabilité de la matière, ni l'émission d'onde sinusoidale, par l'oscillateur pur excitant les molécules. Il reste, enfin, muet sur la signification de la constante de PLANCK.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

LUIGI BIANCHI in Pisa - SALVATORE PINCHERLE in Bologna

TULLIO LEVI-CIVITA in Roma - FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

CASA EDITRICE NICOLA ZANICHELLI — BOLOGNA

"SCIENTIA" RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — «SCIENTIA» pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di «SCIENTIA», Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 180 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE

GIUGNO 1928

ANNO V - N. 6

IL
OCT 12 1928
NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATA IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

G. VALLE: *Diagramma teorico delle fasi stazionarie e transitorie della scarica elettrica nei gas.* — A. ROSTAGNI: *Su la deformazione di un campo di corrente in un suolo omogeneo provocata da una sfera di diversa conduttività.* — A. MAZZARI: *L'effetto di Hall in campi magnetici molto intensi.* — N. CARRARA: *Sopra i miscugli gassosi.* — I. RANZI: *Attinometro totalizzatore con cellula fotoelettrica.* — RIVISTA: E. PERSICO: *Recenti punti di vista sui fondamenti della fisica.* — I. RANZI: *Una priorità italiana: l'Attinometro a distillazione del Bellani.*



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCIANTI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

DIAGRAMMA TEORICO DELLE FASI STAZIONARIE E TRANSITORIE DELLA SCARICA ELETTRICA NEI GAS

Nota del Prof. GIORGIO VALLE

Sunto. — *La molteplicità delle forme o fasi, che presenta il passaggio dell'elettricità nei gas, impone il problema della naturale successione di queste fasi nei processi transitori, quali p. e. l'accensione, l'estinzione, la scintilla, ecc. Il diagramma illustrato e discusso in questa nota con riferimento alle più recenti esperienze e teorie, costituisce un primo tentativo di rappresentazione sintetica completa delle fasi della scarica elettrica e della loro successione nei processi transitori, bruschi o a regime comunque variabile.*

Forma oggetto della presente nota un diagramma da me ideato per riassumere i caratteri propri e quelli genetici delle varie forme delle scariche elettriche indipendenti (sia stazionarie, sia, principalmente, transitorie), che possono d'ordinario presentarsi in un gas; e ciò allo scopo di facilitare le ricerche destinate a raccogliere gli elementi sperimentali e teorici per un capitolo della fisica delle scariche elettriche, che a buon diritto potrebbe chiamarsi *dinamica*, in contrapposto a quello sinora più sviluppato, che si riferisce alla *statica*, cioè ai fenomeni stazionari. Un primo abbozzo del mio diagramma è stato reso noto recentemente dal SEELIGER ⁽¹⁾; ma io non ho ancora esposto i criteri, che mi furono di guida nella sua costruzione e che appunto tale rappresentazione grafica è destinata ad illustrare. A ciò deve servire la nota seguente.

Io considero che i caratteri della scarica elettrica spontanea in un gas, fissi restando gli elementi, che definiscono il tratto di scarica in quanto a elettrodi, ampolla, rarefazione e temperatura, e qualunque sia il processo in corso per le speciali condizioni d'alimentazione, dipendano, ad ogni istante, soltanto da due variabili: la *differenza di potenziale V fra gli elettrodi* e *l'intensità I della corrente*, che attraversa il gas nel momento considerato. Ogni processo, che si

(1) R. SEELIGER, « Einführung in die Physik der Gasentladungen », Lipsia, 1927, p. 114-115.

svolga nel tratto di scarica, è allora definito nel piano (I, V) da un arco AB di una linea $f(I, V) = 0$, lungo la quale si deve immaginare in moto il punto rappresentativo secondo la legge particolare imposta dall'*isteresi rapida* (elettrica) ⁽¹⁾, che si manifesta sempre al passaggio dell'elettricità attraverso i gas.

Come è noto, affinché si produca comunque in un gas una scarica indipendente, cioè atta a generare da sola i ioni, che occorrono al successivo suo sviluppo, è necessario che la differenza di potenziale fra gli elettrodi (*potenziale d'accensione*) consenta ai ioni positivi, accelerati dal campo, di agire col loro urto, sia liberando elettroni alla superficie del catodo, sia ionizzando il gas fra gli elettrodi. Gli elettroni saranno allora già in grado di ionizzare per urto nell'interno del gas, producendo alla lor volta nuovi ioni positivi ed elettroni. L'*accensione* è un fatto statistico e le sue leggi sono quelle della probabilità ⁽²⁾; si definisce perciò il *potenziale statico d'accensione* come quello, al quale l'accensione avviene dopo un tempo $\lim \Delta t = \infty$, a partire dall'istante, in cui tale potenziale è stato applicato. Sembra che in molti casi, a pressioni piuttosto elevate, il suo valore non dipenda sensibilmente dalla natura degli elettrodi ⁽³⁾; a basse pressioni ⁽⁴⁾, e specialmente nei gas nobili ⁽⁵⁾, l'influenza del catodo non si può mettere in dubbio; sicché in tal caso dei due processi, che concorrono a determinare l'accensione della scarica indipendente, e cioè la ionizzazione nell'interno del gas e l'estrazione di elettroni dal catodo, il secondo prevale sul primo ⁽⁶⁾.

Comunque, raggiunta l'accensione, questa condizione *non è sen-*

(1) G. VALLE, « Physik. Ztschr. », 27, 1926, p. 483. Non parlo dell'*isteresi lenta* (l. c., pag. 482), in gran parte dovuta a effetti termici (R. SEELIGER, « Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. », 20, 1924, p. 353), perchè è chiaro che la considerazione di tali effetti richiederebbe che si tenesse conto anche della *temperatura*, quale terza variabile, e il vantaggio della rappresentazione dei processi in un piano andrebbe con ciò perduto. D'altra parte i processi, che interessano maggiormente, sono quasi sempre così rapidi che gli effetti dell'*isteresi termica* si possono considerare, durante ciascun processo, senz'altro come trascurabili.

(2) R. SEELIGER, op. c., p. 67 e segg., letteratura a pag. 384, nota 1).

(3) W. O. SCHUMANN, « Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen », Berlino, 1923, p. 20. R. HOLM, « Physik Ztschr. », 25, 1924, p. 497; 26, 1925, p. 412; §§ 4, 15, 16.

(4) E. DUBOIS, « C. R. », 173, 1921, p. 224; « Ann. de Physique », 20, 1923, p. 153. R. BÄR, « Archives Genève », 7, 1925, p. 213.

(5) G. HOLST-E. OOSTERHUIS, « Physica », 1, 1921, p. 78; « C. R. », 175, 1922, p. 577.

(6) Che i ioni positivi di piccola velocità agiscano liberando elettroni dal catodo e in questo modo contribuiscano a mantenere la scarica indipendente, anche a pressioni elevate, risulta da un lavoro di W. MÜLLER, « Ztschr. f. Phys. », 48, 1928, p. 624. Il numero di elettroni liberati è stato determinato da F. M. PENNING, « Physica », 8, 1928, p. 13; « Proc. Akad. Amsterdam », 31.

z'altro *sufficiente*, perchè la scarica si sviluppi in seguito spontaneamente anche fino a uno stato di regime stazionario, cui corrispondano determinate coppie di valori costanti I e V e, rispettivamente, determinati aspetti caratteristici della scarica, che diremo forme o *fasi*. Di queste fasi stazionarie se ne conoscono attualmente con sicurezza tre: la *corrente di TOWNSEND* (T), la *scarica a bagliore* (G) e l'*arco* (A) ⁽¹⁾. Per ciascuna delle tre fasi elencate risulta definito nel piano (I , V) un tratto curvilineo continuo, ma limitato: $T_e G_i$, $G_e A_i$, A_e (Figura 1), che rappresenta la rispettiva *caratteristica statica* ⁽²⁾. Dei potenziali dei punti limiti, chiamo: $V(T_e)$, $V(G_e)$, $V(A_e)$, *potenziali statici di estinzione* della T , risp. della G e dell'arco A ; $V(G_i)$, $V(A_i)$, *potenziali statici iniziali* della G , risp. dell'arco A . Le stesse denominazioni valgono per le rispettive intensità di corrente ⁽³⁾. Si ha

(1) T , ad alto potenziale e debolissima corrente, con cariche spaziali piccole rispetto a quelle superficiali degli elettrodi e perciò con campo interno poco diverso da quello elettrostatico. La stazionarietà del fenomeno è resa possibile da un particolare equilibrio fra la ionizzazione per urto dei ioni positivi e degli elettroni nell'interno del gas (Teoria di TOWNSEND-SCHUMANN). G , a potenziale minore e intensità maggiore, con forti cariche spaziali e perciò con una distribuzione del campo ben differente da quella elettrostatica; specialmente al catodo, dove si manifesta la caratteristica caduta di potenziale catodica, che rende possibile la stazionarietà del fenomeno, anche a potenziale elettrostatico relativamente basso, in virtù dell'ingente quantità di elettroni, che i ioni positivi sono messi in grado di liberare alla superficie dell'elettrodo. A , a potenziale ancora minore e a grande intensità di corrente, diverso essenzialmente dalla G solo per i processi che si svolgono al catodo, in quanto risulta ridotta la caduta catodica e gli elettroni necessari a garantire la stazionarietà del fenomeno sono emessi direttamente dal catodo in virtù della sua elevata temperatura. Le fasi sono qui elencate nell'ordine dalla più *debole* alla più *forte* (G. VALLE, l. c., p. 476), e cioè secondo valori crescenti dalla *conducibilità* totale I/V . Cresce inoltre dall'una all'altra la *densità della corrente*; e appunto da ciò dipende la poca entità delle cariche spaziali nella T e la parte preponderante ch'esse assumono invece nelle altre fasi.

(2) Luogo dei punti cui corrisponde un passaggio stazionario dell'elettricità attraverso il gas nella fase considerata. La caratteristica statica può essere descritta perciò soltanto variando la I con estrema lentezza (G. VALLE, « Sitzungsber. Akad. Wien », (II^a), 127, 1918, p. 1339; « Nuovo Cimento », (VI), 18, 1919, p. 165). Che a ciascuna fase corrisponda poi un insieme continuo di stati diversi, tutti stazionari, cioè una caratteristica statica, è un dato dell'esperienza, e, per quanto riguarda la T , solo molto recente (R. SEELIGER-J. SCHMEKEL, « Physik. Ztschr. », 26, 1925, p. 471; F. PENNING, « Physik. Ztschr. », 27, 1926, p. 187). L'andamento delle caratteristiche statiche indicato nel diagramma è quello, che risulta ordinariamente dalle esperienze, in cui si tiene conto rigoroso dell'assoluta stazionarietà della corrente nel gas.

(3) La ragione delle denominazioni appare evidente quando si consideri un lentissimo processo, in cui la scarica si svolga successivamente, e sempre mantenendosi, in ciascuna fase, stazionaria, attraverso le fasi T , G ed A nel senso di corrente crescente, e poi in senso inverso dall'arco fino alla T .

pertanto, come risulta generalmente dalle esperienze:

$$V(G_e) < V(G_i); \quad V(A_e) < V(A_i)$$

e inversamente

$$I(G_e) > I(G_i); \quad I(A_e) > I(A_i);$$

non si verifica cioè, d'ordinario, un passaggio continuo da una fase all'altra attraverso stati stazionari; eventualità che del resto non si può escludere. Nei punti limiti l'equilibrio della rispettiva fase-

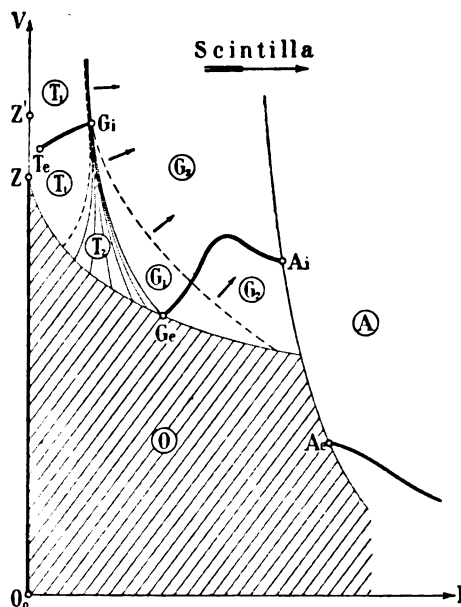


Fig. 1

cessa ad ogni modo di sussistere, per riprendere poi soltanto nella fase, che segue nell'ordine di intensità crescenti o che precede nell'ordine inverso. E ciò per cause inerenti al diverso meccanismo interno della scarica nelle sue varie fasi e non perchè venga a mancare l'azione stabilizzatrice elettrodinamica del sistema alimentatore, per quella fase che cessa ⁽¹⁾.

(1) Le considerazioni relative al problema della stabilità elettrodinamica, di cui si è occupato per primo W. KAUFMANN, « Ann. d. Phys. », 2, 1905, p. 158, e, recentemente, W. DÄLLENBACH, « Physik. Ztschr. », 27, 1926, p. 101 e 448, (cfr. anche R. BÄR, in « Handb. d. Physik v. Geiger u. Scheel », 14, 1927, v. 175-182) si possono applicare solo ai punti interni di una caratteristica statica. In determinate condizioni di alimentazione, gli stati relativi a un certo intervallo

Tutti gli altri punti del piano (I, V), che non si trovano sulle caratteristiche statiche, si riferiscono agli stati *transitori* della scarica, che si possono raggiungere soltanto nei processi sufficientemente rapidi; essi apparterranno ancora, in generale, all'una o all'altra delle fasi principali. Bisogna aggiungere ad ogni modo alle tre fasi già descritte ancora una nuova, che, in assenza di ionizzatori secondari, non può essere stazionaria e si manifesta particolarmente nei processi di estinzione, quando, cessata la ionizzazione per urto da parte dei ioni positivi, permangono ancora per breve tempo ⁽¹⁾ nel gas cariche spaziali e ioni, deformando il campo e conferendo al gas una certa conducibilità. Per questa fase della scarica, che diremo *oscura* (O) ⁽²⁾, non esiste di fatto, quando manchi un ionizzatore secondario, una caratteristica statica; come tale si può ad ogni modo considerare quel tratto dell'asse delle V , che va dall'origine O_0 al punto Z , e ciò perchè per potenziali elettrofici inferiori a $V(Z)$ (*potenziale statico d'accensione*) nessuna forma indipendente delle scarica luminosa può avere origine in un campo elettrostatico *puro*, e la corrente deve rimanere costantemente nulla ⁽³⁾.

Per un campo elettrostatico puro, a $V(Z)$ corrisponde, secondo la definizione, un *ritardo di scarica* $\lim \Delta t = \infty$, e appunto perciò il punto Z trova posto all'estremità di una caratteristica statica, lungo la quale le variazioni sono infinitamente lente. Il ritardo di scarica Δt sarà invece finito, e tanto minore, quanto più il potenziale applicato supererà $V(Z)$. Oppure, se V crescerà con una certa rapidità, l'inizio della scarica avverrà per un valore $V(Z') > V(Z)$, deter-

ella caratteristica statica sono elettrodinamicamente instabili, e si ha allora il passaggio brusco a un'altra fase, o un passaggio discontinuo periodico dell'elettricità, o anche l'estinzione, mentre con opportune variazioni nelle condizioni d'alimentazione gli stessi stati stazionari si possono stabilizzare. Ma è altresì possibile che stati stazionari instabili sussistano ancora, come forme *metastabili*, quando non sia verificata invece qualcuna delle condizioni, che rendono possibile la formazione del corrispondente fenomeno brusco o discontinuo.

(1) Probabilmente dell'ordine di 10^{-3} sec. (cfr. G. VALLE, « Physik. Ztschr. », 27, 1926, p. 486).

(2) Non è detto però che nel campo O sieno esclusi fenomeni luminosi, dovuti specialmente all'urto di elettroni; ciò dovrà avvenire in modo speciale, se agisce un ionizzatore secondario e la scarica è semi-indipendente. Ricordo a questo proposito i lavori di E. REICHE, « Ann. d. Phys. », 52, 1917, p. 109, e K. OELKERS, *ibid.*, 74, 1924, p. 703.

(3) Effettivamente esiste sempre nel gas un certo grado di ionizzazione dovuto se non altro alla radiazione penetrante; la OZ disterà perciò lievemente dall'asse delle V . Per non complicare però eccessivamente il diagramma generale, è bene di considerare praticamente come nulla la corrente prima dell'accensione statica.

minato dalla simultanea influenza della rapidità di variazione di V e della relazione che passa fra V a Δt . Quando invece l'inizio della scarica indipendente potrà verificarsi mentre ancora sussistono nel gas ioni da una scarica precedente, il ritardo di scarica sarà diminuito o annullato e, se le cariche spaziali residue basteranno a deformare sufficientemente il campo, lo stesso potenziale d'accensione risulterà ridotto sotto il valore $V(Z)$. Ciò avverrà particolarmente se, cessata una scarica a un potenziale inferiore a $V(Z)$, detto potenziale potrà poi crescere rapidamente fino a provocare una nuova accensione. Il potenziale della nuova accensione dipenderà allora dal tempo T trascorso dal momento dell'estinzione della scarica precedente. Se questo sarà sufficientemente lungo, l'accensione avverrà ancora, come in un campo elettrostatico, per valori $V(Z') > V(Z)$, crescenti con la velocità di variazione di V ; ma se T sarà piccolo, e cioè l'accennata velocità di variazione di V molto grande, si farà risentire l'effetto contrario, dovuto appunto alla brevità dell'intervallo di tempo T , e $V(Z')$ decrescerà, finchè, per una certa velocità di variazione di V , tornerà a coincidere con $V(Z)$. La scarica s'accenderà allora nel punto Z , come se il campo fosse ancora quello elettrostatico, ma anzichè con un ritardo $\lim \Delta t = \infty$, con un ritardo nullo, cioè immediatamente. Per valori di T ancora minori, l'accensione avverrà poi già a potenziali minori di $V(Z)$; la corrente all'accensione sarà in allora però superiore a quella minima relativa al punto Z e da noi supposta, per semplicità, eguale a 0. I punti d'accensione staranno di conseguenza su di una curva $Z G_c$ (curva critica). Il punto Z viene dunque a corrispondere nel diagramma, simultaneamente, a due modi diversi d'accensione della scarica, l'uno statico, per cui si deve attendere indefinitivamente prima che la scarica si inizi, l'altro dinamico, per cui la scarica si inizia nelle medesime condizioni, ma immediatamente. E perciò il punto Z si trova anche sulla curva critica ⁽¹⁾.

(1) Mi sembra che questa teoria sull'influenza dei vari fattori, che determinano l'accensione, meglio si accordi coll'interpretazione statistica di questo fenomeno, di quella che ho dato al § 9 del mio rapporto in « Physik. Ztschr. », 27, 1926. In quanto all'influenza delle cariche spaziali, che io considero facilitino l'accensione, devo notare che si tratta qui, in primo luogo, dell'accensione lungo la curva critica, alla quale accensione contribuiscono senza dubbio, e preponderantemente, gli elettroni liberati dal catodo, e ciò in tutti i gas. La formazione del campo facilita naturalmente questo fenomeno, mentre la presenza nel gas di ioni, dovuti a scariche precedenti, deve a sua volta diminuire il ritardo di scarica Δt . Se R. HOLM, in litt. 21 giugno 1926, considera che le cariche spaziali possono avere anche un'influenza contraria, tale influenza si riferisce però alla condizione di esistenza della fase stabile di Townsend, e spiega che la caratteristica statica della T sia ascendente; un'influenza dello stesso ge-

In corrispondenza alle quattro *fasi* diverse considerate, in quanto esse possono manifestarsi transitoriamente, il piano (V, I) deve risultare suddiviso in quattro campi: O, T, G, A (Fig. 1). Le curve limiti corrispondono al manifestarsi delle condizioni, che determinano il passaggio dall'una all'altra delle fasi contigue, e cioè: per la curva critica ZG_e , il subentrare o il cessare delle condizioni di esistenza della scarica indipendente; per la curva G_1G_e , il subentrare o il cessare di quella distribuzione particolare del campo deformato, per cui è resa possibile la formazione del doppio strato di ionizzazione catodico; per la curva A_1A_e , il subentrare o il cessare dell'emissione di termo-elettroni dal catodo. In ciascun campo trova posto la caratteristica statica della rispettiva fase.

In quanto ai *fenomeni luminosi*, che si presentano successivamente nei vari processi, in corrispondenza ai punti del diagramma percorsi, si deve tener conto che essi dipendono dalla forma e dalla posizione relativa degli elettrodi, cioè dalla distribuzione originaria del campo elettrostatico, e inoltre dalla pressione e dal gas. Fra elettrodi piani e paralleli, e a pressioni nè troppo elevate, nè troppo basse, il quadro dello sviluppo dei fenomeni luminosi nel corpo della scarica è, a mio modo di vedere, giusta le esperienze, il seguente: Nel campo T_1 , luminosità diffusa fra gli elettrodi dovuta alla ionizzazione da parte degli elettroni (nel Neon, sicuramente, *stratificata*, cosiddetti *strati negativi*, oppure *strati positivi*) ⁽¹⁾. Col prevalere delle scariche spaziali, per cui risulta indebolita la forza elettrica nella regione mediana del tratto di scarica in T_2 , uno *spazio oscuro* in corrispondenza a questa regione, di spessore crescente con la I , fino al passaggio nel campo G_1 (doppio strato di ionizzazione catodico, corpo della scarica oscuro) ⁽²⁾. In G_2 subentra poi la *colonna positiva*, crescente gradualmente dall'anodo coll'aumentare di I , fino ad occupare

nere potrebbe manifestarsi sul potenziale d'accensione, solo se l'accensione avvenisse staticamente o nella pura fase di Townsend, cioè senza il concorso di elettroni liberati dal catodo. Ma, a basse pressioni, ciò non dovrebbe mai verificarsi, come abbiamo già fatto rilevare. Nelle *riaccensioni* poi, che d'ordinario si osservano nei processi rapidi, l'influenza favorevole delle cariche spaziali risulta da tutte le esperienze; e corrispondentemente il DUBOIS, l. c., trova anche una dipendenza molto forte del potenziale di riaccensione dalle condizioni, in cui si trova la superficie del catodo. Veggasi anche J. TAYLOR, « Phil. Mag. », 3, 1927, p. 753.

⁽¹⁾ G. HOLST-E. OOSTERHUIS, « Physica », 1, 1921, p. 78; « Phil. Mag. », 76, 1923, 1117; F. PENNING, « Physik. Ztschr. », 27, 1926, p. 187.

⁽²⁾ G. VALLE, « Nuovo Cimento », (VI), 23, 1922, p. 343. Lo spazio oscuro e le sue variazioni di spessore si possono osservare agevolmente in qualunque gas; meno bene solo nel Neon, in quanto che si presentano simultaneamente le stratificazioni.

quasi tutto il corpo della scarica. E poi ancora il passaggio all'arco A , sulle cui varietà transitorie poco è ancora noto ⁽¹⁾.

Rimane così illustrata dal diagramma la successione degli stati diversi in un qualunque processo definito da una linea nel piano (I, V) (che sarà in generale data dall'esperienza). Ulteriori studi dovranno però specificare meglio l'andamento delle singole curve, che limitano i campi del diagramma.

Fra i processi rapidi, che il diagramma consente di precisare, merita speciale menzione la *scintilla*, che si può considerare come il brusco passaggio dalla fase di TOWNSEND (T_1) alla scarica a bagliore con colonna positiva (G_2) ⁽²⁾ e, più oltre ancora, fino all'arco nelle sue diverse varietà, passaggio che si risolve poi con l'estinzione nella fase O . Questa definizione vale per qualunque pressione. L'aspetto particolare della scintilla, che d'ordinario si presenta a pressioni elevate, è dovuto, secondo me, soprattutto all'enorme lunghezza che in tal caso presenta il tratto di scarica rispetto alla via media libera degli elettroni. Una porzione luminosa della colonna positiva abbandona allora l'anodo e procede con grande velocità verso il catodo ⁽³⁾. Io ho studiato in particolare questo fenomeno scendendo fino a pressioni intorno al mm. e ho trovato che, in condizioni opportune, il tratto luminoso in moto era *stratificato* ⁽⁴⁾. In condizioni diverse avevano già osservato delle *stratificazioni in moto* ASTON e KIKUCHI ⁽⁵⁾; alcune esperienze preliminari mi indussero però in allora a esprimere l'opinione che in tubi lunghi, e anche in condizioni del tutto stazionarie, la colonna positiva non potesse essere mai una formazione stabile, specialmente se stratificata. Quest'opinione è confermata dal WHIDDINGTON ⁽⁶⁾.

(1) Per le varietà stazionarie si confronti R. SCHMICK-R. SEELIGER, « Physik. Ztschr. », 29, 1928, p. 168.

(2) Alle scintille che non superano la fase G_2 dovrebbero appartenere quelle studiate da L. AMADUZZI sotto il nome di *scintille continue*, Bologna, 1919.

(3) Si tratta del secondo modo di accensione di una scarica elettrica, che R. HOLM, « Archiv. f. Elektr. », 18, 1927, p. 567, chiama *toepleriano*. Anziché di un particolare modo d'accensione io parlerei però piuttosto, in questo caso, d'un particolare tipo di *sviluppo* della scarica elettrica.

(4) G. VALLE, *Sulla relazione fra i vari fenomeni delle scariche elettriche, che si manifestano a differenti pressioni*, Trieste, 1922; « Nuovo Cimento » (Nuova serie), 1, 1924, p. 99.

(5) F. W. ASTON-T. KIKUCHI, « Proc. R. Soc. », 98, 1920, p. 50; T. KIKUCHI, « Proc. R. Soc. », 99, 1921, p. 257; C. SAMSON, « Ztschr. f. techn. Phys. », 6, 1925, p. 281.

(6) R. WHIDDINGTON, « Nature », 116, 1925, p. 506. Nuove esperienze sugli strati in un moto nell'argon descrive lo stesso autore in « Journ. Frakl. Inst. » 264, 1927, p. 707.

Il valore della *pressione* influirà poi, naturalmente, in modo molto notevole sull'estensione dei singoli campi del diagramma (I , V). Finchè le esperienze non abbiano chiarito meglio questa dipendenza, si può dire soltanto che, col crescere della pressione, s'avrà una maggior limitazione del campo G , a tutto vantaggio dei campi T ed A ⁽¹⁾. Infatti queste due ultime fasi sono d'ordinario le sole, che si presentano stazionariamente nei gas a pressioni elevate, mentre, a basse pressioni, è la scarica a bagliore la forma comunemente osservata. Raggiunta l'accensione in Z , si ha allora il passaggio subitaneo alla G , e solo eccezionalmente, quando l'alimentazione sia molto debole, quello alla T . Questa particolare posizione della fase T rispetto alle altre, a bassa pressione, mi sembra risulti molto chiara dal diagramma, in quanto la caratteristica statica della T si svolge sopra il punto Z . È ovvio poi che, se non si dispone di un potenziale, che superi $V(Z)$, l'accensione della G non sarà altrimenti possibile che provocando in altro modo una certa intensità di corrente nel gas, al fine di raggiungere un punto della caratteristica statica, cui corrisponda una coppia di valori (I , V) compatibile con le condizioni d'alimentazione.

Torino, Istituto di Fisica della R. Università, maggio 1928.

(¹) R. SEELIGER-J. SCHMEKEL, « Physik. Ztschr. », 26, 1925, p. 471.

SU LA DEFORMAZIONE DI UN CAMPO DI CORRENTE IN UN SUOLO OMOGENEO PROVOCATA DA UNA SFERA DI DIVERSA CONDUTTIVITÀ

Nota di ANTONIO ROSTAGNI

Sunto. — Si assegna una espressione generale della distribuzione di corrente generata da due elettrodi puntiformi in un suolo piano, indefinito, di conduttività uniforme, nel quale è contenuta una sfera di altra conduttività. Si studiano le perturbazioni nell'andamento delle linee di flusso alla superficie, dovute alla presenza della sfera, in vista della possibilità di individuare attraverso a quelle la posizione e il diametro della sfera stessa. Si considerano in particolare, a tale riguardo, alcuni luoghi di valori estremi delle perturbazioni.

Da vari autori ⁽¹⁾ è stata studiata per via teorica la perturbazione prodotta da una sfera di conduttività C , immersa in un suolo omogeneo di conduttività c , nella distribuzione delle linee di corrente nel suolo stesso, ammettendo che questa sia, in assenza della sfera, uniforme. Questa ipotesi implica che gli elettrodi, dai quali la corrente ha origine, si possano assimilare a piani paralleli infinitamente estesi, oppure, se puntiformi, si trovino a distanza infinita. Ciò limita, naturalmente, a priori, l'applicabilità dei risultati ai casi pratici legati alle ricerche minerarie. Qui è per l'appunto a distanza non grande da elettrodi di limitata estensione superficiale che si vuole effettuare il rilievo delle linee di corrente: precisamente là dove le premesse della teoria meno si approssimano alla realtà.

Ma è possibile risolvere direttamente il problema della influenza di una sfera sul campo di corrente generato da due elettrodi puntiformi. Consideriamo prima uno spazio indefinito. Siano E_1 , E_2 gli elettrodi, ρ_1 e ρ_2 le rispettive distanze da un punto P generico del campo, i e $-i$ le correnti totali uscenti da essi. Indichiamo inoltre

⁽¹⁾ J. KOENIGSBERGER, « Gerl. Beitr. z. Geoph. », 18, 115, 1927; K. SUNDBERG, H. LUNDBERG e J. ECKLUND, « Sveriges Geol. Unders. », 827, 15, 1925; M. MÜLLER, « Zs. f. Geoph. », 2, 288, 1926; J. N. HUMMEL, « Zs. f. Geoph. », 4, 22, 1928.

con ds l'elemento di superficie della sfera, con ρ la distanza di P da ds , con $\left(\frac{\partial}{\partial r}\right)_i$ la derivata rispetto alla distanza da O centro della sfera, calcolata sulla faccia interna di ds .

Si ha allora per il potenziale in P

$$(1) \quad U_P = \frac{i}{4\pi c} \left[\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right] - \frac{1}{4\pi} \left(\frac{C}{c} - 1 \right) \int \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_i \frac{ds}{\rho}$$

come si ricava facilmente, in base alle posizioni fatte, dalla teoria generale delle distribuzioni stazionarie di corrente ⁽¹⁾: l'espressione

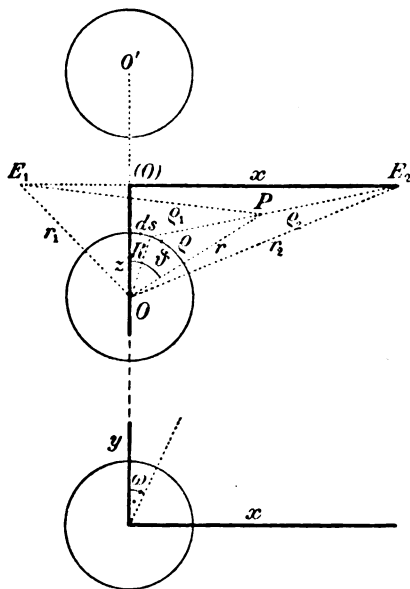


Fig. 1

vale qualunque sia la forma del corpo di conduttività C e di superficie $\mathfrak{s}$.

Poniamo

$$(2) \quad \frac{i}{4\pi c} \left[\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} \right] = V \quad U = -\varphi \quad \frac{1}{4\pi} \left(\frac{C}{c} - 1 \right) = x$$

$$(3) \quad \sum_i \int \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)_i \frac{ds}{\rho} = Q$$

(¹) V. p. es. RIEMANN-WEBER, *Partielle Differentialgleichungen*: in particolare i §§ 163 e 99 (della IV ediz.).

risulta dalla (1)

$$(4) \quad V + \varphi + Q = 0.$$

Le equazioni (3) e (4) coincidono con le equazioni generali della induzione magnetica, nella forma trattata dal NEUMANN ⁽¹⁾. È lecito quindi trasportare i risultati ivi ottenuti al nostro problema. In particolare il caso della sfera immersa in un campo qualunque ⁽²⁾.

Assumiamo come polo il centro O della sfera; l'asse polare ($\theta = 0$) verticale verso l'alto; il piano $\omega = 0$ normale alla congiungente gli elettrodi; le ω crescenti in senso concorde alle lancette dell'orologio per un osservatore disposto secondo l'asse polare.

Siano $(r_1, \theta_1, \omega_1)$; $(r_2, \theta_2, \omega_2)$; (r, θ, ω) le coordinate rispettive di E_1 , E_2 e P . Inoltre

$$V = V_0 + V_1 + V_2 + \dots$$

dove le V_n rappresentano funzioni sferiche di ordine n . Allora, se R è il raggio della sfera, si ricava dai risultati del NEUMANN, in base alle posizioni fatte, per i punti esterni alla sfera:

$$(5) \quad Q = -\left(\frac{C}{c} - 1\right) R^2 \left\{ \frac{R}{r^2} \frac{\left(\frac{\partial V_1}{\partial r}\right)_{r=R}}{\frac{C}{c} + 2} + \frac{R^2}{r^3} \frac{\left(\frac{\partial V_2}{\partial r}\right)_{r=R}}{2 \frac{C}{c} + 3} + \dots + \right. \\ \left. + \frac{R^n}{r^{n+1}} \frac{\left(\frac{\partial V_n}{\partial r}\right)_{r=R}}{n \frac{C}{c} + n + 1} \right\}$$

dove

$$\left(\frac{\partial V_n}{\partial r}\right)_{r=R} = \frac{i}{4\pi c} n R^{n-1} \left[\frac{P_n(\cos \gamma_1)}{r_1^{n+1}} - \frac{P_n(\cos \gamma_2)}{r_2^{n+1}} \right]$$

essendo le $P_n(\cos \gamma)$ le funzioni sferiche di LAPLACE; e γ_1 e γ_2 gli angoli formati da r con r_1 e r_2 .

Lo sviluppo converge rapidamente, come è facile verificare, se appena i rapporti $\frac{r}{R}$, $\frac{r_1}{R}$, $\frac{r_2}{R}$, raggiungono valori di qualche unità. È quindi lecito in un primo calcolo limitare la considerazione al primo termine.

La soluzione indicata vale in uno spazio indefinito. La presenza di una superficie limite, come sarebbe nel nostro caso la superficie

⁽¹⁾ Cfr. F. NEUMANN, *Theorie des Magnetismus*, 1881.

⁽²⁾ F. NEUMANN, l. c., §§ 30 e 31.

del suolo, implica ulteriori considerazioni, sviluppate dal KOENIGSBERGER e da altri in casi analoghi ⁽¹⁾. Si immagina l'intero spazio effettivamente occupato da un mezzo omogeneo avente la conduttività del terreno. Soltanto, accanto alla sfera reale di centro O occorre considerarne un'altra, di centro O' simmetrica della prima rispetto al piano del suolo, sul quale dovranno stare gli elettrodi. Il piano del suolo diventa un piano di linee di corrente ⁽²⁾: secondo esso si può quindi spezzare il sistema senza che la distribuzione venga alterata, in base a proprietà ben note dei campi a potenziale.

La seconda sfera dà luogo, rispetto ad un sistema di riferimento simmetrico del precedente, ad uno sviluppo Q' di forma identica a quello riportato per Q . Naturalmente con ciò si trascura l'azione mutua delle due sfere; nè sarebbe difficile tenerne conto, ma non occorre per l'approssimazione che ci preme raggiungere. Si ha quindi, in definitiva, per il potenziale in P l'espressione

$$U = V + Q + Q'$$

che sul piano di simmetria si trasforma in

$$(6) \quad U = V + 2Q$$

Assumiamo ora un sistema di riferimento cartesiano, avente l'origine (O) nella proiezione comune dei centri delle sfere sulla superficie del suolo, l'asse z verticale verso il basso, l'asse y secondo la traccia del piano $\omega=0$, l'asse x normale dalla parte delle ω crescenti. Siano $(X_1, Y, 0)$, $(X_2, Y, 0)$ le coordinate degli elettrodi, $(0, 0, Z)$ quelle del centro della sfera.

L'espressione di U in un punto qualunque della superficie del suolo risulta, limitato lo sviluppo di Q al primo termine

$$(7) \quad U = V + 2Q_1 = \frac{i}{4\pi c} \left\{ \left[\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right] - 2\lambda \frac{R^2}{r^2} \left[\frac{\cos \gamma_1}{r_1^2} - \frac{\cos \gamma_2}{r_2^2} \right] \right\} = \\ = \mu \left\{ \left[\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right] - 2\lambda \frac{R^2}{r^2} \left[\frac{\Phi_1}{r_1^3} - \frac{\Phi_2}{r_2^3} \right] \right\}$$

dove

$$\rho_1^2 = (x - X_1)^2 + (y - Y)^2, \quad \rho_2^2 = (x - X_2)^2 + (y - Y)^2, \quad \lambda = \frac{C - c}{C + 2c}, \\ r^2 = x^2 + y^2 + Z^2, \quad r_1^2 = X_1^2 + Y^2 + Z^2, \quad r_2^2 = X_2^2 + Y^2 + Z^2, \\ \cos \gamma_1 = \frac{Z^2 + Yy + X_1x}{rr_1} = \frac{\Phi_1(x, y)}{rr_1}, \quad \cos \gamma_2 = \frac{Z^2 + Yy + X_2x}{rr_2} = \frac{\Phi_2(x, y)}{rr_2}.$$

⁽¹⁾ KOENIGSBERGER, l. c.; A. PETROWSKY, « Phil. Mag. », 5, 334, 1928.

⁽²⁾ Cfr. i lavori citati. Questo mostrano ovvie considerazioni fondate sulla simmetria; e si può verificare calcolando la derivata normale a codesto piano della nuova espressione di U : derivata che sul piano risulta appunto nulla.

Se gli elettrodi hanno forma emisferica di raggio a e si ammette che la resistenza complessiva non sia alterata sensibilmente dalla presenza della sfera del sottosuolo, si ha pure, esplicitando la differenza di potenziale applicata $V_1 - V_2$:

$$(8) \quad U = \frac{a}{4} [V_1 - V_2] \left\{ \left[\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} \right] - 2\lambda \frac{R^2}{r^3} \left[\frac{\Phi_1}{r_1^3} - \frac{\Phi_2}{r_2^3} \right] \right\}$$

Il campo di variabilità del coefficiente λ è compreso fra $-\frac{1}{2}$ (per $\frac{C}{c}=0$) e $+1$ (per $\frac{C}{c}=\infty$) e si trova già vicino ai suoi valori limiti rispettivamente per $\frac{C}{c}=0,1$ oppure $=10$, di modo che un ulteriore aumento di questi rapporti poco può influire sul risultato. La espressione di λ qui assegnata è del resto identica a quella calcolata dal MAXWELL per la sfera nel campo uniforme: qui valgono quindi appieno le obiezioni fatte da GIBSONE e da KOENIGSBERGER, che su la formula di MAXWELL si basavano, alla affermazione di AMBRONN della necessità che un giacimento nel sottosuolo sia almeno mille volte più, ovvero meno, conduttivo del mezzo circostante affinché la sua presenza diventi rilevabile alla superficie per questa via ⁽¹⁾.

La (8) mette in rilievo la indipendenza del risultato dalla unità di lunghezza, controllando così la validità della legge di similitudine geometrica.

Dalla (7) si deducono le componenti della intensità del campo secondo gli assi nelle espressioni

$$(9) \quad \begin{aligned} \frac{1}{\mu} I_x &= -\frac{4\pi c}{i} \frac{\partial U}{\partial x} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{2}{\mu} \frac{\partial Q_1}{\partial x} = \\ &= \left\{ \frac{x - X_1}{\rho_1^3} - \frac{x - X_2}{\rho_2^3} \right\} - 2\lambda \frac{R^2}{r^3} \left\{ \frac{3x}{r^3} \left[\frac{\Phi_1}{r_1^3} - \frac{\Phi_2}{r_2^3} \right] - \left[\frac{X_1}{r_1^3} - \frac{X_2}{r_2^3} \right] \right\} \\ \frac{1}{\mu} I_y &= -\frac{4\pi c}{i} \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial V}{\partial y} - \frac{2}{\mu} \frac{\partial Q_1}{\partial y} = \\ &= (y - Y) \left\{ \frac{1}{\rho_1^3} - \frac{1}{\rho_2^3} \right\} - 2\lambda \frac{R^2}{r^3} \left\{ \frac{3y}{r^3} \left[\frac{\Phi_1}{r_1^3} - \frac{\Phi_2}{r_2^3} \right] - Y \left[\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right] \right\} \end{aligned}$$

dove al solito il primo gruppo di termini $\left(-\frac{1}{\mu} \frac{\partial V}{\partial x}; -\frac{1}{\mu} \frac{\partial V}{\partial y} \right)$ rappresenta il valore in assenza della sfera, il secondo $\left(-\frac{2}{\mu} \frac{\partial Q_1}{\partial x}; -\frac{2}{\mu} \frac{\partial Q_1}{\partial y} \right)$ la perturbazione prodotta da questa.

⁽¹⁾ GIBSONE, « Zs. f. Geoph. », 8, 238, 1927; KOENIGSBERGER, l. c.; AMBRONN, « Zs. f. Geoph. », 8, 68, 1927 e altrove.

Risulta chiaramente dalla espressione analitica, sia di Q che delle sue derivate, che l'entità della perturbazione decresce rapidamente se ci si allontana dalla sfera: per modo che si avrà sulla superficie del suolo una regione limitata entro la quale soltanto la perturbazione è sensibile alla nostra misura.

Supponiamo ora che con metodi opportuni si rilevi l'andamento del potenziale e delle componenti della intensità del campo, per esempio lungo un sistema di rette parallele all'asse x . Sino a che si rimane al di fuori di detta regione i diagrammi ottenuti si sovrapporranno a quelli tracciati a priori nell'ipotesi di un suolo omogeneo. Soltanto quando sia oltrepassato il contorno di quella si verrà delineando lo scarto, che passerà via via per valori massimi e minimi, variando secondo le leggi contenute nelle equazioni sopra assegnate: con particolarità notevolmente diverse a seconda delle posizioni della sfera rispetto agli elettrodi e a seconda della retta lungo la quale si misura: come appare dagli esempi riportati in *Appendice*.

È evidente che la presenza della sfera risulterà per questa via tanto più sensibile a noi quanto maggiore sarà il rapporto fra lo scarto massimo relativo a una componente della intensità del campo e il valore assoluto corrispondente della componente stessa, cioè $2 \frac{\partial Q_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial U}{\partial x}$ e $2 \frac{\partial Q_1}{\partial y} \cdot \frac{\partial U}{\partial y}$: anzi questo potrà assumersi appunto a criterio di sensibilità della ricerca.

Non altrettanto ovvio si presenta un criterio di sensibilità riferito al potenziale: perchè per questo sussiste l'arbitrio del valore iniziale. Mi pare tuttavia che una semplice considerazione possa servire di guida: perchè abbia senso parlare di scarto del potenziale da un valore assegnato, bisognerà che entrambi i valori siano riferiti al potenziale di un medesimo punto non perturbato. Sia allora $U_0 = V_0$ il potenziale di un punto del contorno della regione perturbata: potremo assumere a criterio di sensibilità il valore massimo del rapporto $\frac{U - V}{U - U_0} = \frac{2Q}{U - U_0}$, quando questo rapporto sia calcolato per tutti i punti di detta regione. Nota caso per caso la sensibilità obiettiva di misura si potrà col calcolo stabilire, per esempio, sino a qual profondità e per quali dimensioni ancora si possa rivelare la presenza di una sfera nel sottosuolo ⁽¹⁾.

Verificata una volta la esistenza della sfera si presenta il problema di individuarne la posizione. A questo può servire la conside-

⁽¹⁾ Per altre considerazioni su questo argomento cfr. KOENIGSBERGER, l. c., e HUMMEL, l. c.

razione di certi luoghi di perturbazione nulla del potenziale ($Q = 0$) e delle derivate (rispettivamente $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$; $\frac{\partial Q}{\partial y} = 0$: massimi parziali di Q lungo rette parallele agli assi): linee che tagliano la regione perturbata e le cui equazioni si ricavano dalle espressioni sopra riportate.

Posto

$$A = \left[\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right] : \left[\frac{X_1}{r_1^3} - \frac{X_2}{r_2^3} \right]$$

si avrà in generale $Q = 0$ sulla retta

$$(10) \quad x + A(Yy + Z^2) = 0$$

$\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ e $\frac{\partial Q}{\partial y} = 0$ rispettivamente sulle iperbole

$$(11) \quad \begin{aligned} 3Ax(Yy + Z^2) + 3x^2 - (x^2 + y^2 + Z^2) &= 0 \\ 3Ay(Yy + Z^2) + 3xy - AY(x^2 + y^2 + Z^2) &= 0. \end{aligned}$$

La conoscenza di questi luoghi fornirà condizioni sovrabbondanti per la determinazione di Z^2 , Y e, attraverso A , di X_1 e X_2 , nota $X_2 - X_1$ distanza degli elettrodi. Saranno

$$f_1(\xi, \eta) = 0 \quad f_2(\xi, \eta) = 0 \quad f_3(\xi, \eta) = 0$$

le equazioni dei luoghi considerati rispetto ad un'origine fissata ad arbitrio ed assi paralleli ad x e y . La trasformazione

$$\xi = a + x \quad \eta = b + y$$

dove a e b sono le coordinate ignote del centro della sfera rispetto al sistema considerato, e la successiva identificazione dei coefficienti, fornirà gli elementi per la soluzione generale.

Da notare il fatto che le curve considerate non dipendono dalle dimensioni della sfera, ma esclusivamente dalla situazione del centro rispetto agli elettrodi.

Se la sfera viene a trovarsi su uno dei piani di simmetria del sistema — il che si potrà sempre realizzare con una opportuna orientazione della linea degli elettrodi — si hanno immediatamente espressioni esplicite semplici.

Sia $X_1 = -X_2$; cioè il centro stia sul piano mediano degli elettrodi. Allora $A = 0$. Sarà $Q = 0$ sulla $x = 0$. La profondità è data da

$$(12) \quad Z^2 = 2x_1^2$$

dove $\pm x_1$, è l'ascissa dei punti ove l'alterazione del potenziale è massima, situati sulla $y = 0$.

Sia invece $Y = 0$, cioè il centro sia nel piano verticale per gli elettrodi. I punti di perturbazione massima di U si trovano sulla retta degli elettrodi ($y = 0$). Siano x_1 e x_2 le loro ascisse, radici della prima delle (11) ove sia posto $Y = y = 0$: si ha senz'altro

$$(13) \quad Z^2 = -2x_1x_2$$

Ma x_1 e x_2 sono determinate dalle relazioni

$$(14) \quad x_1 + x_2 = \frac{3}{2}x_0, \quad x_2 - x_1 = l, \quad x_0 - x_1 = m$$

dove x_0 è l'ascissa dei punti di potenziale non perturbato, radice della (10); l ed m sono lunghezze misurabili direttamente.

In entrambi i casi considerati la iperbole $\frac{\partial Q}{\partial y} = 0$ è degenerata in una coppia di rette delle quali una è la $y = 0$; l'altra rispettivamente la $x = 0$ e la $x = -AZ^2$; mentre la $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ assume per asse reale l'asse x , con centro la prima volta nell'origine, l'altra nel punto di ascissa $-\frac{3}{4}AZ^2$.

Note le costanti di posizione si ricaverebbe subito il raggio R dalla (7) o dalle (9).

A titolo di conclusione: questo genere di ricerche teoriche, se non potrà fornire al pratico i diagrammi che gli permettano direttamente la identificazione di un giacimento qualunque, perchè la complessità delle forme naturali sfugge alle nostre sintesi: è certamente fecondo di indicazioni preziose sulle condizioni più favorevoli di osservazione, sulla sensibilità dei diversi dispositivi, sul grado di determinazione dei vari problemi; e, soprattutto, ha il compito essenziale di provvedere alla nostra intuizione i modelli più semplici dei fenomeni. Io credo rivesta un interesse attuale oggi che in Italia pure prendono piede i metodi geofisici nel campo delle ricerche minerarie.

Torino, Istituto fisico della R. Università, marzo 1928.

APPENDICE

I diagrammi si riferiscono ad una sfera infinitamente più conduttiva del mezzo in cui è immersa, per modo che $\lambda = 1$. Come già si è notato, i risultati cambiano di poco se anche il rapporto $\frac{C}{c}$ scende sin

verso 10: mentre si ha un cambiamento di segno e riduzione a metà del valore assoluto dei termini di perturbazione se la sfera diventi isolante, cioè $\frac{C}{c} = 0$. Si è assunta per il calcolo la distanza degli elettrodi $X_2 - X_1$ eguale a 100, il raggio R della sfera eguale a 20, la profondità Z eguale a 50. Data l'indipendenza dei risultati dall'unità di lunghezza, essi varranno sempre che siano conservati questi rapporti.

Il lato dei quadretti è posto sempre eguale a 25.

Il diagramma I riguarda il caso $Y = 100$, $X = -50$, $X_2 = 50$: il centro della sfera si trova nel piano mediano degli elettrodi. Sull'asse delle ascisse sono riportate le distanze misurate sul terreno lungo rette $y = \text{cost.}$; le ordinate delle curve a tratto continuo rappresentano i valori corrispondenti di I_x , in assenza della sfera, avendo posto convenzionalmente $\mu = 10^6$ nella (9). L'andamento perturbato per effetto della sfera è rappresentato dalle curve a tratto interrotto. Le curve punteggiate rappresentano lo scarto fra le precedenti ingrandito cinque volte.

Per il diagramma II si è supposto $Y = 0$, $X_1 = 200$, $X_2 = 300$: sono rappresentati fili andamenti normali e perturbati della U (posto $\mu = 10^6$) e della I_x ($\mu = 5 \cdot 10^6$) e, nelle curve punteggiate, gli scarti relativi, ingranditi dieci volte.

Per il diagramma III infine è $Y = 100$, $X_1 = 0$, $X_2 = 100$: sono rappresentati gli andamenti normali e perturbati della U ($\mu = 2 \cdot 10^6$), e delle I_x e I_y ; nelle curve punteggiate gli scarti sono ingranditi dieci volte.

Per questa medesima posizione della sfera si sono costruite (in IV) le iperbole sulle quali è rispettivamente $\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$ e $\frac{\partial Q}{\partial y} = 0$ e la retta $Q = 0$.

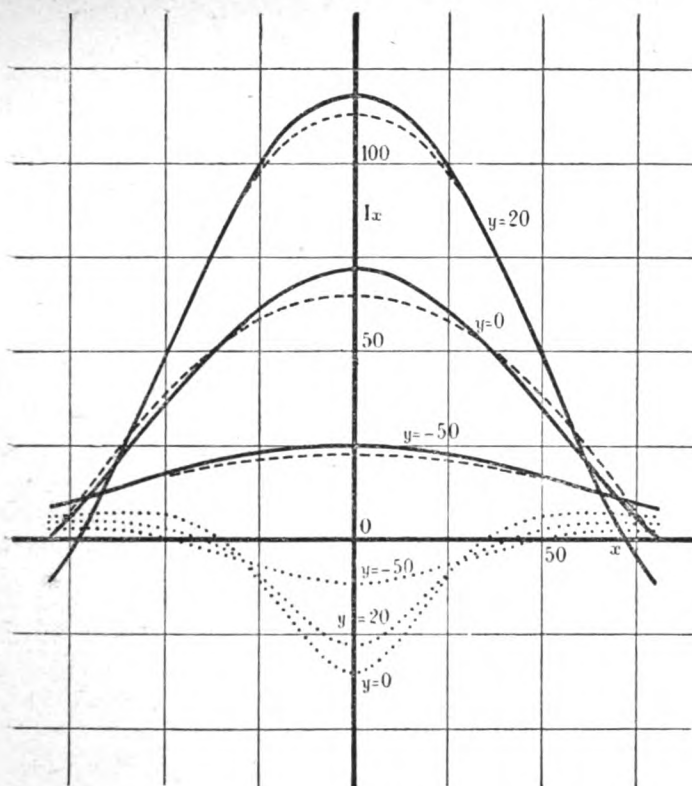


Diagramma I

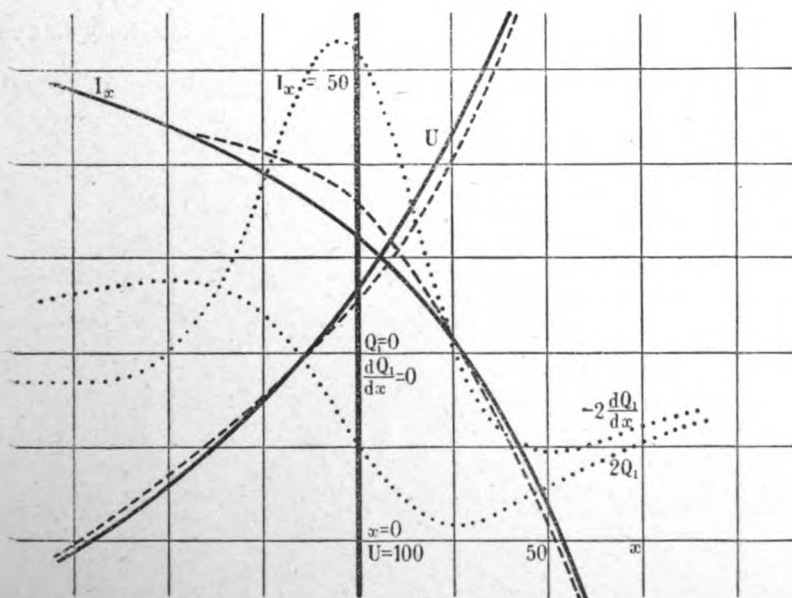


Diagramma II

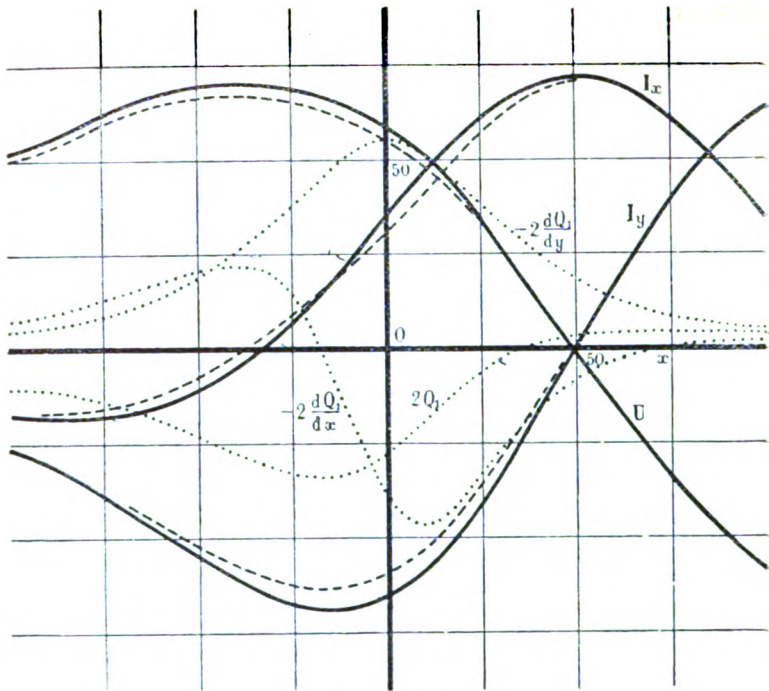


Diagramma III

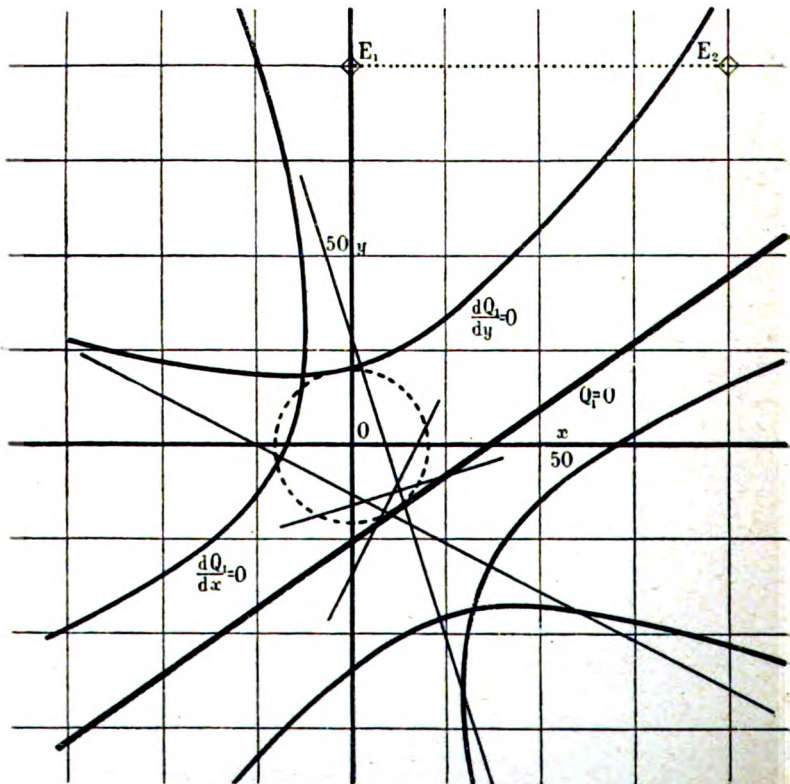


Diagramma IV

L'EFFETTO DI HALL IN CAMPI MAGNETICI MOLTO INTENSI

Nota del Dott. ALESSANDRO MAZZARI

Sunto. - *Si premettono alcune osservazioni sulle equazioni rappresentative dei fenomeni elettrodinamici di 2^a specie mostrando che, quando si voglia limitare la teoria a stabilire solamente le leggi dei fenomeni prescindendo da qualunque ipotesi sul meccanismo intrinseco della corrente elettrica nei metalli, sia possibile giungere a tali equazioni con semplici considerazioni di ragione sufficiente e di simmetria.*

Si espongono quindi i metodi sperimentali adoperati per la misura del coefficiente di HALL nel bismuto in campi magnetici variabili da 11900 a 36500 gauss, e si indicano i risultati ottenuti i quali mostrano come il coefficiente prima decresca e quindi — per campi superiori a 29000 gauss — divenga sensibilmente costante.

Nella presente nota espongo i metodi sperimentali adoperati per lo studio dell'effetto di HALL in campi magnetici molto intensi e indico i risultati ottenuti con un campione di bismuto purissimo della Chemische Fabrik del dott. T. Schuchardt (Görlitz). La ricerca ha avuto principalmente lo scopo di osservare l'andamento del fenomeno per campi variabili da 11.900 a 36.500 gauss piuttosto che quello di determinare il valore assoluto del coefficiente di HALL, valore che — come è noto — può presentare qualche piccola differenza da una lamina all'altra anche nello stesso materiale ⁽¹⁾.

Alla relazione sulle esperienze fatte premetterò alcune osservazioni che credo non siano del tutto prive d'interesse.

Due generi o gradi di trattazione teorica sono possibili per questo e gli altri fenomeni elettrodinamici di seconda specie.

I. - Una teoria completa che ne deduca le leggi da ipotesi sul meccanismo intrinseco della conduzione nei metalli riconnettendo i coefficienti delle formule finali con le ipotetiche grandezze relative a quel meccanismo. Questo genere di teoria rende compiutamente

⁽¹⁾ Precedenti esperienze fatte sopra un campione del quale non era garantita la rigorosa purezza hanno dato per il coefficiente valori leggermenti minori di quelli che indicherò, ma lo stesso andamento.

conto dei fatti sperimentali solo quando si postuli l'esistenza di cariche mobili positive e negative.

Un saggio classico di tale teoria è stato dato dal prof. CORBINO in una sua memoria fondamentale ⁽¹⁾.

II. - Una teoria che si limiti a stabilire le leggi del fenomeno e a definire il significato fisico delle costanti fondandosi su leggi note e principî generali.

Esporrò un breve saggio di questo secondo genere di teoria mostrando come si possa giungere all'equazioni rappresentative del fenomeno con semplici considerazioni di ragion sufficiente e di simmetria facendo alcune ipotesi sulle quali non credo possa sorgere dubbio.

La lamina, a faccie parallele e mantenuta a temperatura costante, si considera isotropa intendendo che si tratti di un'isotropia statistica in quanto la lamina può pensarsi costituita di un'aggregato fortuito di un gran numero di minutissimi cristalli. È noto che tale isotropia può essere alterata da processi speciali di solidificazione ⁽²⁾.

Le ipotesi che ammetto sono le seguenti: l'azione del campo magnetico altera temporaneamente l'isotropia della sostanza ad esso sottoposta; il vettore densità di corrente si mantiene solenoidale; il potenziale elettrico soddisfa all'equazione di LAPLACE.

Supposto il campo magnetico H uniforme e perpendicolare alla lamina, assumo come piano degli assi x ed y (ortogonali) quello di una sezione generica ottenuta tagliando la lamina con un piano parallelo alle faccie e l'asse della z secondo l'orientazione di H ; e indico con j_x e j_y le componenti del vettore densità di corrente, con

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

quelle del vettore campo elettrico.

Siccome il campo è uniforme e diretto normalmente alla lamina, esso deve modificare ugualmente in tutti i punti il meccanismo, qualunque esso sia, della conduzione; quindi, conformemente alla prima ipotesi, dovrà applicarsi la legge di OHM nella sua forma più generale, la quale non esprime altro che un'omografia tra i

⁽¹⁾ O. M. CORBINO, *Il movimento dell'elettricità in una lamina metallica sottoposta all'azione di un campo magnetico*, « Nuovo Cimento », serie VI, tomo X, 1915, e « Rendiconti R. Accademia dei Lincei », serie V, volume XXIV, 1915.

⁽²⁾ Cito a questo proposito la nota di L. TIERI ed E. PERSICO: *L'effetto Hall nel bismuto solidificato nel campo magnetico*, « L'Elettrotecnica », volume X, numero 10, 1923.

vettori densità di corrente e campo elettrico, ponendo le componenti del primo vettore funzioni lineari di quelle del secondo. Avremo

$$(1) \quad \begin{cases} j_x = \alpha X + \beta Y \\ j_y = \gamma X + \delta Y \end{cases}$$

dove $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sono costanti rispetto ad x ed y e dipendono solo da H .

Per $H = 0$ dovrà aversi

$$\beta = \gamma = 0$$

e

$$\alpha = \delta$$

poichè α e δ devono allora coincidere con la conducibilità del metallo. Ma γ e β si devono supporre uguali anche per $H \neq 0$ in virtù del principio di ragion sufficiente essendo le direzioni degli assi x ed y due qualunque direzioni fra loro ortogonali e che quindi possono scambiarsi. Potremo allora porre

$$\alpha = \delta = a_1$$

e d'altra parte scrivere β e γ sotto la forma:

$$\begin{aligned} \beta &= a_2 \cdot H \\ \gamma &= a_3 \cdot H \end{aligned}$$

Dalla condizione

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} = 0$$

risulta

$$-a_1 \Delta_2 V - H \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} (a_2 + a_3) = 0$$

e poichè

$$\Delta_2 V = 0$$

si ottiene

$$a_2 = -a_3$$

e le (1) prendono la forma

$$(2) \quad \begin{cases} j_x = a_1 X - a_2 H \cdot Y \\ j_y = a_1 Y + a_2 H \cdot X \end{cases}$$

Le (2) sono appunto le equazioni rappresentative dei fenomeni elettrodinamici di seconda specie.

Non è detto che i coefficienti a_1 ed a_2 siano costanti, anzi nel bismuto dipendono sensibilmente dall'intensità del campo; però con semplici considerazioni di simmetria si può mostrare che non possono dipendere dal campo che come funzioni pari.

Supponiamo come caso limite che il conduttore si riduca ad un filo rettilineo; gli effetti del campo magnetico sopra di esso non possono essere che longitudinali (variazione di resistenza), e quindi non possono invertirsi col campo. Assumendo allora la direzione del conduttore come asse delle x , risulta $j_y = 0$, e dalle (2), eliminando Y , si ricava

$$j_x = \frac{a_1^2 + a_2^2 H^2}{a_1} \cdot X.$$

Poichè il coefficiente di X non deve mutar segno invertendo H , risulta che a_1 è funzione pari del campo. La parità di a_3 si può dedurre al modo seguente. Scelto come origine delle coordinate un punto generico P della sezione considerata nella lamina, disponiamo l'asse x secondo l'orientazione del campo elettrico e quindi l'asse y secondo la tangente alla linea equipotenziale passante per P . Risulta allora $Y = 0$ e dalle (2) si ricava

$$\frac{j_y}{j_x} = tg\beta = \frac{a_3}{a_1} \cdot H$$

essendo β l'angolo che il vettore densità di corrente forma col vettore campo elettrico. Per ragione di simmetria, invertendo H , l'angolo β muta segno e perciò anche a_3 è funzione pari del campo.

Le esperienze che descrivo sono state eseguite adoperando i mezzi veramente adeguati che per questo genere di ricerche possiede l'Istituto di fisica della R. Università di Pisa.

Il campo magnetico è stato fornito da un'elettromagnete di grande potenza tipo WEISS (della casa M. Kohl di Chemnitz) con raffreddamento a circolazione d'acqua. Le espansioni polari hanno la forma tronco-conica con le basi minori, del diametro di mm. 9, affacciate. L'intraferro usato era di mm. 1,7. I due rocchetti erano posti in serie e ciascuno di essi presentava una resistenza di 3,43 ohm. La corrente per l'elettromagnete è stata fornita da una batteria di 48 accumulatori disposti in 8 gruppi in serie e producenti una tensione complessiva di 96 volta. Prendendo successivamente due, quattro, otto gruppi, e regolando in modo opportuno le resistenze, si è fatta variare l'intensità della corrente da 0,7 amp. a 14 amp. ottenendo un campo variabile da 11.900 a 36.500 gauss. Ci è stato necessario ottenere con molta precisione la misura della corrente immessa dell'elettromagnete per poterla via via riportare, regolando le resistenze inserite, ad una intensità prestabilita. Si è per questo adoperato un amperometro di precisione WESTON.

La piastrina metallica si è sostenuta tra le espansioni polari fissandola in direzione normale al campo attraverso ad una finestra rettangolare praticata in una sottile tavoletta di legno ben rigida. Questa poteva spostarsi perpendicolarmente al campo scorrendo con ottima tenuta entro un profondo incastro praticato in un sostegno di legno rigidamente connesso alla parte inferiore dell'elettromagnete.

La piastrina rettangolare si è preparata con molta cura di spessore uniforme; questo è risultato, come media di 30 osservazioni,

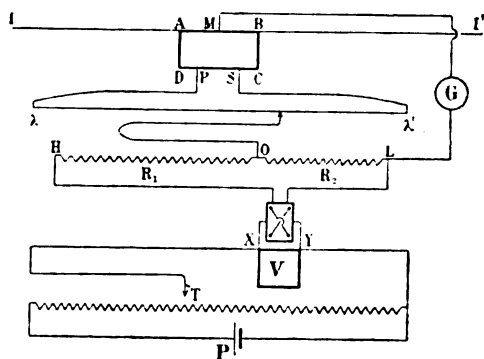


Fig. 1

di mm. 0,573. La disposizione adoperata per lo studio dell'effetto di HALL è quella con cinque elettrodi dovuta al KOLÁČEK ⁽¹⁾. I due elettrodi della corrente primaria si sono fatti coincidere con i vertici A, B della piastrina (fig. 1) in modo da rendere l'effetto indipendente dalla distanza fra gli elettrodi secondari P ed S, secondo quanto ha dimostrato teoricamente il KOLÁČEK stesso ed il RAUS ⁽²⁾ ha confermato con esperienze. Si è cercato che gli elettrodi si avvicinassero il più possibile ad essere puntiformi.

La corrente primaria era di 0.09 amp. Il galvanometro G adoperato per la misura dell'effetto è a quadro mobile (della casa Siemens-Halske) con 50 ohm di resistenza interna. Per eliminare gli effetti quadratici si sono costantemente fatte, col solito metodo a riflessione, due osservazioni con la corrente primaria diretta in un senso e nell'opposto. Durante tutto il corso delle esperienze, con un

⁽¹⁾ KOLÁČEK F., *Theoretischer Beitrag zu den Messmethoden des Hall-Effekts*, « Elektrina a Magnetismus », Prag., pagina 246, 1904; « Ann. d. Phys. », pagina 1491, 1912.

⁽²⁾ RAUS F., *Galvanische Widerstandsänderung des Quecksilbers im Magnetfelde*, Prag. « Rozpr. Ceske Ak. Franc. Jos. », numero 29, pagina 16, 1911.

termometro appeso in modo opportuno, si è sorvegliata la temperatura nelle vicinanze dell'intraferro, e questa, grazie alla circolazione di acqua nell'elettromagnete, si è mantenuta costante a $+ 14^{\circ}$ C.

MISURA DELLA FORZA ELETTROMOTRICE. - Per misurare la f. e. m. che si stabilisce agli elettrodi secondari per l'effetto di HALL, si è proceduto per confronto con una caduta di potenziale nota. Una pila P (fig. 1) è chiusa sopra una resistenza; di questa possiamo prendere una parte variabile facendo muovere il punto T . Il millivoltmetro di precisione V segna la differenza di potenziale ϵ che si determina fra i punti X ed Y man mano che T si sposta. Il circuito si chiude poi su due resistenze in serie R_1 ed R_2 che rimangono fisse. Per le esperienze si è posto $R_1 = 10^4$ ohm, $R_2 = 10^2$ ohm. La R_2 si trova inserita nel circuito secondario della piastrina.

Indicando rispettivamente con i_1 , i_2 ed i le intensità delle correnti che attraversano i tratti HO , OL ed OML , e con ρ le resistenze del tratto OML compresa quella del galvanometro, i noti teoremi di KIRCHHOFF applicati ai circuiti $XOLY$ e $OMLO$ danno le relazioni

$$\begin{aligned} i_1 R_1 + i_2 R_2 &= \epsilon \\ i_2 R_2 - i \rho &= 0 \\ i_2 + i &= i_1 \end{aligned}$$

dalle quali, eliminando i_1 ed i_2 , si ottiene

$$(3) \quad i = \frac{\epsilon R_2}{\rho(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$$

D'altra parte affinchè la forza elettromotrice E che si verifica agli elettrodi secondari per l'effetto di HALL dia luogo nel circuito $OMLO$ alla stessa intensità i di corrente deve aversi

$$(4) \quad E = i (\rho + R_2)$$

Dalla (3) e dalla (4) si ricava

$$(5) \quad E = \frac{\epsilon R_2}{R_1 + \frac{\rho R_2}{\rho + R_2}}$$

formula che dà E espresso in volta. Quindi si fa il passaggio ad unità e. m. ass. Siccome nel denominatore della (5) l'addendo R_1 è preponderante rispetto all'altro, una eventuale lieve incertezza nei riguardi di ρ non ha influenza sensibile.

La determinazione di ϵ si ottiene mediante un' interpolazione

lineare poichè osservazioni preliminari hanno mostrato che, assumendo come ascisse i valori di ϵ e come ordinate le deviazioni corrispondenti, la linea caratteristica è da ritenersi con grande approssimazione una retta.

MISURA DEL CAMPO MAGNETICO. - Essa è stata eseguita col metodo classico dell'effetto di induzione fondandosi sopra un sicuro campione di induzione mutua. La disposizione usata era la seguente. Si è inserito fra le espansioni polari e con l'asse parallelo alla direzione del campo un piccolissimo rocchetto il cui avvolgimento era composto di 10 spire di un filo del diametro di circa $1/20$ di milli-

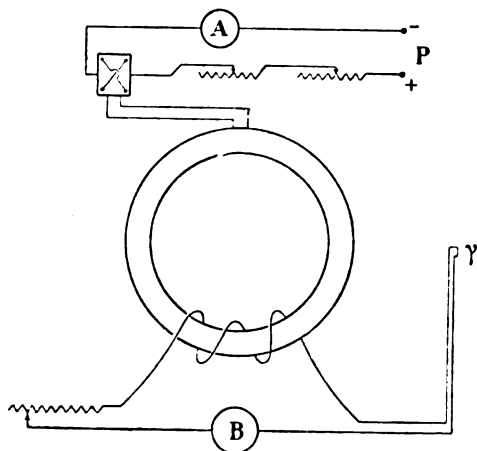


Fig. 2

metro disposte intorno ad una rotellina di avorio dello spessore di circa 0,6 mm. fatta aderire ad una delle faccie di una lamina di mica sufficientemente rigida. Una misura preventiva di resistenza aveva assicurato l'ottimo isolamento fra spira e spira.

Il rocchetto era collegato ad un galvanometro balistico a quadro mobile (della casa Siemens-Halske) avente 35 ohm di resistenza interna, e si osservava col solito metodo a riflessione la elongazione impulsiva data dal galvanometro estraendo bruscamente il rocchetto dal campo. Si procedeva poi per confronto riproducendo la deviazione con un effetto di induzione determinabile in misura assoluta. Per questo si è avvolto parte del circuito in cui è inserito il rocchettino, come secondario, intorno ad un campione di induzione costituito da un solenoide torico avvolto con gran cura attorno ad un sostegno di marmo avente come sezione meridiana un rettangolo (fig. 2). Il solenoide era collegato alla batteria di accumulatori.

Indicando con R le resistenze inserite, compresa quella del galvanometro balistico, con n il numero delle spire del rocchetto, con λ il loro raggio medio, e con q la quantità di elettricità che agisce sul balistico all'estrazione del rocchetto del campo, si ha

$$(6) \quad q = -\frac{1}{R} \pi \lambda^2 \cdot n \cdot H$$

D'altra parte, indicando con I l'intensità della corrente immessa nel circuito primario e con M il coefficiente di induzione mutua fra i due circuiti, si ha pure

$$(7) \quad q = -\frac{1}{R} MI$$

Uguagliando la (6) con la (7) ed esprimendo I in amp. si ottiene la formula

$$H = \frac{M}{10\pi\lambda^2 \cdot n} \cdot I$$

che dà la misura di H .

Il coefficiente M si calcola con la nota formula

$$M = 2vNh \log \frac{r_2}{r_1}$$

nella quale h , r_1 , r_2 , sono rispettivamente l'altezza del rettangolo che è sezione meridiana del solenoide, e il raggio interno ed esterno della corona circolare che si ottiene segnando il solenoide con un piano perpendicolare all'asse di rotazione; e dove v ed N indicano il numero delle spire del secondario e quelle del solenoide.

L'intensità I si ottiene con un'interpolazione lineare giacchè osservazioni preliminari hanno pure assicurato che assumendo come ascisse le intensità della corrente immessa nel solenoide e come ordinate le deviazioni del balistico, si ottiene per linea caratteristica una curva che può con grande approssimazione ritenersi una retta.

Per tener conto di eventuali variazioni del campo durante le esperienze, si sono eseguite le misure tanto prima che dopo aver osservato le deviazioni date dal galvanometro G per l'effetto di HALL, e quindi si è fatta la media dei valori trovati. Debbo dire che per campi superiori a 20.000 gauss questi valori sono stati esattamente coincidenti; per campi più deboli il divario fra le due letture fatte sulla scala graduata del galvanometro balistico non ha mai superato i 2 mm.

RESULTATI SPERIMENTALI. - Questi si trovano riuniti nella seguente tabella dove H indica la misura del campo magnetico espressa

in gauss, E la f. e. m. per l'effetto di HALL espressa in unità e. m. ass. ed R il coefficiente di HALL.

H	E	R
11900	6420	— 3,44
16850	8020	— 3,03
20500	8860	— 2,75
22350	9600	— 2,74
26000	11000	— 2,70
27600	11760	— 2,71
29800	12380	— 2,64
34300	14100	— 2,62
36500	15070	— 2,63

Temperatura $+14^{\circ}\text{C}$

La curva tracciata nella fig. 3 indica la variazione di R in funzione di H . Essa mostra come per il bismuto il coefficiente dapprima

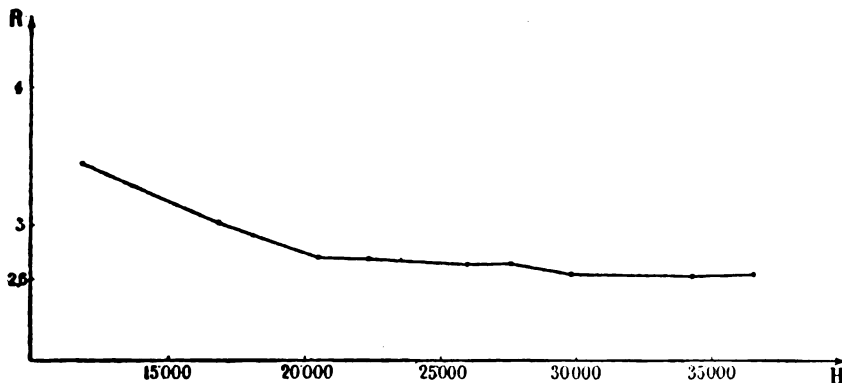


Fig. 3

decreasca, quindi, per campi superiori a 29000 gauss, divenga sensibilmente costante. L'effetto risulta allora proporzionale al campo.

Mi è grato di esprimere qui al Chiariss. Prof. PUCCIANI sentimenti di viva riconoscenza per i preziosi consigli datimi nell'esecuzione del presente lavoro.

Laboratorio di Fisica della R. Università di Pisa, 3 aprile 1928.

SOPRA I MISCUGLI GASSOSI

Nota di NELLO CARRARA

Sunto. — *Nel presente lavoro sono state calcolate, mediante ipotesi assai poco restrittive, le condizioni finali in cui verrà a stabilirsi un miscuglio di più gas che non reagiscano chimicamente fra di loro, note le condizioni iniziali dei singoli gas e il modo di operare il miscuglio.*

Le condizioni finali del miscuglio sono state confrontate con quelle corrispondenti all'equazione caratteristica del gas perfetto, o all'equazione di VAN DER WAALS.

1. Si trovano agevolmente le espressioni delle costanti caratteristiche dei miscugli di gas perfetti che non reagiscono chimicamente tra di loro, mediante l'equazione caratteristica di stato e la relazione tra i due calori specifici, poichè le loro energie interne dipendono unicamente dalla temperatura.

Accade però che la pressione, la temperatura e il volume del miscuglio, così ottenuti, e che dipendono dallo stato iniziale dei singoli gas (supposti perfetti), dai rapporti delle loro masse e dal modo di operare il miscuglio, si scostano dai dati sperimentali.

Il VAN DER WAALS ⁽¹⁾ ha calcolato in qualche caso particolare lo scostamento tra lo stato del miscuglio di due gas dedotto mediante la sua equazione, e quello dedotto mediante l'equazione del gas perfetto, confortando i risultati dei suoi calcoli con dati sperimentali di KUENEN ⁽²⁾ e altri.

Poichè lo studio dei miscugli gassosi ha molto interesse per la tecnica, espongo alcuni risultati per miscugli di n gas, soggetti ad una equazione di stato vincolata alla sola ipotesi che il calore specifico a volume costante dei singoli gas non dipenda che dalla temperatura.

2. Sia $p = f(v, T)$ l'equazione di stato di un gas, C_v il suo calore specifico a volume costante riferito alla grammo-molecola. Tale

⁽¹⁾ VAN DER WAALS, « Die Continuität des Gasförmigen und flüssigen Zustandes », II Theil, pag. 53.

⁽²⁾ KUENEN, « Dissertation », Leiden.

calore specifico potrà essere a sua volta funzione della temperatura e del volume del gas, ma in ogni caso dovrà esser soddisfatta la condizione imposta dalla termodinamica ⁽¹⁾ ⁽²⁾:

$$\frac{\partial C_v}{\partial v} = T \frac{\partial^2 p}{\partial T^2}.$$

Se ammettiamo, come in generale è lecito, che C_v dipenda unicamente dalla temperatura sarà $\frac{\partial C_v}{\partial v} = 0$, e l'equazione di stato potrà essere scritta semplicemente

$$p = T\varphi(v) + \psi(v).$$

Han questa forma l'equazione di VAN DER WAALS:

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2},$$

e molte altre.

3. Supponiamo ora di avere n gas che soddisfino alle condizioni precedenti e che si trovino inizialmente alla stessa pressione e temperatura in n recipienti diversi.

Per una grammo-molecola del gas i -esimo scriviamo

$$p = RT\varphi_i(v_i) + \psi_i(v_i)$$

dove R ha il medesimo valore che nell'equazione del gas perfetto e quindi per tutti i gas perfetti o no.

Se tali gas non reagiscono chimicamente tra di loro, mescolandoli, mantenendo costante la temperatura e la pressione, e ammettendo che anche il miscuglio soddisfi alle condizioni precedenti, potremo scrivere per esso:

$$p = RT\varphi(v) + \psi(v),$$

dove con v intendiamo questo, che se N_i sono le grammimolecole che formano il gas i -esimo, ed $N = \sum N_i$ il numero totale delle grammi dei vari gas presenti nel miscuglio, v è il rapporto tra il volume totale V del miscuglio ed N (alla pressione p , e alla temperatura T). Se, come in generale sarà il caso, i gas non hanno grandezze molecolari troppo diverse ⁽³⁾, v non sarà troppo diverso dai v_i e potremo porre $v_i = v - \xi_i$, con ξ_i assai piccolo.

(¹) N. CARRARA, « Nuovo Cimento », serie VII, volume XXVI, 1923.

(²) WASSMUTH, « Ann. der Phys. », pag. 381, 30, 1909.

(³) VAN DER WAALS, loc. cit., pag. 55.

Sarà :

$$v = \sum x_i v_i + \sum x_i \xi_i$$

avendo indicato con x_i la percentuale nel miscuglio del gas i -esimo; dunque $\sum x_i = 1$; $1 \geq x_i > 0$.

Per il gas i -esimo avremo allora, approssimativamente

$$p = RT\varphi_i(v) + \psi_i(v) - \xi_i \left[RT \frac{d\varphi_i(v)}{dv} + \frac{d\psi_i(v)}{dv} \right].$$

e poichè è anche

$$p = RT\varphi(v) + \psi(v)$$

$$\Delta v = \sum x_i \xi_i = - \sum x_i \frac{RT[\varphi(v) - \varphi_i(v)] + \psi(v) - \psi_i(v)}{\frac{RT d\varphi_i(v)}{dv} + \frac{d\psi_i(v)}{dv}}.$$

Osserviamo intanto, che potendosi scrivere, per il gas i -esimo,

$$pv = RTv\varphi_i(v) + v\psi_i(v),$$

i termini $v\varphi_i(v)$; $v\psi_i(v)$, correttivi dell'equazione dei gas perfetti, possono esser considerati, il primo molto vicino ad uno, ed il secondo a zero, e quasi costanti al variare di v .

Perciò i denominatori nell'espressione del Δv possono essere sostituiti approssimativamente da $-\frac{RT}{v^2}$ e con ciò:

$$\Delta v = v^2 \left[\varphi(v) - \sum x_i \varphi_i(v) + \frac{\psi(v) - \sum x_i \psi_i(v)}{RT} \right].$$

Naturalmente $\Delta v = 0$, quando i vari gas sono tutti della stessa specie.

4. Applicando questo risultato all'equazione di VAN DER WAALS, dove:

$$\varphi(v) = \frac{1}{v-b}; \quad \psi(v) = -\frac{a}{v^2},$$

otteniamo

$$\Delta v = v^2 \left[\frac{1}{v-b} - \sum x_i \frac{1}{v-b_i} - \frac{1}{RT} \left(\frac{a}{v^2} - \sum x_i \frac{a_i}{v^2} \right) \right].$$

Ora con molta approssimazione $\frac{v}{v-b} = 1 + \frac{b}{v}$, quindi, semplicemente

$$\Delta v = b - \sum x_i b_i - \frac{1}{RT} (a - \sum x_i a_i).$$

Dato il significato delle b , possiamo ritenere ⁽¹⁾ $b - \sum x_i b_i = 0$, quindi

$$- \Delta v = \frac{1}{RT} (a - \sum x_i a_i).$$

A causa delle attrazioni reciproche tra molecole omogenee e molecole eterogenee, proporzionali alle masse delle molecole stesse si può porre: ⁽²⁾

$$a = \sum x_i^2 a_i + \sum x_j x_k a_{jk}, \quad j \neq k, \quad a_{jk} = a_{kj}.$$

Quindi, a parte il segno,

$$\Delta v = \frac{1}{RT} [\sum a_i (x_i^2 - x_i) + \sum x_j x_k a_{jk}].$$

Ora si ha

$$\begin{aligned} x_i &= 1 - x_1 - x_2 \dots - x_{i-1} - x_{i+1} - \dots - x_n \\ x_i^2 &= x_1 - x_i x_1 - \dots - x_i x_{i-1} - x_i x_{i+1} - \dots - x_i x_n \\ x_i^2 - x_i &= -x_i \sum x_k, \quad i \neq k \end{aligned}$$

perciò

$$\begin{aligned} \Delta v &= \frac{1}{RT} (\sum x_j x_k a_{jk} - \sum a_i x_i \sum x_k) \\ &= -\frac{1}{2RT} \sum x_j x_k (a_j + a_k - 2a_{jk}), \quad j \neq k. \end{aligned}$$

Naturalmente questa espressione fornisce $\Delta v = 0$ per gas della stessa specie, e coincide con quella trovata direttamente dal VAN DER WAALS nel caso di miscugli di due soli gas ⁽³⁾.

Dunque volendo che il miscuglio di n gas abbia pressione e temperatura uguale a quella dei singoli gas, il volume non può essere esattamente la somma dei volumi dei singoli gas ma deve subire per grammomolecola una variazione da attribuire alle attrazioni reciproche tra le molecole eterogenee ed espressa nel caso generale da

$$\Delta v = \frac{RT}{p^2} [RT(\varphi(v) - \sum_i \varphi_i(v)) + \psi(v) - \sum_i \psi_i(v)].$$

5. Supponiamo ora di mescolare i gas supposti inizialmente alla stessa temperatura e pressione, senza scambio di calore con l'esterno, e in modo che il volume del miscuglio risulti uguale alla somma dei

⁽¹⁾ VAN DER WAALS, loc. cit., pag. 55.

⁽²⁾ VAN DER WAALS, loc. cit., pag. 54.

⁽³⁾ VAN DER WAALS, loc. cit.

volumi dei singoli gas. Cioè, per grammomolecola

$$v^* = \sum v_i x_i$$

ponendo $v^* = v_i - \zeta_i$, sarà $\sum x_i \zeta_i = 0$.

Manteniamo a v il significato dei precedenti numeri.

Qui conviene procedere nell'ipotesi che i vari gas e il miscuglio seguano l'equazione di VAN DER WAALS, per passare poi al caso generale. Ammettiamo anche, come abbiamo fatto altra volta ⁽¹⁾, che il calore specifico a volume costante del miscuglio e dei singoli gas sia funzione lineare della sola temperatura, e conformemente all'esperienza,

$$c_v = \sum x_i c_{iv}$$

dove c_v e c_{iv} sono gli indicati calori specifici.

L'espressione dell'energia interna per il gas i -esimo, nelle condizioni dette è

$$T(\alpha_i + \frac{1}{2}\beta_i T) - \frac{a_i}{v_i}; \quad (c_{iv} = \alpha_i + \beta_i T)$$

e, per tutti i gas

$$E = T \sum \alpha_i x_i + \frac{1}{2} T^2 \sum \beta_i x_i - \sum \frac{a_i x_i}{v_i}.$$

Operando il miscuglio in guisa che la sua pressione e la sua temperatura rimangano quelle dei singoli gas, l'energia interna diventa

$$E^1 = T \sum \alpha_i x_i + \frac{1}{2} T^2 \sum \beta_i x_i - \frac{a}{v}.$$

con un cambiamento

$$\Delta_1 E = -\frac{a}{v} + \sum \frac{a_i x_i}{v_i}.$$

Riportando il volume del miscuglio a v^* , mentre la temperatura passa da T a T^* , cioè a quella dello stato finale cui si giungerebbe direttamente, operando il miscuglio senza scambio di calore con l'esterno, e senza lavoro esterno, cioè senza variazione della energia interna, l'energia del miscuglio passa a

$$E'' = T^* \sum \alpha_i x_i + \frac{1}{2} T^{*2} \sum \beta_i x_i - \frac{a}{v^*}$$

con

$$\Delta_2 E = (T^* - T) \sum \alpha_i x_i + \frac{1}{2} (T^{*2} - T^2) \sum \beta_i x_i - \frac{a}{v^*} + \frac{a}{v}.$$

⁽¹⁾ N. CARRARA, loc. cit.

Il cambiamento totale $\Delta E = \Delta_1 E + \Delta_2 E$, per le ragioni dette è zero, quindi

$$(T^* - T) \sum x_i x_i + \frac{1}{2} (T^{*2} - T^2) \sum \beta_i x_i - \frac{a}{v^*} + \sum \frac{a_i x_i}{v_i} = 0.$$

Ponendo $T^* - T = \Delta T$, $T^{*2} - T^2 = 2T\Delta T$, abbiamo:

$$c_v \Delta T - \frac{a}{v^*} + \frac{1}{v^*} \sum x_i a_i + \frac{1}{v^{*2}} \sum a_i x_i \zeta_i = 0,$$

poichè

$$\frac{1}{v_i} = \frac{1}{v^*} \left(1 + \frac{\zeta_i}{v^*} \right).$$

Ora è $\sum x_i \zeta_i = 0$, con ζ_i molto piccoli, perciò possiamo trascurare l'ultimo termine. Tenendo dunque conto dell'espressione del Δv del N. 4 otteniamo infine

$$\frac{\Delta T}{T^*} = - \frac{R}{c_v} \frac{\Delta v}{v^*}.$$

6. Torniamo ora al caso generale, assumendo come equazione di stato la $p = RT\varphi(v) + \psi(v)$, e ritenendo c_v funzione, anche non lineare, della sola temperatura. L'energia interna per grammomolecola di ogni singolo gas, prima del miscuglio sarà espressa da

$$\int c_{iv} dT + \int \psi_i(v_i) dv,$$

e l'energia totale, prima del miscuglio, da

$$\sum \int x_i c_{iv} dT + \sum \int x_i \psi_i(v_i) dv = \sum x_i X_i(T) + \sum x_i \psi_i^*(v_i),$$

avendo posto

$$X_i(T) = \int c_{iv} dT, \quad \psi_i^*(v_i) = \int \psi_i(v_i) dv.$$

Effettuato il miscuglio in modo che la sua temperatura e la sua pressione siano uguali alla temperatura e alla pressione dei singoli gas, e supponendo il miscuglio soggetto alle medesime leggi, la sua energia interna verrà espressa da

$$X(T) + \psi^*(v),$$

con una differenza:

$$\Delta_1 E = \psi^*(v) - \sum x_i \psi_i^*(v_i).$$

Riportando il miscuglio al volume v^* , mentre la temperatura passa da T a T^* , l'energia interna passa a

$$X(T^*) + \psi^*(v^*)$$

con un ulteriore cambiamento

$$\Delta_2 E = X(T^*) - X(T) + \psi^*(v^*) - \psi^*(v).$$

Il cambiamento complessivo $\Delta E = \Delta_1 E + \Delta_2 E$ dovrà essere zero, perciò

$$X(T^*) - X(T) + \psi^*(v^*) - \sum x_i \psi_i^*(v) = 0$$

o anche

$$c_v \Delta T = -\psi^*(v^*) + \sum x_i \psi_i^*(v) - \sum x_i \psi_i(v) \zeta_i.$$

Ora osserviamo: 1° Che le $\psi(v)$ hanno le dimensioni di una pressione mentre le $\psi^*(v)$ hanno le dimensioni di un lavoro; perciò si potrà supporre $v\psi(v) = \psi^*(v)$; 2° Che essendo le ζ_i termini molto piccoli si potrà trascurare $\sum x_i \psi_i(v) \zeta_i$.

Quindi

$$-c_v \Delta T = v^* [\psi(v^*) - \sum x_i \psi_i(v^*)].$$

Ricordiamo ora l'espressione del Δv del N. 3.

Nell'equazione di VAN DER WAALS si ha $v^2 \varphi(v) - \sum x_i v^2 \varphi_i(v) = b - \sum x_i b_i = 0$; mantenendo ciò anche nel caso generale, si ha

$$\Delta v = \frac{v^2}{RT} [\psi(v) - \sum x_i \psi_i(v)]$$

perciò finalmente

$$\frac{\Delta T}{T^*} = -\frac{R}{C_v} \frac{\Delta v}{v^*}.$$

7. Consideriamo ora n gas nello stato iniziale p, T, v_i (per gram-molecola), che vengano mescolati in modo che la temperatura del miscuglio rimanga costante e il volume v per grammolecola sia la somma dei singoli volumi,

$$v = \sum x_i v_i.$$

Si avrà, per il gas i -esimo ancora:

$$p = RT \varphi_i(v_i) + \psi_i(v_i).$$

Ancora la differenza tra v e v_i è molto piccola, quindi ponendo $v = v_i + \zeta_i$, $\sum x_i \zeta_i = 0$.

Operato il miscuglio nelle condizioni dette la pressione passerà da p al valore molto vicino p^* . Per il miscuglio potremo scrivere:

$$p^* = RT\varphi(v) + \psi(v);$$

per i singoli gas:

$$p = RT\varphi_i(v) + \psi_i(v) - \zeta_i \left(RT \frac{d\varphi_i(v)}{dv} + \frac{d\psi_i(v)}{dv} \right);$$

da cui:

$$\Delta p = p^* - p = RT[\varphi(v) - \sum x_i \varphi_i(v)] + \psi(v) - \sum x_i \psi_i(v) + K;$$

dove:

$$K = \sum x_i \zeta_i [RT\varphi_i'(v) + \psi_i'(v)],$$

è molto prossimo a zero, come si riconosce dal fatto che tutte le $RT\varphi_i' + \psi_i'$ sono quasi uguali tra loro e $\sum x_i \zeta_i = 0$, con ζ_i piccoli.

Ricordando ora l'espressione del Δv del N. 4 e ponendo in prima approssimazione $\frac{R^2 T^2}{p^2} = v^2$ otteniamo infine:

$$- \frac{RT\Delta p}{p^2} = \Delta v.$$

8. Allo stesso risultato si giunge naturalmente operando sull'equazione di VAN DER WAALS. In questo caso si può anche procedere per quest'altra via ⁽¹⁾.

Da

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2}$$

segue

$$- \frac{dp}{dv} = \frac{RT}{(v-b)^2} - \frac{2a}{v^3}$$

o

$$RT \frac{dp}{dv} = p^2 - \frac{a^2}{v^4} + \frac{2abRT}{v^3(v-b)}$$

cioè, approssimativamente

$$- RT \frac{dp}{dv} = p^2 - \frac{a(a-2bRT)}{v^4}.$$

Si può dunque scrivere

$$- \frac{RT\Delta p}{p^2} = \Delta v.$$

⁽¹⁾ VAN DER WAALS, loc. cit.

9. Ripetiamo il procedimento del N. 7 per gas che seguono la legge di VAN DER WAALS, e il cui stato iniziale sia, per il gas i -esimo p_i , T_i , v_i (per grammomolecola).

Mescoliamo i gas in modo che la temperatura del miscuglio rimanga T , e il volume per grammomolecola v^* sia uguale a $\sum x_i v_i$.

Manteniamo a v il medesimo significato dei numeri precedenti. L'equazione di VAN DER WAALS per il gas i -esimo e per grammomolecola può scriversi approssimativamente:

$$p_i v_i = RT - \frac{k_i}{v_i}, \quad k_i = a_i - b_i RT$$

e per il miscuglio

$$p v^* = RT - \frac{k}{v^*}.$$

Dalle quali possiamo ricavare v^* e v_i :

$$v_i = \frac{RT + \sqrt{R^2 T^2 - 4 p_i k_i}}{2 p_i}$$

$$v^* = \frac{RT + \sqrt{R^2 T^2 - 4 p k}}{2 p}.$$

E siccome tanto $4 p k$ come $4 p_i k_i$ possono ritenersi molto piccoli in confronto ad $R^2 T^2$, approssimativamente sarà:

$$v_i = \frac{RT}{p_i} - \frac{k_i}{RT}$$

$$v^* = \frac{RT}{p} - \frac{k}{RT}$$

Da cui:

$$\frac{RT}{p} - \frac{k}{RT} = RT \sum \frac{x_i}{p_i} - \sum \frac{x_i k_i}{RT}$$

oppure

$$RT \left\{ \frac{1}{p} - \sum \frac{x_i}{p_i} \right\} = \frac{1}{RT} \{ k - \sum x_i k_i \}.$$

Trattandosi di gas perfetti dovrebbe essere

$$p = \frac{1}{\sum \frac{x_i}{p_i}}.$$

Chiamando allora con

$$\Delta p = p - \frac{1}{\sum \frac{x_i}{p_i}},$$

otteniamo ancora

$$-\frac{RT\Delta p}{p^2} = \Delta v.$$

10. A questo risultato eravamo anche giunti al N. 8, ma nel caso in cui i singoli gas avessero avuto inizialmente la stessa pressione.

Supponiamo anche quando le pressioni inizialmente sono diverse. Tenendo conto dell'espressione del Δv di cui al N. 3, possiamo scrivere:

$$p - \frac{1}{\sum \frac{x_i}{p_i}} = \frac{p^* v^2}{RT} \left[\varphi(v) - \sum x_i \varphi_i(v) + \frac{\psi(v) - \sum x_i \psi_i(v)}{RT} \right],$$

da cui.

$$\frac{1}{\sum \frac{x_i}{p_i}} = \sum x_i \bar{p}_i$$

dove $\bar{p}_i$ è la pressione che assumerebbe il gas i -esimo qualora la sua grammomolecola alla temperatura T occupasse tutto il volume

$$v^* = \sum x_i v_i.$$

Naturalmente questa condizione è soddisfatta dall'equazione di VAN DER WAALS e lo è anche da quella dei gas perfetti. Infatti in quest'ultimo caso può scriversi così:

$$\frac{1}{\sum \frac{x_i v_i}{RT}} = \sum x_i \frac{RT}{v^*}; \quad \text{da cui} \quad v^* = \sum x_i v_i,$$

da cui appunto eravamo partiti.

Livorno, R. Accademia Navale, 1928.

ATTINOMETRO TOTALIZZATORE CON CELLULA FOTOELETTRICA

Nota del Dott. IVO BANZI

Sunto. — Viene descritto un attinometro formato da una cellula fotoelettrica a idruro di potassio (o di altro metallo alcalino), il cui catodo comunica col polo negativo di una batteria di pile o accumulatori, e il cui anodo è unito al polo positivo di tale batteria attraverso a un voltmetro a nitrato d'argento. Dalla quantità di argento trasportato dalla corrente nel voltmetro, si può dedurre la intensità media della corrente che la cellula ha lasciato passare durante un certo periodo di tempo; tarata la cellula, è possibile risalire al valor medio della illuminazione o al valore della cosiddetta somma di luce.

Nei riguardi della radiazione solare, in molte ricerche di Meteorologia applicata, e in particolare di Meteorologia Agraria, interessa più conoscere i valori totali della quantità di energia apportata dalle radiazioni solari stesse, in un certo periodo di tempo, che i valori assunti nei vari istanti. Molto usati, a tale scopo, sono i così detti attinometri totalizzatori, del tipo a distillazione, dovuti al BELLANI. Però i dati con essi ottenibili si riferiscono particolarmente alle radiazioni che hanno un effetto calorifico più intenso, cioè rosse e infrarosse: inoltre osservazioni fatte in località diverse sono comparibili tra di loro in modo preciso soltanto se si fa uso di identici apparecchi.

Coll'attinometro totalizzatore, che è oggetto di questa nota, si possono ottenere dei dati esprimibili o in calorie-grammo per cm^2 , o in candele Hefner-metro, e che si riferiscono a radiazioni di minor lunghezza d'onda (azzurre, violette), radiazioni cioè più interessanti dal punto di vista della influenza sullo sviluppo normale dei vegetali.

Tale attinometro è essenzialmente formato da una cellula fotoelettrica, tipo ELSTER e GEITEL, a idruro di potassio, il cui catodo comunica col polo negativo di una batteria di pile o accumulatori, e il cui anodo è unito al polo positivo di tale batteria attraverso a un voltmetro a nitrato d'argento. Dalla quantità di argento trasportato dalla corrente nel voltmetro, si può dedurre la intensità media

della corrente che la cellula ha lasciato passare durante un certo periodo di tempo.

Supponiamo dapprima di voler esprimere i dati mediante le cosiddette *somme di luce*. Converrà definire come somma di luce per un giorno, o per una settimana, quella intensità luminosa, espressa in candele Hefner-metro, che, agendo costantemente per un'ora, avrebbe apportata la stessa energia di quella effettivamente apportata dalle radiazioni solari durante un giorno o una settimana.

Evidentemente per poter fare un preciso confronto tra le intensità luminose di due sorgenti così diverse, candela Hefner e sole, bisogna riferirsi a una determinata radiazione monocromatica: perciò occorrerà munire la cellula di un filtro che lasci passare una sola radiazione monocromatica, e precisamente quella a cui la cellula è più sensibile.

Una precisa taratura del dispositivo totalizzatore si può allora eseguire nel seguente modo.

Innanzitutto si costruisce, per una data differenza di potenziale, la curva intensità di corrente-intensità luminosa, che spesso, se la cellula è di buona costruzione, si avvicina molto a una retta; bisogna far variare entro limiti larghissimi i valori della intensità luminosa, il che si può facilmente ottenere mediante un sistema di due nicol, come vedremo meglio in seguito.

Si determina poi il valore della intensità di corrente, che, per la data differenza di potenziale, la cellula, munita di filtro, lascia passare quando viene colpita dalla luce di una lampada campione HEFNER posta a un metro di distanza.

In questo modo è possibile dedurre dai valori misurati della intensità di corrente l'intensità della radiazione solare monocromatica, che il filtro lascia passare, espressa in candele Hefner-metro.

La somma di luce per un giorno, ad es., si potrà allora ottenere nel seguente modo: si divide il peso d'argento trasportato nel voltmetro per l'equivalente elettrochimico dell'argento, ottenendo così il numero di coulomb che la cellula ha lasciato passare: siccome la somma di luce va riferita a un'ora, basterà dividere per 3600 il numero di coulomb per avere l'intensità di corrente corrispondente all'intensità luminosa (della radiazione monocromatica usata) che, agendo per un'ora, avrebbe apportato la stessa energia di quella effettivamente apportata dalla radiazione solare.

In pratica però non sarà necessario ricorrere all'uso di un filtro monocromatico: è evidente che potranno ottenersi dei dati perfettamente comparabili in diverse località, semplicemente usando cellule aventi lo stesso metallo alcalino: è noto infatti che la sensibilità

della cellula in funzione della lunghezza d'onda della luce che la colpisce, dipende soltanto dalla natura del metallo alcalino. La taratura si può fare usando senz'altro una lampada campione Hefner.

Naturalmente in questo modo i dati che si ottengono non hanno un preciso significato, ma però vengono tutti riferiti alla stessa unità di misura.

Supponiamo ora di voler tarare il dispositivo attinometrico totalizzatore in unità di energia termica, cioè in calorie-grammo per secondo e per cm^2 . A tale scopo occorre assolutamente munire la cellula di un filtro che lasci passare solo le radiazioni a cui la cellula è più sensibile. La taratura si può eseguire mediante confronto con un piroeliometro campione, munito anch'esso dello stesso filtro. Oppure sapendo la distribuzione dell'energia nello spettro della lampada Hefner ci si può riferire a questa per la taratura espressa in unità calorifiche.

Mi sembra che il metodo di misura sopra indicato, in cui i dati vengono riferiti alla candela Hefner-metro, senza l'uso di filtri, si presenti come il più pratico di tutti e, al tempo stesso, consenta di ottenere dati attendibilissimi. Perciò descriverò ora più dettagliatamente il metodo di taratura e il procedimento di misura da me realizzato.

La cellula da me usata era una cellula in vetro ad idruro di potassio costruita dalla Société de Recherches et de Perfectionnements Industriels (Parigi). La forza elettromotrice inserita nel circuito della cellula, fornita da una batteria di accumulatori, era di 120 volt circa ⁽¹⁾. Una variazione di 2 volt nel valore di tale forza elettromotrice apporta un errore di meno dell'un per cento, come si può vedere dalla curva di taratura che la Casa costruttrice unisce alla cellula stessa. Si potrà quindi, in pratica, usare una batteria di pile a secco, di cui basterà controllare ogni tanto la forza elettromotrice; è possibile, variando il numero di pile inserite, regolare a $\pm 1,4$ volt tale f. e. m. Innanzi tutto ho voluto vedere se si poteva ammettere una sufficiente proporzionalità tra la intensità della corrente fotoelettrica e l'intensità luminosa. A tale scopo illuminavo la cellula colla luce solare, attraverso a un sistema di due nicol, di cui uno era mobile: mediante un cerchio graduato potevo determinare l'angolo di cui facevo ruotare quest'ultimo (dalla posizione di parallelismo), onde variare l'intensità luminosa. Nella tabella seguente, in cui si è presa uguale a 100 l'intensità luminosa massima (nicol paralleli), accanto ai valori della intensità luminosa son riportati in unità arbitrarie,

(¹) Con una f. e. m. di 30 volt, la intensità della corrente fotoelettrica si riduce a circa $\frac{1}{3}$ del valore che corrisponde a una f. e. m. di 120 volt.

i valori della intensità della corrente fotoelettrica, misurata mediante un galvanometro; la terza colonna dà la differenza tra le intensità di corrente osservate e l'intensità che si sarebbe dovuto osservare se esisteva una proporzionalità rigorosa tra intensità luminosa e corrente fotoelettrica.

Intensità luminosa in unità arbitrare	Corrente fotoelettrica in unità arbitrarie	Differenza
100	100	—
70	72,5	2,5
30	31,2	1,2
8	8,8	0,8
0,5	0,54	0,04

Come si vede, le differenze non sono notevoli ed appare quindi lecito ritenere che la corrente fotoelettrica sia proporzionale alla intensità luminosa, per le cellule del tipo da me usato. Vediamo ora come convenga che sia esposta la cellula alle radiazioni solari sia dirette che diffuse: in generale, volendosi misurare la quantità di luce ricevuta in un piano orizzontale, si potrebbe esporre direttamente la cellula collo strato sensibile orizzontale se questo fosse piano: spesso però il metallo alcalino è depositato su superfici più o meno curve; così operando poi, si andrebbe incontro all'inconveniente di un forte riscaldamento, sotto l'azione dei raggi solari, dello strato di metallo alcalino, la cui sensibilità potrebbe per questo facilmente modificarsi. Perciò ho creduto conveniente disporre la cellula all'interno di una custodia metallica, chiusa superiormente da un vetro smerigliato, piano e orizzontale; la cellula ha lo strato sensibile rivolto al vetro stesso e il più che sia possibile vicino ad esso. Nell'interno della custodia è bene porre qualche sostanza essicante, per evitare il formarsi di rugiada sulla superficie interna del vetro smerigliato.

Per tarare il sistema, posi a 6 cm. di distanza dalla lastra di vetro smerigliato, dietro cui era disposta la cellula nel modo anzidetto, una lampada campione Hefner all'acetato di amile, e misurai la intensità della corrente fotoelettrica, mediante un sensibile galvanometro. Ottenni, con una differenza di potenziale di 120 volt applicata alla cellula, una intensità di amp. $2,54 \cdot 10^{-8}$; ciò corrisponde a un'intensità di amp. $0,91 \cdot 10^{-10}$ per l'illuminazione di una candela Hefner a un metro di distanza.

Nell'installazione da me realizzata, la cellula, entro la sua custodia, era esposta in un punto elevato e libero tutto all'intorno da ostacoli che potessero intercettare parte della radiazione solare di-

retta o diffusa dal cielo; i due elettrodi della cellula eran collegati, mediante due conduttori ben isolati, alla batteria e al voltmetro a nitrato d'argento posti nell'interno del fabbricato.

Alla fine di ogni giornata determinavo, mediante pesata degli elettrodi d'argento, la quantità di argento trasportato dalla corrente fotoelettrica.

Riporto alcuni dei dati da me ottenuti col suddescritto dispositivo :

Giorno	Mgr. d'Ag. trasportati	Somme di luce in candele Hefner-metro
26 Febbraio 1928	6,5	1770 · 10 ³
29 Febbraio 1928	3,4	840 · 10 ³

Se non si richiede una grande precisione nelle misure, si può fare a meno di tarare la cellula, servendosi invece della curva di sensibilità fornita dalla casa costruttrice assieme alla cellula stessa: bisogna però egualmente determinare l'assorbimento operato sulle radiazioni luminose dal vetro smerigliato: a tale scopo basta far colpire la cellula da un fascio di radiazioni luminose, preferibilmente solari, di intensità costante durante la misura, e determinare la intensità della corrente fotoelettrica con e senza vetro smerigliato innanzi alla cellula.

Invece di fare le pesate alla fine di ogni giornata, per certe ricerche, specialmente di meteorologia agraria, si potrebbe benissimo determinare semplicemente la somma di luce giornaliera media per una settimana o per una decade, facendo così la pesata solo alla fine di ogni settimana o decade.

Coll'uso di cellule a idruro di potassio, i dati che si ottengono si riferiscono specialmente a radiazioni la cui lunghezza d'onda si aggira intorno a 0,456 μ ; mediante filtri, a scapito però della sensibilità, si possono studiare anche radiazioni di maggior lunghezza d'onda. Con cellule al rubidio e filtri opportuni sarebbe possibile fare misure anche su radiazioni dell'aranciato e del rosso.

Bologna, Istituto Fisico della R. Università, Marzo 1928.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

LUIGI BIANCHI in Pisa - SALVATORE PINCHERLE in Bologna

TULLIO LEVI-CIVITA in Roma - FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

CASA EDITRICE NICOLA ZANICHELLI — BOLOGNA

"SCIENTIA" RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — «SCIENTIA» pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito al Segretario Generale di «SCIENTIA», Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.*

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 120 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE

LUGLIO 1928

ANNO V - N. 7

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATA IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

R. MALAGOLI: *Oscillazioni proprie del triodo in accoppiamento magnetico.* — G. POLVANI: *Alcune immediate conseguenze termodinamiche della quantizzazione del gas ideale monoatomico.* — V. RONCHI e G. GIOTTI: *Sulla localizzazione degli anelli di Newton.* — G. GIOTTI: *Sulla dimostrazione del teorema di Malus-Dupin.* — N. SIRACUSANO: *Spettro continuo e spettro d'arco del bromo.* — S. PASTORELLO: *I metalli Fe, Co, Ni, Cu usati come reticoli di diffrazione delle corrispondenti radiazioni X.* — RIVISTA: A. CAMPETTI: *Lo stato attuale delle conoscenze sugli isotopi.* — *Notiziario.*



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCIANTI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

OSCILLAZIONI PROPRIE DEL TRIODO IN ACCOPPIAMENTO MAGNETICO

Nota del Prof. RICCARDO MALAGOLI

Sunto. - *L'A. riferisce dapprima intorno a ricerche e considerazioni relative alla resistenza apparente interna del triodo, ed a diverse variazioni che questa grandezza manifesta al variare di altri elementi dei circuiti accoppiati.*

Egli esamina poi, da un punto di vista elettrostatico, la placca e la griglia, come conduttori che risultano isolati fra loro nell'interno del triodo, mentre sono collegati dal primario e secondario del trasformatore, congiunti fra loro in serie. Considerando, nel periodo variabile di chiusura del circuito di placca, la distribuzione del potenziale conseguente all'accoppiamento, l'A. intuisce la possibilità che (in circostanze particolari) si destino oscillazioni elettriche fra placca e griglia, che la batteria anodica potrebbe rendere anche persistenti. Applicando il calcolo l'A. riesce a trovare la espressione finita della corrente di placca, la quale (se si verifichi una certa disuguaglianza che collega i vari elementi dei due circuiti in accoppiamento) assume la forma di corrente pulsante e persistente, con un periodo che è funzione degli elementi dei circuiti, ed anche della capacità che compete al piccolo condensatore griglia e placca.

La frequenza di queste oscillazioni può essere anche assai piccola, cioè di ordine acustico. In questi casi intercalando un ricevitore telefonico nel circuito di placca si percepisce infatti un suono, netto e persistente, che è manifestazione delle oscillazioni elettriche che il calcolo ha svelato. L'A. approfitta di questi suoni per sottoporre a controllo sperimentale i suoi risultati. Però non è possibile fare un controllo quantitativo, perchè alcuni elementi contenuti nelle formule non si possono calcolare. Egli riferisce che non solamente le condizioni della possibilità delle oscillazioni (esaminate sotto i loro diversi aspetti), ma anche tutte le variazioni che la teoria prevede nelle pulsazioni della corrente di placca, si riproducono (senza eccezione) nei caratteri del suono che il ricevitore telefonico emette.

L'A. conclude affermando che l'accordo perfetto fra teoria ed esperienza nei casi in cui la frequenza è di ordine acustico, è da considerarsi come la convalida in senso generale delle congetture teoriche e dei risultati ottenuti dal calcolo.

Considerazioni generali sul triodo.

1. Si ammette genericamente dai Trattatisti che esistano nell'interno del triodo delle capacità elettrostatiche tanto piccole da poterle senz'altro trascurare nello studio dei fenomeni fondamentali che il triodo determina; mentre poi si fa accenno a queste medesime capacità, come a cause di oscillazioni elettriche *parassitarie*, che distraggono il triodo dalla sua funzione principale, *paralizzandone parzialmente* la funzione, arrivando talvolta a renderlo *completamente insensibile* agli stimoli oscillatori provenienti dall'esterno.

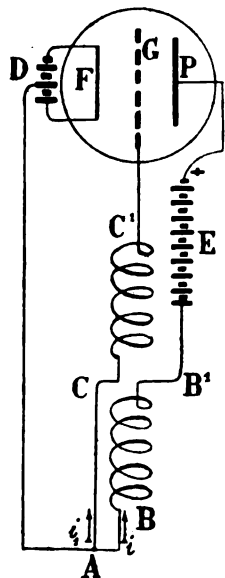


Fig. 1

Scopo del presente studio è di indagare se allorché i due circuiti di placca e di griglia sono in *accoppiamento magnetico* (come mostra la fig. 1), e il filamento sia reso incandescente, la chiusura del circuito di placca possa determinare delle oscillazioni fra placca e griglia; oscillazioni che sembra preferibile indicare come *proprie del triodo*.

2. Per le ricerche che seguono interessa esaminare il comportamento di quella entità fisica che gli Autori rappresentano con ρ e che viene chiamata *resistenza apparente*, e talvolta *impedenza*, del triodo. Si tratta sempre dell'ostacolo che il flusso elettronico emesso dal filamento e attirato dalla placca,

incontra nell'attraversare lo spazio interno e vuoto: e ρ indica l'*equivalente in ohm* di questo ostacolo.

Anche quando manchi la griglia, cioè si tratti del *diodo*, o quando la griglia sia isolata, questa resistenza interna ρ non è costante. È certo infatti che aumentando la f. e. m. della batteria anodica, il potenziale di placca aumenterà e ciò provocherà una maggiore attrazione da parte di essa, degli elettroni liberi sul filamento: ma le leggi delle forze elettrostatiche non permettono di scrivere in forma semplice la relazione intercedente fra potenziale di placca e flusso elettronico; così da dedurre il comportamento di ρ al variare di E . Invece è assai facile una determinazione sperimentale. Mantenendo il filamento di una lampada Marconi (tipo R) a regime di rovenza, e mantenendo isolata la griglia, ho incluso nel circuito di placca un milli-amperometro, ed ho fatto variare E , progressivamente, da piccolissimi valori fino oltre 150 volt. Dalla legge di Ohm ho dedotto che ρ assume dapprima dei valori enormi (circa 250 mila ohm), per

discendere progressivamente fino ad un minimo (circa 20 mila ohm); e riprende poi a salire. Se la forza e. m. di placca sia fatta variare per gradi piccolissimi (come si può ottenere a mezzo di un potenziometro), si hanno sempre delle variazioni nette ed apprezzabili di ρ . Tale andamento è rappresentato nella curva disegnata nella fig. 2. Con le altre lampade si trova la medesima legge, solo cambiano i valori numerici.

Faccio notare che questa ρ si comporta nei riguardi della corrente di placca come un ostacolo che può avere un equivalente in ohm; ma essa *non è certamente* una resistenza ohmica, in quanto non dà origine a sviluppo di calore.

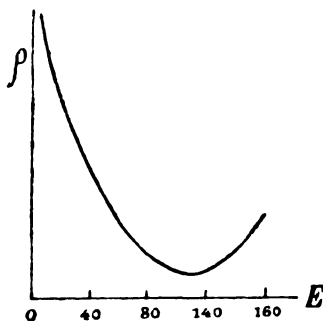


Fig. 2

3. Supponiamo ora, invece, che la f. e. m. della batteria anodica abbia un valore fisso E , talchè fra placca e filamento si avrà una differenza di potenziale costante che indico

con v . Esisterà allora nel circuito di placca una corrente costante, che indico con i . Supponiamo ancora che il circuito di griglia non abbia (per il momento) l'accoppiamento magnetico indicato dalla fig. 1, ma sia indipendente

da quello di placca, e che possieda invece una propria batteria, collegata col suo elettrodo negativo al punto A, mentre la griglia stessa può essere collegata ai successivi elementi di questa batteria. Si otterranno successivamente i valori ben noti della corrente i di placca, relativi alla differenza di potenziale v fra placca e filamento, in funzione della differenza di potenziale u fra griglia e filamento; valori che nel piano delle coordinate u ed i sono rappresentati

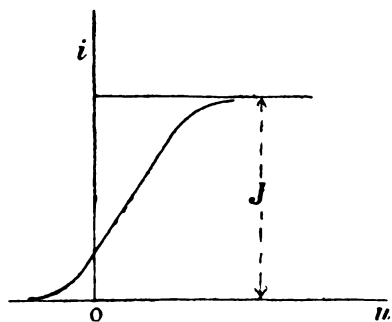


Fig. 3

dalla *curva caratteristica*, riportata nella fig. 3, nella quale J rappresenta la corrente di saturazione. L'equazione che rappresenta la parte pressochè rettilinea di questa linea, cioè relativa alla zona centrale dell'intervallo dei valori di u che la riguardano, si suole scrivere oggidì sotto la forma:

$$i = v + ku.$$

Dove i simboli i , v ed u hanno i significati già indicati. Fu da questa medesima equazione (solamente scritta in modo differente)

che il prof. VALLAURI prese le mosse per stabilire i metodi, ormai classici, per la trattazione matematica dei problemi fondamentali del triodo ⁽¹⁾.

Facendo $u = 0$ nella equazione, si ha: $i\rho = v$; cioè ρ è quella *resistenza apparente* e variabile di cui ho detto al numero precedente.

Il fattore k ha nome di coefficiente di amplificazione della lampada termo-ionica; e gli Autori solitamente dicono che la funzione della griglia (quando essa abbia un potenziale che superi di u quello del filamento) consiste nel far aumentare la corrente di placca, *come se la diff. di potenziale v subisse un aumento ku* .

Se alla grandezza k dell'equazione precedente, che rappresenta il *coefficiente angolare* di una retta, si attribuisca, anzichè un valor costante, un valore decrescente allorchando u tenda a zero, così da rappresentare il coefficiente angolare delle tangenti alla curva della fig. 3 nella zona corrispondente ai minori valori di u ; e di poi si attribuisca a k ancora dei valori tendenti a zero con decrescenza conforme ai coefficienti angolari delle tangenti alla curva in corrispondenza a valori estremi di destra della variabile u ; potrà dirsi che la equazione stessa rappresenta per intero la curva dei valori sperimentali indicati dalla curva della fig. 3. Questa osservazione sembra utile, non solo perchè dà modo di intendere il fenomeno, ma ancora perchè consentirà di estendere dei risultati relativi alla regione quasi rettilinea della curva che rappresenta i , a tutto il campo delle variazioni di u .

Ma è più interessante esaminare sperimentalmente se l'indicato aumento ku della differenza di potenziale v fra placca e filamento, sia reale o fittizio. Ho applicato un adatto voltmetro fra placca e filamento. Quando la griglia è isolata, il voltmetro dà il valore di v . A mezzo di quella seconda batteria a cui ho accennato al paragrafo precedente, ho dato alla griglia un aumento u di potenziale, in rapporto al filamento. Il voltmetro anzichè segnare la permanenza della diff. di potenziale v od un aumento, mostra invece *una diminuzione*.

Questo risultato inatteso, ha la sua completa spiegazione in una nuova e speciale diminuzione della resistenza apparente ρ . Ripensando ai fenomeni elettrostatici che avvengono nell'interno del bulbo si comprende tosto che quando la griglia acquista un potenziale superiore a quello medio del filamento, *essa assume una funzione attiva*. La griglia eserciterà allora una azione attrattiva su elettroni

(1) G. VALLAURI, *Sul funzionamento dei tubi a vuoto nella radiotelegrafia*. « Elettrotecnica », 1917, n. 2 e 3.

che prima sentivano debolmente (o non sentivano affatto) l'azione del campo elettrico esistente fra filamento e placca; e convoglierà sulla placca (nell'unità di tempo) un maggiore numero di elettroni; aumentando così la intensità i . Nessun altro fenomeno avviene contemporaneamente nel circuito di placca per cui possa variare i . Dunque il portare la griglia ad un potenziale u , rispetto al filamento, facilita il flusso elettronico fra filamento e placca, cioè fa scemare quell'ostacolo che abbiamo chiamato *resistenza apparente* ρ .

Quanto poi alla *diminuzione* della differenza del potenziale v fra placca e filamento, che il voltmetro ha svelata, essa ha ben facile spiegazione nella diminuzione della resistenza apparente ρ . Infatti si abbia un circuito di resistenza $R + \rho$ sul quale agisca una forza e. m. pari a E . Indicando con i la intensità avremo: $E = i(R + \rho)$; e la differenza di potenziale v fra gli estremi della resistenza ρ sarà data da: $v = i\rho = E - iR$. Se ora ρ abbia una diminuzione, cioè si riduca a: $\rho - \rho_1$, avremo un aumento della intensità di corrente, cioè: $E = I(R + \rho - \rho_1)$; e detta v_1 la differenza di potenziale fra i capi della resistenza ridotta sarà: $v_1 = I(\rho - \rho_1) = E - IR$. Da ciò risulta: $v - v_1 = R(I - i)$; e poichè il secondo membro è positivo sarà: $v_1 < v$.

Questa diminuzione della caduta di tensione fra placca e filamento allorché la griglia assume un potenziale superiore a quello medio del filamento, è la conferma della esatta interpretazione del fenomeno, cioè che le variazioni della corrente di placca sono da attribuire a particolari variazioni della resistenza apparente ρ della lampada.

Se poi si volesse determinare in rapporto a ρ la resistenza diminuita ρ' corrispondente all'avere portata al valore u la differenza fra il potenziale della griglia e quello medio del filamento, occorrerà determinare col voltmetro (applicato fra placca e il centro della batteria di accensione) la diminuita differenza di potenziale v' fra la placca e il filamento; ed eliminando i fra le due relazioni: $i\rho = v + ku$; $i\rho' = v'$; si ricava:

$$\rho' = \frac{v'}{v + ku} ?$$

4. Il filamento, la griglia e la placca, sono tre conduttori interni al triodo, affacciati l'uno all'altro, a brevi distanze; dotati di superficie piccole, ma non tutte, nè sempre, trascurabili. Per di più questi conduttori occupano, nei due circuiti accoppiati del triodo, delle posizioni lontane, nel senso che le cadute di tensione dall'uno all'altro non sono sempre trascurabili; e perciò i potenziali medii

dei punti di ciascuno di essi, possono essere alquanto differenti dall'uno all'altro conduttore.

Il filamento e la griglia fanno parte del *circuito di griglia*; il filamento e la placca appartengono al *circuito di placca*. Questi due circuiti hanno in comune la porzione *AD*, come indica la fig. 1. Nel primo circuito, il filamento e la griglia hanno le minori superficie ed una distanza che è fra le due minori. Nel secondo circuito, il filamento e la placca hanno la superficie minore associata a quella maggiore; e la loro distanza è la massima fra i tre conduttori.

La terza coppia: griglia e placca, possiede le maggiori superficie, e (al tempo stesso) una delle distanze minori. Questi due conduttori, supposti isolati fra loro, costituiscono la coppia, che, dal punto di vista della capacità elettrostatica, deve, in relazione alle altre due coppie, avere una azione prevalente.

Esaminiamo ora come sono collegati fra loro i conduttori di questa coppia griglia e placca. In primo luogo essi *comunicano* entrambi col filamento; però ciò avviene a mezzo del flusso elettronico. Poichè questo flusso si dirige esclusivamente dal filamento a ciascuno di essi; oppure (ciò che è lo stesso) passa unicamente dell'elettricità positiva da ciascuno di essi al filamento, si deduce che non passa *dall'uno all'altro conduttore, attraverso* al triodo, nè elettricità positiva, nè elettricità negativa. Dunque all'interno del triodo la placca e la griglia risultano conduttori *isolati fra loro*; anche durante il funzionamento della valvola. La placca e la griglia sono invece *in comunicazione permanente* fra loro attraverso ai circuiti esterni al triodo: esse sono infatti congiunte al primario *BB'* del trasformatore, ed al secondario *CC'*, i quali si congiungono nel punto *A*. Se chiameremo *R* la resistenza del primario (la batteria anodica compresa) fino ad *A*, e con *R'* quella del secondario fino al medesimo punto *A*, la *distanza ohmica* (che provocherà la caduta di tensione o differenza di potenziale) fra placca e griglia, sarà $R + R'$. Se poi chiamiamo con *L* il coefficiente di autoinduzione del primario, e se *m* è il solito moltiplicatore della tensione del secondario *CC'* rispetto a quella del primario, la self del secondario sarà mL , e il coefficiente di auto-induzione dell'avvolgimento che congiunge la placca alla griglia risulta: $(m + 1)L$.

Dopo ciò, supponiamo i circuiti disposti come indica la fig. 1 e cioè in accoppiamento magnetico, e che primario e secondario siano avvolti sul nucleo in senso opposto; oppure, se avvolti per un medesimo senso, che le estremità di uno degli avvolgimenti venissero scambiate fra loro, avanti di fare i congiungimenti al resto dei circuiti. E supponiamo che portato il filamento ad una incandescenza

sufficiente, si chiuda prima il circuito di griglia, e di poi quello di placca. Durante il periodo variabile della corrente di placca (che tende a stabilirsi), avremo fra placca e filamento una differenza di potenziale crescente, e il sorgere in A di un potenziale negativo, pur esso crescente in valore assoluto. Se il secondario CC' fosse indipendente dal nucleo, ed anzi fosse completamente privo di auto-induzione, il potenziale negativo di A si propagherebbe staticamente fino alla griglia. Ma, dato il modo di avvolgimento, o di collegamento, del secondario CC' in relazione al primario BB' del trasformatore, si deduce che il crescere della i nel primario BB' , (corrente tendente al proprio regime stabile), dà origine nel secondario CC' ad una forza e. m. indotta, che genera una corrente i' (fig. 1) così diretta da far nascere nella griglia un potenziale positivo e crescente. Si tenga conto altresì della circostanza illustrata al paragrafo precedente, per cui il sorgere nella griglia di un potenziale superiore a quello medio del filamento incandescente, fa scemare la differenza di potenziale preesistente fra placca e filamento.

Tuttociò porta a concludere che allorché i si sarà stabilizzata si avrà fra placca e filamento una differenza positiva di potenziale che sarà un massimo v_1 di v : ed anche fra griglia e filamento si raggiungerà una differenza di potenziale positiva che sarà un massimo u_1 di u . Potrà essere allora che u_1 sia uguale a v_1 , che u_1 sia minore di v_1 : ma anche che possa essere $u_1 > v_1$.

Si intuisce di poi che se si verifichi una opportuna condizione per cui sia: $u_1 > v_1$, la stabilizzazione o il regime dei fenomeni non può essere definitiva, quando si sia ottenuto il massimo di i . Il condensatore, assimetrico e di modestissima capacità, formato dalla griglia e dalla placca, sarà infatti allora caricato; e la sua carica tende a produrre nel secondario CC' una corrente di senso contrario a i (fig. 1) la quale giunta in A , in parte si comunicherà alla placca per la conducibilità del primario, e in parte al filamento, dove essa troverà un posto di arresto, inquantochè solo degli elettroni passano entro al bulbo. Il passaggio di questa corrente — i' nel secondario induce nel primario BB' una debole corrente che ha anch'essa direzione opposta ad i , ciò che favorisce la condizione $u_1 > v_1$.

In conclusione, dato il modo di collegamento e di avvolgimento dei due circuiti del trasformatore conforme alla fig. 1 (e non altrimenti) si prevede che verificandosi la condizione $u_1 > v_1$, è possibile che si stabiliscano oscillazioni elettriche fra placca e griglia attraverso il primario e il secondario del trasformatore, che, essendo congiunti in A , risultano in serie fra loro.

Queste oscillazioni dovrebbero essere evanescenti, perchè $R + R'$ non è certo una resistenza trascurabile agli effetti del riscaldamento. Ma si può riflettere che il circuito di collegamento delle due armature placca e griglia, contiene anche la batteria anodica E ; e poichè essa risulterà attiva in metà delle pulsazioni della corrente, così è prevedibile che essa fornisca, a piccole dosi, l'energia occorrente a rendere persistenti queste oscillazioni.

Ma anzichè seguire delle intuizioni, che sono pur tuttavia tanto utili, sarà opportuno affidarsi al calcolo, il quale analizza non solo qualitativamente, ma ancora quantitativamente, questi fenomeni che sono tanto complessi.

Teoria delle oscillazioni proprie del triodo.

5. Consideriamo un triodo in accoppiamento magnetico (fig. 1), con la solita condizione che primario e secondario del trasformatore sieno avvolti per versi opposti sul nucleo; o (ciò che è equivalente) se gli avvolgimenti sieno fatti per un verso unico, che gli attacchi di uno di essi al circuito sieno fra loro scambiati. Sia acceso il filamento F ; sia chiuso il circuito di griglia; e venga chiuso di poi il circuito di placca.

Indico con t un istante immediatamente successivo alla chiusura del circuito di placca; cosicchè t appartenga al periodo variabile della corrente di placca. Con i ed i' indico i valori all'istante t della corrente di placca e di quella di griglia. le cui direzioni sono segnate con frecce nella fig. 1.

Sia E la f. e. m. della batteria; L il coefficiente d'auto-induzione del primario BB' , ed R la resistenza ohmica totale del *circuito metallico di placca*; cioè dalla placca P fino al filamento F . La differenza di potenziale v , all'istante medesimo t , fra placca e filamento, risulta espressa da:

$$v = E - L \frac{di}{dt} - iR.$$

Se rappresento con m il moltiplicatore di tensione del secondario CC' del trasformatore, rispetto al primario; e con R_1 la resistenza ohmica del *circuito di griglia* nella sua porzione esterna alla lampada (fig. 1); la differenza di potenziale u (sempre all'istante t) fra griglia e filamento risulta espressa da:

$$u = mL \frac{di}{dt} - i_1 R_1.$$

Chiamando ρ la *resistenza ohmica* apparente fra placca e filamento, e con k il coefficiente di amplificazione della lampada, si ha all'istante considerato:

$$ip = v + ku.$$

Sostituendo ad u e v , in questa relazione, i valori dati dalle espressioni precedenti, se ne ricava:

$$i_1 = \frac{1}{kR_1} \left[E + (mk - 1)L \frac{di}{dt} - (\rho + R)i \right];$$

e derivando rispetto al tempo, si ha:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{kR_1} \left[(mk - 1)L \frac{d^2i}{dt^2} - (\rho + R) \frac{di}{dt} \right].$$

Ciò premesso, passo a considerare il condensatore costituito dalla griglia e dalla placca, le quali all'istante t presentano una differenza di potenziale pari a: $u - v$: e mi propongo di determinare quale variazione venga a determinarsi in questa differenza di potenziale $u - v$, durante un intervallo di tempo infinitesimo dt , successivo a t .

Le due armature del condensatore, che sono isolate fra loro nell'interno del triodo (§ 4), sono collegate all'esterno in modo permanente del secondario CC' e del primario BB' (con relativa batteria anodica); cioè dai due avvolgimenti del trasformatore che si congiungono in serie al punto A . Questo punto A ha il potenziale medio del filamento, cioè permanentemente nullo. Il circuito esterno del condensatore può dirsi percorso all'istante t da una corrente $i_1 - i$, diretta verso la griglia; (oppure $i - i_1$, diretta verso la placca). Questa corrente fittizia $i_1 - i$, come pure le singole correnti i_1 ed i , non debbono potersi svolgere liberamente, cioè non potranno avviarsi senz'altro al filamento, perchè delle forze di attrazione di tipo elettrostatico debbono farsi sentire mutuamente fra griglia e placca, perchè questi due conduttori prossimi, sono carichi a potenziali differenti u e v . A motivo di queste azioni di Coulomb, parmi logico ammettere che griglia e placca costituiscano come un condensatore indipendente da tutti i circuiti, il quale è caricato da una corrente che sarà una certa frazione, che rappresenterò con $\frac{1}{h}$ della corrente $i_1 - i$. Perciò nel tempo dt questo condensatore acquista un supplemento di carica pari a: $\frac{1}{h} (i_1 - i) dt$. D'altra parte la differenza di potenziale $u - v$ delle sue armature varierà nel tempo dt della

quantità: $d(u - v)$. Perciò se chiamerò C la capacità del condensatore, dovrà essere:

$$d(u - v) = \frac{1}{hC} (i_1 - i) dt; \quad \text{ossia: } hC \frac{d(v - u)}{dt} = i - i_1;$$

che è l'equazione fondamentale del problema.

Sostituendo ad u , v , i_1 e $\frac{di_1}{dt}$ i valori dianzi trovati, con calcoli semplici si arriva ad ottenere:

$$(k+1)LhC \frac{d^2 i}{dt^2} + \left\{ hC[(k+1)R + \rho] - \frac{mk-1}{R_1} L \right\} \frac{di}{dt} + \left(k + \frac{R+\rho}{R_1} \right) i = \frac{E}{R_1}.$$

Ponendo ora per semplicità

$$\frac{hC[(k+1)R + \rho] - \frac{mk-1}{R_1} L}{(k+1)LhC} = a; \quad \text{e: } \frac{kR_1 + R + \rho}{(k+1)LhCR_1} = b$$

l'equazione differenziale completa che ho ottenuto diventa:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + a \frac{di}{dt} + bi = \frac{E}{(k+1)LhCR_1}.$$

Ora, l'integrale generale della *equazione incompleta*:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + a \frac{di}{dt} + bi = 0,$$

fatta l'ipotesi che la grandezza T definita dalla relazione:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{b - \frac{a^2}{4}}}$$

sia reale, è espresso da:

$$i = Ae^{-\frac{at}{2}} \sin \frac{2\pi}{T} (t + \theta)$$

dove A e θ sono due costanti arbitrarie. Poichè non interessano qui degli sfasamenti, così posso assumere: $\theta = 0$ senza menomare la generalità dei risultati.

Dopo ciò l'integrale generale della *equazione completa*, assume la forma:

$$i = Ae^{-\frac{at}{2}} \sin \frac{2\pi t}{T} + B$$

dove B è una nuova costante *non arbitraria*, e che si può agevolmente determinare. Sostituendo infatti questa espressione nella equazione differenziale completa, e tenuto presente che il primo termine di questo integrale verifica l'equazione differenziale incompleta, si ottiene tosto:

$$bB = \frac{E}{(k+1)LhCR_1}; \quad \text{ossia: } (kR_1 + R + \rho)B = E$$

dalla quale si deduce:

$$B = \frac{E}{kR_1 + R + \rho};$$

e perciò l'integrale generale dell'equazione differenziale completa assume la forma:

$$i = \frac{E}{kR_1 + R + \rho} + Ae^{-\frac{at}{2}} \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Questo risultato insegna, intanto, che la corrente è pulsante, con un valore medio, di $\frac{E}{kR_1 + R + \rho}$. Questa corrente è dunque minore di quella $\frac{E}{R + \rho}$ che sorgerebbe nel circuito di placca qualora esso fosse indipendente da quello di griglia; e cioè lo si chiudesse esclusivamente sulla resistenza ρ . Doveva risultare appunto così, perchè la parte di energia elettrica che manca nel circuito di placca va ad operare nel circuito di griglia.

Quanto alla parte di i che è variabile col tempo, si può osservare che non è (nel caso attuale) necessario che a sia nullo, affinchè le oscillazioni sieno persistenti o stabili. Si rifletta che nei calcoli precedenti non è introdotta la condizione che la corrente di placca ha il massimo J , che è la *corrente di saturazione*. Dunque se a non è nullo, ma abbia un valore negativo, avremo che al crescere di t il valore massimo della corrente, cioè:

$$\frac{E}{kR_1 + R + \rho} + Ae^{-\frac{at}{2}}$$

raggiunge immediatamente il valore J . Questa eguaglianza ci consente di determinare la costante A ; e così si ottiene:

$$(\alpha) \quad i = \frac{E}{kR_1 + R + \rho} + \left(J - \frac{E}{kR_1 + R + \rho} \right) \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Tutto ciò è subordinato alla ipotesi che T sia reale. Sostituendo nella espressione che definisce il periodo, a b e ad a i valori contenuti

nelle posizioni fatte, risulta:

$$(3) \quad T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{kR_1 + R + \rho}{(k+1)LhCR_1} - \frac{1}{4(k+1)^2} \left[\frac{(k+1)R + \rho}{L} - \frac{mk-1}{hCR_1} \right]^2}}$$

e quanto alla condizione che a sia nullo o negativo abbiamo:

$$(\gamma) \quad \frac{(k+1)R + \rho}{L} - \frac{mk-1}{hCR_1} \leq 0.$$

Quanto alla realtà di T sarà sufficiente riflettere che le grandezze come L e C vanno espresse nelle loro normali unità, per comprendere come, nel caso delle esperienze di cui si tratta, queste grandezze vengono espresse con numeri piccolissimi. Se inoltre si tenga conto che ρ è un numero alquanto grande, si concluderà che il termine positivo del radicando di T ha un valore predominante, talchè il periodo risulta effettivamente una grandezza reale.

Queste oscillazioni fra griglia e placca che la teoria prevede rimangono dunque solamente vincolate alla condizione (γ) .

6. Ottenuta la corrente di placca i espressa in funzione del tempo t dalla (α) , è ovvio riconoscere che sarà possibile (a mezzo delle relazioni precedenti) di ricavare le singoli funzioni di t che rappresentano le altre grandezze variabili u , v , i_1 , interessanti i due circuiti accoppiati del triodo. Così pure, e senza che occorra riferire un calcolo dettagliato, potremo affermare che anche la corrente $i_1 - i$, del circuito oscillante formato da griglia e placca, è una funzione del tempo della forma: $M \sin \frac{2\pi t}{T} + N \cos \frac{2\pi t}{T}$, cioè una funzione di t che avrà uno speciale sfasamento rispetto alla i , ma che ha ancora il periodo T definito dalla (3) .

7. Questi risultati generali stabiliscono in via teorica la esistenza di oscillazioni elettriche nel circuito formato dalla griglia e dalla placca, considerate come armature di un piccolissimo condensatore, le quali sono collegate da un circuito costituito dal secondario e dal primario fra loro in serie. Occorre solamente che fra gli elementi dei circuiti si verifichi la disuguaglianza (γ) .

A queste oscillazioni credo si debba attribuire l'appellativo di *proprie del triodo*, perchè pure verificandosi esse attraverso ai circuiti esterni alla lampada, e pure essendo legate dalla (γ) ai valori L , R , R_1 di grandezze relative a questi circuiti, dipendono, ed in via essenziale, da C , che è la piccolissima capacità elettrostatica della

coppia di conduttori griglia e placca, e dalla resistenza apparente ρ fra filamento e placca; e tali grandezze sono delle costanti caratteristiche del triodo.

Queste oscillazioni che la teoria prevede coincidono con quelle che gli Autori chiamano *oscillazioni parassite o estranee*, senza peraltro individuarle. È notorio che il funzionamento del triodo non è sempre perfetto; ma talune volte esso adempie con efficacia più o meno attenuata la sua preziosa e meravigliosa funzione: tal'altra esso appare completamente paralizzato; come se la sua attività fosse distratta ed assorbita dal funzionamento per altre oscillazioni non provocate dall'esterno. Questo vario contegno dipenderà poi dalla intensità che nei diversi casi assumono le oscillazioni proprie.

Conferme sperimentali.

8. Per controllare in forma assoluta se le oscillazioni previste esistano, allorchè disposti i circuiti di un triodo in accoppiamento magnetico (come indica la fig. 1) si chiuda il circuito di placca, è ovvio che scelti gli elementi dei circuiti in modo da soddisfare la condizione di possibilità espressa dalla (γ) si dovrebbe calcolare con la (β) il periodo; di poi cercare (sperimentalmente) il valore della lunghezza d'onda che esiste in circuito; e vedere se vi sia accordo o contrasto fra la teoria e la realtà. Ma disgraziatamente le formole precedenti contengono grandezze che non sono tutte direttamente valutabili: basterà indicare quella costante h .

Però se questa via maestra del controllo diretto e generale fra valori calcolati e valori sperimentali ci è preclusa, abbiamo (almeno nei casi in cui la frequenza sia di ordine acustico) la possibilità di molti controlli e non solo di carattere qualitativo, ciò che può costituire un complesso di prove sufficienti a convalidare le vedute teoriche. Se si tratti di frequenza acustica, e si interponga un ricevitore telefonico nel circuito di placca (ad esempio fra A e B), o lo si inserisca nel circuito di griglia (ad esempio per A e C), le oscillazioni elettriche daranno origine ad un suono persistente, e dall'esame dei caratteri di questo suono (al variare degli elementi del circuito) potremo vedere se le deduzioni teoriche sono, o no, in completo accordo con la realtà sperimentale.

La disposizione dei circuiti indicata dalla fig. 1, con la solita condizione che i flussi magnetici che una stessa corrente produce nel primario e nel secondario del trasformatore, collegati in derivazione, risultino di direzione opposta, e con la inclusione (come ho detto) di un ricevitore telefonico, o di un *alto-parlante*, o *diffusore*, in

uno dei due circuiti, coincide con la ben nota disposizione atta a far generare dei suoni da un triodo; disposizione che fu anche detta del *triodo melodico* ⁽¹⁾. Questo suono (quando può prodursi) è netto e dotato di una notevole semplicità acustica, ciò che è indizio di una causa vibrante unica; esso persiste per tutto il tempo in cui rimane chiuso il circuito di placca, e riprende invariato ad ogni nuova chiusura: la sua intensità si mantiene pressochè fissa anche al mutare degli elementi del circuito; ed è tale che generalmente può essere sentito in tutti i punti di un'ampia sala.

9. Ho destinato una prima serie di esperienze a controllare se le condizioni di possibilità del suono persistente rappresentate dalla (γ) si verificano in realtà. Questa relazione risolta rispetto alle principali grandezze dà origine alle condizioni seguenti:

$$\begin{aligned} R_1 &\leq \frac{(mk-1)L}{[(k+1)R+\rho]hC}; & R &\leq \frac{1}{k+1} \left(\frac{mk-1}{hCR_1} L - \rho \right); \\ C &\leq \frac{(mk-1)L}{[(k+1)R+\rho]hR_1}; & \rho &\leq \frac{(mk-1)L}{hCR_1} - (k+1)R; \\ L &\geq \frac{hCR_1}{mk-1} [(k+1)R+\rho]. \end{aligned}$$

Le prime quattro espressioni stabiliscono la esistenza di un massimo per le successive grandezze R_1 , R , C , e ρ . Se mentre il suono si produce si faccia variare singolarmente e solo la resistenza del secondario, o solo quella del primario, si arriva a trovare tali valori per cui il suono non si ottiene più. Quanto a C , l'aumento della capacità si ottiene applicando in derivazione sulla griglia e sulla placca le armature di un altro condensatore: l'esperienza mi ha mostrato che esiste anche un massimo di C ; perchè quando la capacità aggiunta fu molto grande il suono mancava completamente. Ho potuto constatare ancora la esistenza di un massimo di ρ , facendo crescere la resistenza del triodo, cioè facendo diminuire E che è la forza e. m. della batteria anodica, in conformità a quanto si è visto al § 2. Ho infine, potuto constatare la esistenza di un minimo di L per la produzione del suono, conforme a quanto stabilisce l'ultima delle condizioni precedenti.

10. Un secondo punto da esaminare affinchè possa parlarsi di oscillazioni fra placca e griglia, attraverso il primario e il secondario

⁽¹⁾ MAZZOTTO, « Nuovo Cimento », anno IV, n. 4, 1927.

del trasformatore, consiste nel controllare se le parti variabili delle correnti di placca e di griglia siano periodiche e di ugual periodo. Ho collocato stabilmente tre ricevitori telefonici identici; l'uno nel circuito di placca, fra A e B ; il secondo nel circuito di griglia, fra A e C ; il terzo l'ho posto fra A e D . Avevo asportato da tutti i ricevitori la laminetta vibrante di ferro. Acceso il filamento e chiuso il circuito di placca, portavo una stessa laminetta vibrante a completare successivamente i tre ricevitori. Quando le condizioni erano idonee alla produzione del suono, non mi è riuscito di avvertire alcuna differenza di altezza fra i tre suoni. Solo è da notare che il ricevitore inserito nel ramo AD dà un suono generalmente più intenso.

11. Ho sottoposto a controllo sperimentale anche la espressione (3) che dà il periodo T delle oscillazioni proprie del triodo. Il radicando che figura nel denominatore della (3) è funzione di molti elementi; i principali sono L , C , ρ ; e potremo quindi rappresentarlo con: $\varphi(L, C, \rho)$.

La derivata parziale di questa funzione rispetto a L è:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial L} = -\frac{kR_1 + R + \rho}{(k+1)L^2 h C R_1} + \frac{(k+1)R + \rho}{2(k+1)^2 L^3} \left[\frac{(k+1)R + \rho}{L} - \frac{mk - 1}{h C R_1} \right].$$

Poichè la differenza chiusa fra le parentesi quadre è negativa (giacchè rappresenta la condizione: $a \leq 0$) così si conclude che questa derivata è negativa. La funzione φ è dunque decrescente al crescere di L : ossia il periodo T aumenta coll'aumentare della self dei due circuiti accoppiati. Se il nucleo del trasformatore sia mobile si constata che (se il suono si produce) la sua altezza diminuisce progressivamente infilando più profondamente il nucleo.

12. Derivando ora il radicando di T rispetto a C , si ottiene:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial C} = -\frac{1}{(k+1)h C^2} \left\{ \frac{kR_1 + R + \rho}{L R_1} + \frac{mk - 1}{2(k+1)^2} \left[\frac{(k+1)R + \rho}{L} - \frac{mk - 1}{h C R_1} \right] \right\}.$$

La quantità chiusa fra le graffe risulta positiva se si rifletta ai valori pratici di ρ e di L ; nonostante che la quantità chiusa fra le parentesi quadre sia negativa, poichè esprime la solita condizione di possibilità delle oscillazioni, cioè: $a \leq 0$. La funzione φ è dunque decrescente al crescere di C , almeno nelle mie condizioni sperimentali; talchè al crescere di C la teoria prevede che T aumenta, ossia il suono diventa più grave. Per realizzare una variazione della capacità interna C del triodo, basta applicare in derivazione fra griglia e placca le armature di un condensatore. Ho usato nelle prove uno

di quei condensatori a capacità variabile, che sono in uso nella radiofonia. L'esperienza mostra che il suono si abbassa (però debolmente) ad ogni aumento della capacità C . È da notarsi qualche modalità singolare che esula dalla presente ricerca. Il suono si abbassa di altezza anche se si faccia comunicare una sola delle armature del condensatore aggiunto, con la griglia e con la placca: e l'abbassamento è assai più grande se questo unico contatto sia stabilito fra la griglia e un'armatura, che non fra placca e un'armatura: come se la griglia, che ha superficie tanto minore della placca, fosse più sensibile di questa all'aumento di superficie.

13. La derivata parziale di φ rispetto alla resistenza apparente ρ è:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \rho} = \frac{1}{(k+1)L} \left\{ \frac{1}{hCR_1} - \frac{1}{2k+1} \right\} \left[\frac{(k+1)R + \rho}{L} - \frac{mk-1}{hCR_1} \right]$$

e rammentando la condizione (γ) circa la possibilità delle oscillazioni, si conclude che questa derivata è senz'altro positiva. Da ciò risulta che φ è una funzione crescente al crescere della resistenza apparente ρ e decrescente al decrescere di ρ . Qualora ρ diminuisca avremo che T aumenta, cioè il suono si farà più grave; e se ρ aumenti accadrà che T diminuisce, e il suono si fa più acuto.

Un primo modo per far variare la resistenza apparente ρ l'ho ottenuto come segue. Ho acceso con la medesima corrente i filamenti, congiunti in serie, di due lampade uguali. Collegavo, al modo indicato dalla figura 1, la placca e la griglia di una sola delle lampade. Di poi, lasciando isolata la griglia della seconda, congiungevo la placca della seconda alla placca della prima. Nella seconda esperienza la resistenza apparente interna al triodo essendo formata di due rami derivati risultava assai diminuita. Il suono dato dal ricevitore telefonico risulta, conforme alla teoria, di altezza assai minore.

Ma delle variazioni più ampie e progressive della resistenza apparente ρ del triodo si ottengono, come fu indicato al § 2; facendo cioè variare la forza elettromotrice E della batteria anodica; partendo da pochissimi volt, fino (ad esempio) a 180 volt. In questo modo ρ parte da valori enormi, diminuisce progressivamente fino ad un minimo (che è circa il valore indicato solitamente come *resistenza della lampada*) per riprendere ad aumentare per ulteriori valori più elevati di E . I suoni che viene emettendo il ricevitore telefonico durante le variazioni di E , sono progressivamente decrescenti di altezza durante il periodo della decrescenza di ρ ; poi, continuando ad aumentare E , l'altezza dei suoni riprende a salire.

14. Come ultimo controllo sperimentale ho aumentato, di qualche migliaio di ohm, una volta la resistenza R del circuito di placca, e l'altra volta la resistenza R_1 del circuito di griglia. Nel primo caso si ha un netto aumento di altezza nel suono; nel secondo caso la variazione del suono è piccolissima, tantochè talvolta si è incerti anche se si tratti di aumento e di diminuzione di altezza. Esaminando l'effetto che nella formula che dà il periodo T produce un aumento di R o di R_1 , si constata che essa prevede non solo il caso della prima variazione, ma anche l'incertezza del secondo effetto.

Conclusione.

Poichè le espressioni teoriche ottenute contengono parametri di valore sconosciuto (come h) così non è possibile calcolare un valore di T , con speciali elementi noti dei circuiti, per confrontarlo col valore che dalla esperienza effettivamente risulta.

È invece possibile — almeno nei casi in cui la frequenza si mantiene di ordine acustico — esaminare in modo sistematico e completo l'influenza che esercita sul valore di T il modo di variare di ognuno degli elementi che entrano in gioco. La perfetta concordanza fra la previsione teorica e il risultato sperimentale mi sembra giustifichi esaurientemente la affermazione che con l'accoppiamento magnetico dei due circuiti del triodo, (fig. 1), si possano avere nel circuito esterno, fra placca e griglia, le oscillazioni elettriche persistenti che i calcoli precedenti hanno svelato. La esistenza di queste *oscillazioni proprie* è subordinata a che fra le grandezze elettriche che entrano in gioco sussista la relazione (γ); e il periodo T delle oscillazioni è espresso dalla formula (β).

La relazione (γ), che fissa le condizioni di *possibilità delle oscillazioni proprie* del triodo, può essere interpretata invece per stabilire le condizioni adatte affinchè *le oscillazioni proprie manchino*: cioè essa potrà condurre ad ottenere le condizioni favorevoli affinchè il funzionamento del triodo come oscillatore, o come amplificatore, non sia turbato da oscillazioni proprie o parassite.

La teoria esposta dà nel contempo la spiegazione completa dei suoni che si ottengono col triodo in accoppiamento magnetico. Anzi la presente indagine ebbe dapprima ⁽¹⁾ solo questo limitato intendimento.

*Gabinetto di Fisica dell'Accademia Militare
di Modena - Maggio 1928.*

⁽¹⁾ Memorie dell'Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. Modena, serie IV, vol. II.

ALCUNE IMMEDIATE CONSEGUENZE TERMODINAMICHE DELLA QUANTIZZAZIONE DEL GAS IDEALE MONOATOMICO

Nota del dott. G. POLVANI

Sunto. - Sono esposti i risultati ottenuti applicando le equazioni generali della termodinamica alla nuova equazione di stato, dal FERMI istituita, su fondamenti quantistici, per il gas ideale monoatomico.

Ricordiamo brevemente: l'equazione caratteristica del gas ideale monoatomico secondo la teoria quantistica istituita dal FERMI ⁽¹⁾, può scriversi, indicando con p , V , T la pressione, il volume e la temperatura del gas

$$(1) \quad pV^{5/3} = \alpha P(x)$$

dove α è una costante legata alla massa m comune alle molecole, al numero totale N di queste e alla costante h di PLANCK dalla relazione:

$$(2) \quad 2\pi m\alpha = h^2 N^{1/3},$$

x è una variabile, a dimensioni fisiche nulle, legata ad α , V , T e alla costante k di BOLTZMANN dalla relazione:

$$(3) \quad \alpha x = NkTV^{1/3},$$

ed infine $P(x)$ è una particolare funzione ⁽²⁾ che a seconda che x è molto grande o molto piccola (casi a cui corrispondono quelli — che noi brevemente indicheremo con (δ) , (Δ) — di debole e forte degenerazione del gas) può esser data dagli sviluppi

$$(4) \quad \begin{cases} (\delta) & P(x) = x \left(1 + \frac{1}{2^{5/3} x^{2/3}} + \dots \right) \\ (\Delta) & P(x) = \frac{3^{1/3} \cdot \pi^{1/3}}{5 \cdot 2^{1/3}} \left(1 + \frac{5 \cdot 2^{2/3} \cdot \pi^{4/3}}{3^{7/3}} x^2 + \dots \right). \end{cases}$$

⁽¹⁾ Vedi « Zeitschrift für Physik. », (1926).

⁽²⁾ Per la definizione analitica della funzione $P(x)$ rimandiamo alla Memoria originale del FERMI già ricordata.

Corrispondentemente ai casi (δ), (Δ) dalle (1), (2), (3), (4) si traggono le equazioni di stato:

$$(5) \begin{cases} (\delta) & p = \frac{NkT}{V} \left(1 + \frac{1}{16} \frac{h^3 N}{(\pi mk)^{3/2}} \frac{1}{VT^{3/2}} + \dots \right) \\ (\Delta) & p = \frac{1}{20} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{2/3} \cdot \frac{h^3 N^{5/3}}{m} \frac{1}{V^{5/3}} + \frac{2^{4/3} \cdot \pi^{1/3}}{3^{5/3}} \cdot \frac{mk^2 N^{4/3}}{h^2} \cdot \frac{T^2}{V^{1/3}} + \dots \end{cases}$$

Poichè la (1) è istituita nell'ipotesi che l'energia interna U posseduta dal gas sia tutta energia cinetica di traslazione, dal teorema del viriale risulta

$$(6) \quad U = 3pV/2.$$

Ricordiamo ancora che la temperatura T che compare nelle relazioni precedenti coincide con la temperatura termodinamica ⁽¹⁾; sicchè potremo assumere come funzione di CARNOT proprio l'inverso della temperatura T ed usare quindi le equazioni della termodinamica nella forma semplificata che prendono appunto nel caso che la funzione di CARNOT sia l'inverso della temperatura termodinamica.

⁽¹⁾ Ciò proviene dal modo stesso con cui nella istituzione della (1) si introduce la temperatura T . Del resto la prova di questa coincidenza si può facilmente ottenere dalla diretta applicazione dei principi della termodinamica all'equazione (1).

In una trasformazione adiabatica reversibile (vedi poco più avanti al § 1) il prodotto $pV^{5/3}$ e la x rimangono costanti. Consideriamo allora due adiabatiche reversibili I, II corrispondenti ai valori x_1, x_2 di x e due trasformazioni isoterme reversibili alle temperature T', T'' . Poichè la quantità infinitesima di calore impegnata in una trasformazione infinitesima è, per il primo principio, espressa (in unità meccaniche) da $\frac{\partial U}{\partial V} dV + p dV$, le quantità di calore impegnate nelle trasformazioni finite compiute isotermicamente e reversibilmente alle temperature T', T'' per passare dall'adiabatica I a quella II, sono quindi rispettivamente

$$Q_{T'} = \int_I^{II} \left(\frac{\partial U}{\partial V} + p \right) dV, \quad Q_{T''} = \int_I^{II} \left(\frac{\partial U}{\partial V} + p \right) dV$$

dalle quali ricavasi, applicando le (6), (1), (3):

$$Q_{T'} = \frac{3}{2} NkT' \left(\frac{P(x_2)}{x_2} - \frac{P(x_1)}{x_1} \right) + \alpha \int_I^{II} \frac{P(x)}{V^{2/3}} dV$$

$$Q_{T''} = \frac{3}{2} NkT'' \left(\frac{P(x_2)}{x_2} - \frac{P(x_1)}{x_1} \right) + \alpha \int_I^{II} \frac{P(x)}{V^{2/3}} dV$$

1. Consideriamo una trasformazione adiabatica reversibile. In essa per il principio di MAYER $p dV + dU = 0$, e quindi introdotta la (6), ricavasi immediatamente che il prodotto $pV^{s/2}$ è costante, e perciò, a causa della (1), è costante anche la x ; e reciprocamente.

Da qui consegue, poichè il grado di degenerazione di un gas dipende proprio dal valore più o meno grande di x , che *nelle trasformazioni adiabatiche reversibili il grado di degenerazione è immutabile* e perciò non è possibile con trasformazioni siffatte portare il gas dalle condizioni classiche a quelle di forte degenerazione o viceversa.

Indicate con k_1, k_2 due opportune costanti, valgono dunque, per le adiabatiche reversibili, le equazioni:

$$(7) \quad pV^{s/2} = k_1$$

$$(8) \quad TV^{s/2} = k_2$$

dalle quali ⁽¹⁾ si deduce

$$(9) \quad pT^{-s/2} = k_1/k_2^{s/2} = \text{costante}$$

$$(10) \quad pV/T = k_1/k_2 = \text{costante}.$$

Le (7), (8), (9) mostrano che *qualunque sia il grado di degenerazione posseduto dal gas, le classiche leggi di POISSON, relative alle trasformazioni adiabatiche, rimangono valide per quel tanto che riguarda la costanza, lungo ogni adiabatica, dei prodotti $pV^{s/2}$, $TV^{s/2}$, $pT^{-s/2}$* ; ma palesemente i valori delle costanti k_1, k_2 non sono in generale quegli stessi che esigerebbe, per le medesime adiabatiche,

ma $d\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{2}{3} \frac{\alpha}{NkT} \frac{dV}{V^{s/2}}$, quindi

$$Q_{T'} = \frac{3}{2} NkT' \left[\frac{P(x_2)}{x_2} - \frac{P(x_1)}{x_1} - \int_{x_1}^{x_2} P(x) d\left(\frac{1}{x}\right) \right]$$

$$Q_{T''} = \frac{3}{2} NkT'' \left[\frac{P(x_2)}{x_2} - \frac{P(x_1)}{x_1} - \int_{x_1}^{x_2} P(x) d\left(\frac{1}{x}\right) \right]$$

dalle quali ricaviamo $Q_{T'}/Q_{T''} = T'/T''$ che prova appunto l'asserto.

⁽¹⁾ Dalle (1), (2), (3) è facile ricavare le espressioni di k_1 e k_2 in funzione di x , e precisamente: $k_1 = \alpha P(x)$, $k_2 = \alpha x/Nk$.

⁽²⁾ Benchè il procedimento qui seguito possa fare apparire necessario passare dall'equazione di stato (1) — che ha fondamento quantistico — per giungere alla dimostrazione della costanza nelle trasformazioni adiabatiche dei prodotti $pV^{s/2}$, $TV^{s/2}$, $pT^{-s/2}$, in realtà questa costanza è — come vedremo in altra nota — pura conseguenza termodinamica del teorema del viriale.

la teoria classica. Avvertiamo subito che, come vedremo più avanti ⁽¹⁾, non è da credere che tra gli esponenti $5/3$, $2/3$, $5/2$ e il rapporto γ dei calori specifici a pressione e a volume costante, intercorrano in generale le note relazioni valevoli nel caso classico: $\gamma = \frac{5}{3}$, $\gamma - 1 = \frac{2}{3}$, $\gamma/(\gamma - 1) = 5/2$.

La (10) poi che come le leggi di BOYLE e GAY LUSSAC, si riferisce al comportamento dell'espressione pV/T non costituisce come nel caso classico l'equazione caratteristica del gas, ma esprime anche essa la legge delle trasformazioni adiabatiche. Dal confronto della (10) con la (6) ricaviamo

$$(11) \quad U/T = \text{costante}$$

cioè in una trasformazione adiabatica reversibile l'energia interna posseduta dal gas (e quindi anche l'energia cinetica media posseduta da una molecola) è proporzionale alla temperatura assoluta del gas e reciprocamente.

Nella teoria classica questa proporzionalità ha luogo sempre, qualunque sia la trasformazione considerata; epperò la (11), *valevole a rigore solo per trasformazioni adiabatiche*, fa ben comprendere il profondo mutamento apportato dalle teorie quantistiche.

2. Un'altra importante conseguenza termodinamica della nuova teoria del gas perfetto consiste nel fatto che il *gas stesso risulta soggetto, contrariamente alla legge classica di JOULE, ad una pressione interna.*

Infatti questa che, per note relazioni termodinamiche è in generale data da

$$(12) \quad p_i = \frac{\partial U}{\partial v} = T \frac{\partial p}{\partial T} - p$$

nel nostro caso risulta

$$(13) \quad p_i = p \left(x \frac{P'}{P} - 1 \right)$$

ovvero

$$(14) \quad (p_i + p) \frac{V}{P'} = NkT$$

nelle quali $P' = dP/dx$.

Perchè p_i risultasse nulla occorrerebbe, come mostra la (13), che P fosse proporzionale ad x , condizione questa che, per le (4), non

⁽¹⁾ Vedi § 5.

è soddisfatta che nel caso di degenerazioni infinitamente piccole (x grandissimo), cioè nel caso limite classico (legge di JOULE). In generale dunque $p_i \neq 0$ e dalle (12) e (14) ricaviamo:

$$(15) \quad \begin{cases} (\delta) & p_i = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{16} \cdot \frac{N^2 h^3}{(\pi m)^{3/2} k^{1/2}} \cdot \frac{1}{T^{1/2} V^2} + \dots \\ (\Delta) & p_i = -p_0 + \frac{2^{4/3} \cdot \pi^{5/3}}{3^{5/3}} \cdot \frac{m N^{1/2} k^3}{h^3} \cdot \frac{T^3}{V^{1/2}} + \dots \end{cases}$$

nelle quali

$$p_0 = \frac{3^{3/2} \pi^{1/2}}{5 \cdot 2^{2/3}} \cdot \alpha \cdot \frac{1}{V^{2/3}}$$

è la pressione (esterna) cui il gas sarebbe soggetto quando, occupando lo stesso volume V , esso fosse portato allo zero assoluto, alla quale temperatura

$$(16) \quad p_i + p_0 = 0.$$

Come risulta dalle (15), e come potrebbe mostrarsi con tutta generalità dalla (13), la pressione interna cui è soggetto il gas ideale monoatomico è sempre negativa. Per questo fatto la pressione interna qui studiata, la quale ha origine e carattere prettamente statistico, si differenzia profondamente dalle pressioni interne, di origine e carattere dinamico, che nei gas reali provengono da attrazioni molecolari e che quindi risultano positive.

Sulla base di questi confronti si potrebbe in certo qual modo asserire che l'ipotesi fondamentale formulata col principio di esclusione PAULI-FERMI, sul quale si fonda la quantizzazione del gas monoatomico ⁽¹⁾, corrisponde negli effetti ad ammettere l'esistenza di particolari forze intermolecolari repulsive ($p_i < 0$) dipendenti da T e V ; ed anzi (osservando la (14) e notando che P' è funzione crescente da 0 ad 1 quando x varia da 0 a ∞) si sarebbe portati a completare il confronto dicendo che lo stesso principio PAULI-FERMI corrisponde negli effetti ad ammettere non solo l'esistenza di forze repulsive intermolecolari, ma ad ammettere anche che non tutte le molecole siano in media, istante per istante, in moto (traslatorio); ma solo una parte, $P'N$, che è tanto più grande quanto più alta è la temperatura e più grande è il volume del gas e che tende a raggiungere il numero totale N per T o V infinito mentre invece per $T \rightarrow 0$ (o $V \rightarrow 0$) le molecole tenderebbero tutte a rimanere in media ferme ($P' \rightarrow 0$), sicchè allora il gas sarebbe soggetto ad una pressione

(¹) Vedi FERMI, op. cit.

esterna giusto capace di contenere la tensione dovuta alle forze di repulsione intermolecolari (confronta equazione (16)) ⁽¹⁾.

3. Il fatto che il gas è soggetto ad una pressione interna non nulla, porta naturalmente di conseguenza che sia nella trasformazione adiabatica irreversibile di JOULE ottenuta per subitanea espansione adiabatica senza lavoro esterno e senza attrito, sia nella trasformazione adiabatica reversibile di JOULE-THOMSON ottenuta per efflusso adiabatico senza variazione di forza viva attraverso un sottilissimo rubinetto, la temperatura del gas deve mutare, contrariamente alle leggi di JOULE e THOMSON.

Nella trasformazione adiabatica irreversibile di JOULE, poichè gli stati estremi sono caratterizzati dall'appartenere ad una medesima isodinamica, avremo, (fornendo degli indici 1 e 2 i simboli delle grandezze rispettivamente relative allo stato iniziale e finale della trasformazione):

$$U_1 = U_2$$

cioè per le (6) ed (1):

$$(17) \quad (V_1/V_2)^{1/2} = P(x_1)/P(x_2)$$

e poichè $V_1/V_2 < 1$ e $P(x)$ è una funzione crescente di x , risulta

$$x_1 < x_2$$

cioè nella trasformazione adiabatica irreversibile di JOULE il grado di degenerazione decresce.

La (17) può essere scritta nella forma

$$T_1 P(x_1)/x_1 = T_2 P(x_2)/x_2$$

⁽¹⁾ Conviene anche osservare che l'esistenza d'una pressione interna porta di conseguenza che il primo principio della termodinamica deve scriversi nella forma

$$\delta q = C_v dT + (p + p_i) dV$$

dove δq è una quantità infinitesima di calore (misurata in unità meccaniche) ceduta o tolta al gas e C_v è il calore specifico a volume costante.

Osserviamo anche che per piccole degenerazioni dalle (15) e dalle (5) si ricava:

$$\left(p + \frac{2}{3} p_i\right) V = NkT$$

la quale mostra la correzione da apportare all'equazione classica traducendo le leggi di BOYLE e GAY LUSSAC per adattarla al caso di deboli degenerazioni; mentre nel caso di forti degenerazioni si ricava, dalle stesse (15) e (5):

$$p - p_i = 2p_0.$$

e poichè $P(x)x$ decresce al crescere di x si ha $T_1 < T_2$, cioè *nella trasformazione di JOULE si ha un aumento di temperatura.*

Considerando in particolare il caso che la trasformazione porti ad uno stato finale di degenerazione infinitamente piccola ($V_1 << V_2$), e quindi ad un valore di x infinitamente grande, avremo

$$T_2 = T_1 \frac{P(x_1)}{x_1} = n_1^{2/3} \frac{h^2}{2\pi mk} P(x_1)$$

dove n_1 indica il numero di molecole contenute nell'unità di volume all'inizio della trasformazione; e quindi ancora

$$T_2 - T_1 = n_1^{2/3} \frac{h^2}{2\pi mk} [P(x_1) - x_1]$$

da cui risulta che a parità di n_1 , il massimo di $T_2 - T_1$ ha luogo per $x = 0$, cioè $T_1 = 0$. Nel qual caso, per la (4Δ), si ha

$$T_2 = \frac{3^{2/3}}{2^{2/3} 5 \cdot \pi^{2/3}} \cdot \frac{h^2}{mk} \cdot n_1^{2/3}.$$

Nella trasformazione adiabatica reversibile di JOULE-THOMSON, possiamo assumere come misura J dell'effetto stesso, il quoziente $\partial T / \partial p$ tra la variazione infinitesima ∂T di temperatura che ha luogo nell'efflusso provocato da una differenza infinitesima ∂p di pressione. Chiamate H l'entalpia posseduta dal gas, per note relazioni termodinamiche è:

$$\frac{\partial T}{\partial p} = \frac{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{T = \text{cost.}}}{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{p = \text{cost.}}}$$

e poichè in generale $H = U + pV$, nel nostro caso avremo $H = \frac{5}{2} pV$, e quindi

$$J = \frac{V + p \frac{\partial V}{\partial p}}{p + \frac{\partial V}{\partial T}}.$$

Per il calcolo di J conviene ricavare dalle (5) l'espressione di V in funzione di p e T :

$$(19) \quad \begin{cases} (\delta) & V = \frac{NkT}{p} \left\{ 1 + \frac{1}{16} \cdot \frac{h^3}{(\pi m)^{3/2} k^{3/2}} \cdot \frac{p}{T^{3/2}} + \dots \right\} \\ (\Delta) & V = A^{2/3} \left\{ \frac{1}{p^{2/3}} + \frac{3}{5} \frac{B}{A^{1/3}} \cdot \frac{T^2}{p^{7/3}} + \dots \right\} \end{cases}$$

dove per comodità si è posto

$$A = \frac{1}{20} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{2/3} \cdot \frac{h^2 N^{5/3}}{m}, \quad B = \frac{2^{4/3} \pi^{8/3}}{3^{5/3}} \cdot \frac{mk^2}{h^2}.$$

Introdotte le (19) nella (18) si ha:

$$(\delta) \quad J = \frac{1}{16} \frac{h^2}{(\pi m)^{3/2} k^{5/2}} \frac{1}{T^{3/2}} = - \frac{2}{3} \frac{1}{Nk} \frac{p_i}{p} V + \dots$$

$$(\Delta) \quad J = \frac{1}{3} \frac{A^{1/5}}{B} \frac{1}{p^{4/5} T} + \dots$$

Particolare degno di rilievo è che nel caso (δ) l'effetto JOULE-THOMSON è indipendente dal volume specifico e risulta inversamente proporzionale alla potenza $3/2$ della temperatura assoluta.

4. Chiamati C_p e C_v i calori specifici a pressione e a volume costante (misurati in unità meccaniche) da note relazioni termodinamiche, abbiamo:

$$C_p - C_v = - T \frac{\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)^2}{\frac{\partial p}{\partial V}}, \quad C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V = \text{cost.}}$$

dalle quali applicando le (5) ricaviamo:

$$(\delta) \quad C_p - C_v = Nk \left(1 - \frac{3}{16} \frac{Nh^2}{(\pi mk)^{3/2}} \cdot \frac{1}{VT^{3/2}} + \dots \right)$$

$$(\Delta) \quad C_p - C_v = \left(\frac{2\pi}{3^{1/2}} \right)^6 \frac{m^2 k^4}{h^6 N} T^2 V^2 + \dots$$

$$(\delta) \quad C_v = \frac{3}{2} Nk \left(1 - \frac{1}{2 \cdot 16} \frac{Nh^2}{(\pi mk)^{3/2}} \cdot \frac{1}{VT^{3/2}} + \dots \right)$$

$$(\Delta) \quad C_v = \frac{2^{4/3} \pi^{8/3}}{3^{5/3}} \frac{m N^{4/3} k^2 T V^{2/3}}{h^2} + \dots$$

$$(\delta) \quad C_p/C_v = \frac{5}{3} \left(1 - \frac{1}{16} \frac{Nh^2}{(\pi mk)^{3/2}} \cdot \frac{1}{VT^{3/2}} + \dots \right)$$

$$(\Delta) \quad C_p/C_v = 1 + \left(\frac{2^{14} \cdot \pi^{10}}{3^7} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{mk}{h^2 N^{2/3}} \right)^2 \cdot (TV^{2/3})^2 + \dots$$

dalle quali in particolare risulta che la differenza tra il calore specifico a pressione costante e quello a volume costante tende a zero con T , proporzionalmente al cubo di questa.

5. I risultati esposti nei §§ precedenti rendono lo studio delle varie trasformazioni generalmente considerate nella termodinamica ben facile ed immediato, sicchè crediamo superfluo soffermarci su di esse. Aggiungiamo solo l'espressione dell'entropia in immediata prossimità dello zero assoluto (dedotta, ad esempio, con una trasformazione isocora condotta dallo zero assoluto alla temperatura infinitamente vicina T):

$$S = Nk \cdot \left(\frac{4\pi^4}{3} \right)^{2/3} \frac{mk}{h^2 N^{2/3}} \cdot T V^{2/3}.$$

Pisa, Istituto di Fisica Tecnica, giugno 1928.

SULLA LOCALIZZAZIONE DEGLI ANELLI DI NEWTON

Nota di VASCO RONCHI e GINO GIOTTI

Sunto. — *Partendo dal modo di considerare gli anelli di NEWTON come frange d'interferenza fra due calotte di onde sferiche coassiali, coi centri non coincidenti, già esposto in una Nota precedente in cui si trattava solo di sorgenti puntiformi, si studia ora il comportamento di questi sistemi di frange, quando la sorgente è estesa.*

Si determina così la situazione di un piano di localizzazione, che non solo può essere all'infinito, o nella lamina, ma anche in un'altra posizione qualunque fra questi estremi.

Si accenna ad alcune prove sperimentali e alla spiegazione che questo studio fornisce di un curioso fenomeno presentato dallo spettrografo Zeiss del grande riflettore dell'Osservatorio di Merate.

In una nota precedente ⁽¹⁾ è stato mostrato come la considerazione delle frange di interferenza fornite da due onde sferiche in piani normali o quasi alla congiungente dei due centri delle onde, o in piani ad essa paralleli, diviene particolarmente semplice pur di ricorrere a formule di approssimazione, del resto valide per tutte le applicazioni e le interpretazioni dei fenomeni interferenziali in questione. Usufruendo di quei risultati ci proponiamo di dimostrare con la nota presente, quale sia l'effetto, rispetto ad una sorgente luminosa, *estesa*, di una lamina limitata comunque da due superficie appartenenti ad un sistema ottico centrato.

Di una sorgente puntiforme S sull'asse del sistema ottico, le due superficie limitanti la lamina forniscono due immagini S_1, S_2 che, nell'approssimazione dell'omografia gaussiana, sono stigmatiche. Applicando i risultati della nota citata, in ogni piano di fronte si ha un sistema newtoniano di anelli d'interferenza con il centro sull'asse: invece quando si sostituisce la sorgente puntiforme S con una sorgente estesa, ad es., contenuta in un piano di fronte, in un

⁽¹⁾ RONCHI, *Sulla teoria delle frange del Brewster*. « N. Cim. », aprile 1927.

piano *qualunque* i sistemi newtoniani elementari forniti per interferenza dalle onde aventi i centri nei punti corrispondenti delle immagini S_1, S_2 di S , si sovrappongono, dando luogo ad un'illuminazione praticamente uniforme del piano.

In tali condizioni mostreremo l'esistenza di un piano di *localizzazione* delle frange: di un piano, cioè, in cui i sistemi newtoniani elementari si sovrappongono, almeno nella parte per cui è valida l'approssimazione di GAUSS, dando luogo ad un unico sistema newtoniano.

Siano Σ_1 e Σ_2 (fig. 1) le due superficie sferiche del sistema centrato limitanti la lamina: sull'asse x assumiamo come verso positivo quello che da Σ_2 va verso Σ_1 , assumiamo come origine la traccia

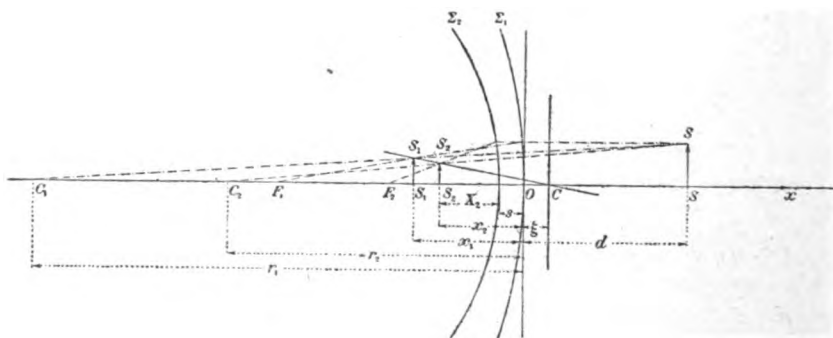


Fig. 1

su Σ_1 di x ; allora sia s l'ascissa della traccia di x su Σ_2 ; e r_1, r_2 le ascisse dei centri di Σ_1 e Σ_2 rispettivamente. Sia infine d l'ascissa del piano di fronte contenente la sorgente luminosa. Per riflessione su Σ_1 e Σ_2 , di S abbiamo due immagini contenute in due piani di fronte π_1 e π_2 . Per le loro ascisse x_1 e X_2 dai vertici di Σ_1 e Σ_2 abbiamo allora,

$$(1) \quad x_1 = \frac{dr_1}{2d - r_1}, \quad X_2 = \frac{(d-s)r_2}{2(d-s) - r_2}$$

e, per gl'ingrandimenti laterali I_1 e I_2 relativi ai due piani di fronte cioè alle immagini S_1 e S_2 ,

$$(2) \quad I_1 = \frac{-r_1}{2d - r_1}, \quad I_2 = \frac{-r_2}{2(d-s) - r_2}.$$

Le immagini S_1 e S_2 sono omotetiche; il loro centro di omotetia C individua il piano di fronte in cui si ha la localizzazione degli anelli.

Sia ξ la sua ascissa. Siccome, poi, per l'ascissa di S_2 rispetto all'origine Σ_1 si ha

$$x_2 = X_2 + s$$

resulta

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{x_1 - \xi}{x_2 - \xi}; \quad \xi = \frac{1}{I_1 - I_2} (I_1 x_2 - I_2 x_1)$$

e quindi

$$(3) \quad \xi = \frac{1}{I_1 - I_2} (I_1 X_2 - I_2 x_1 + I_1 s).$$

Il caso per cui è identicamente $I_1 = I_2$ corrisponde alla lamina a faccie parallele e si ha $\xi = \infty$, cioè la localizzazione è *all'infinito* indipendentemente dalla posizione della sorgente.

Il caso $s = 0$ corrisponde alle superficie a contatto. Si ha allora,

$$\xi = \frac{1}{I_1 - I_2} (I_1 X_2 - I_2 x_1)$$

e per le (1) e (2) $\xi = 0$; cioè la localizzazione è nel piano che tocca la lamina.

Gli apparecchi didattici per mostrare gli anelli di Newton rientrano in questo caso con la particolarità, in generale, che uno dei raggi di curvatura delle superficie limitanti la lamina è infinito.

Questo caso particolare, senza supporre nullo lo spessore della lamina, fornisce dunque dalla (3) ponendo $r_1 = \infty$, $I_1 = 1$; $r_2 = r < 0$

$$\xi = \frac{\frac{(d-s)r}{2(d-s)-r} - \frac{d}{2(d-s)-r} + s}{1 + \frac{r}{2(d-s)-r}} = s \frac{(d-s-r)}{d-s}$$

e facendo le riduzioni, con approssimazione sufficiente,

$$(4) \quad \xi = -\frac{sr}{d}.$$

Per $s = 0$ che è il caso comune, dei vetri a contatto, è $\xi = 0$ cioè il piano di localizzazione è nella lamina; ma per forti raggi di curvatura della faccia convessa per i quali però il parametro del sistema newtoniano, cioè il raggio del primo anello, non superi la semiapertura dell'apparecchio ξ può divenire apprezzabile anche per piccolissimi valori di s .

Ad es. per

$$r = -10^4 \text{ cm.}, \quad s = 10^{-3} \text{ cm.}, \quad d = 10 \text{ cm.}$$

resulta

$$\xi = 1 \text{ cm.}$$

Dalla (4) si deduce ancora che, per sorgenti reali, il piano di localizzazione è virtuale, e viceversa; d'altra parte il piano si allontana dalla lamina al crescere di s e al diminuire di d . A parità di certe condizioni si osserverà però, che al disotto di un certo valore assoluto di d non è possibile andare in quanto che il parametro degli anelli cresce continuamente con l'allontanarsi del piano di localizzazione, e quindi il fenomeno, compatibilmente con l'apertura del sistema, cessa di essere praticamente osservabile. Ciò è subito visto, considerando per semplicità il caso della sorgente puntiforme assiale. Il parametro ρ nel piano di ascissa ξ risulta allora espresso dalla formula della nota citata

$$\rho^2 = \frac{2\lambda R(R-r)}{r} = \frac{2\lambda}{\frac{1}{R-r} - \frac{1}{R}}$$

dove per il caso nostro porremo, trascurando s , $R = \xi + d$, $R - r = \xi - x_2$, e quindi

$$\rho^2 = \frac{2\lambda}{\frac{1}{\xi - x_2} - \frac{1}{\xi + d}} = -\frac{\lambda}{d^2} [\xi + d] [\xi(d - r) + d(\xi + r)],$$

la quale dimostra l'asserto invitando ad ogni modo alla considerazione che quando ρ^2 resulti negativo al diminuire di d , dopo essere passato per l'infinito, devesi cambiar segno al secondo membro. Ed è ben naturale che per $d = -\xi$, per il qual valore si annulla il denominatore dell'espressione di ρ^2 , l'espressione perda significato, infatti una delle immagini di S cade nel piano ξ .

Aggiungeremo che, per quanto il piano di localizzazione si allontani dalla lamina al crescere di s , occorrerà necessariamente limitarsi alla considerazione di piccoli valori di s affinchè il fenomeno interferenziale sia osservabile.

I ragionamenti fatti non presuppongono l'esistenza di un mezzo diverso da quello in cui si trova la sorgente S , che generalmente sarà nell'aria. In realtà le superficie Σ_1 , Σ_2 del sistema centrato appariranno sempre a mezzi otticamente distinti da quello ambiente. Comunque le due superficie Σ_1 e Σ_2 , attraverso le varie superficie diottriche che saranno da considerarsi nel sistema centrato, forniranno *nell'aria* due immagini della sorgente S per le quali sarà sempre possibile calcolare le rispettive x_1 , x_2 e I_1 , I_2 e, quindi la ξ .

Per la verità sperimentale, di ciò naturalmente va tenuto conto. L'esperienza è stata fatta prendendo un apparato didattico per gli anelli di Newton costituito da una lamina a faccie piane e parallele di cm. 0,79 di spessore e da una piana convessa dello stesso spessore centrale. Di questa venne determinato il raggio di curvatura tanto per riflessione quanto ricorrendo alla misura degli anelli che l'apparecchio fornisce in luce del sodio.

Dalle due determinazioni risultò $r = -55$ m. La (4), per una sorgente estesa posta a 50 cm. dall'apparecchio e per $s = -0,1$ cm. fornisce $\xi = -11$ cm.

Se invece teniamo conto del cammino che la luce percorre nel vetro della lamina a faccie parallele anteriore, si trova per $n = 1,53$ del crown ordinario: $\xi = -11,5$ cm. La piccola differenza ci consentiva quindi di fare rapidamente il calcolo con la (4): tanto più che era da attendersi una certa profondità della regione in cui le frange sono nitide, nonchè una curvatura del campo di massima nitidezza.

Un vetro smerigliato posto davanti alla finestra di una lampada a mercurio forniva la sorgente estesa che fu posta un po' spostata rispetto all'asse dell'apparecchio per gli anelli, montato sopra un banco ottico disposto parallelamente al fascio riflesso. Questo veniva ricevuto in un cannocchiale che poteva essere messo a fuoco su piccole distanze. Una volta posti a fuoco gli anelli nel campo l'apparecchio di Newton veniva mosso lungo il banco fino a che non apparisse a fuoco un segno fatto sulla faccia anteriore dell'apparecchio. Si otteneva così, per ogni posizione della sorgente e per ogni spessore interposto fra i due vetri dell'apparecchio, la posizione rispetto a questo del piano di localizzazione.

Come è ben naturale, venne osservato che ruotando di mezzo giro l'apparecchio il piano di localizzazione diveniva reale. Infatti, a parte il variare di certe condizioni di dettaglio la r cambiava di segno e con essa anche la ξ .

Appare evidente che la determinazione del piano di localizzazione degli anelli di Newton forniti da sottili lamine d'aria quali possono essere quelle fra le varie lenti di un obbiettivo, potrebbe servire a determinare indirettamente lo spessore della lamina. Il che potrebbe servire di aiuto durante la montatura di un sistema ottico.

Il fatto che una variazione ds dello spessore della lamina che ci ha servito per l'esperienza ha per conseguenza una variazione

$$d\xi = -ds \frac{r}{d}$$

della posizione del piano di localizzazione, potrebbe spiegare una curiosa e notevole anomalia riscontrata nello spettrografo Zeiss connesso al riflettore di 102 cm. di diametro dell'Osservatorio astronomico di Merate.

Ivi accadeva che gli spettrogrammi di corpi celesti estesi apparissero talora sovrapposti ad un sistema di frange che davano allo spettro l'apparenza di uno spettro scannellato se le frange presentavansi parallele alle righe spettrali; mentre talvolta si presentavano oblique rispetto alle righe e talvolta sparivano.

In quest'ultimo caso però, esplorando le regioni contigue al piano focale, si perveniva sempre ad una posizione dello schermo in cui le frange diventavano nette. Si aveva cioè una posizione variabile del piano di localizzazione delle frange che, se coincideva con il piano focale, produceva il detto fenomeno molto disturbante.

Una lamina d'aria nell'obbiettivo del collimatore, di spessore anche leggermente variabile in dipendenza di cause che qui non è possibile indagare, ma che è possibile ammettere data anche la grande mobilità dello strumento soggetto al movimento equatoriale della montatura, giustificherebbe a sufficienza l'anomalia.

Istituto d'ottica di Arcetri. Firenze, Maggio 1928.

SULLA DIMOSTRAZIONE DEL TEOREMA DI MALUS - DUPIN

Nota del dott. GINO GIOTTI

Scopo della presente nota è di fornire una semplice dimostrazione del teorema di MALUS-DUPIN, del quale ricordiamo l'enunciato:

« In un mezzo d'indice n_i , sia Σ una superficie d'onda relativa ad una sorgente puntiforme S di un mezzo d'indice n_0 ; nel mezzo d'indice n_i , ogni raggio della congruenza trasformata per riflessioni e rifrazioni del cono pieno di raggi con vertice in S , è normale a Σ ».

o più semplicemente:

« Le traiettorie luminose sono normali alle rispettive superficie d'onda ».

Premettiamo il seguente teorema di cui, a maggior chiarezza, diamo la dimostrazione.

« Se due superficie Σ_1 e Σ_2 hanno in comune un punto generico P , e nell'intorno di P , l'una giace rispetto all'altra tutta da una stessa parte, le due superficie hanno in P la stessa normale ».

Infatti siano

$$z_1 = f(xy); \quad z_2 = \varphi(xy)$$

le equazioni delle due superficie Σ_1 e Σ_2 .

Per semplicità, assumeremo P come origine delle coordinate e il piano tangente in P a Σ_1 , come piano xy .

Con notazioni evidenti, sviluppando z_1 e z_2 fino ai termini di terzo ordine, abbiamo:

$$z_1 = \frac{x^2}{2} r_1 + xy s_1 + \frac{y^2}{2} t_1 + T_1$$

$$z_2 = xp_2 + yq_2 + \frac{x^2}{2} r_2 + xy s_2 + \frac{y^2}{2} t_2 + T_2$$

e quindi

$$z_2 - z_1 = xp_2 + yq_2 + \frac{x^2}{2} (r_2 - r_1) + xy(s_2 - s_1) + \frac{y^2}{2} (t_2 - t_1) + T_2 - T_1.$$

La differenza $z_1 - z_2$ è sempre positiva per ipotesi. Dalla teoria delle forme quadratiche si deduce facilmente che sono allora soddisfatte le condizioni

$$r_2 - r_1 > 0; \quad (r_2 - r_1)(t_2 - t_1) - (s_2 - s_1)^2 > 0; \quad p_2 = q_2 = 0$$

l'ultima delle quali dimostra il teorema.

Sia ora in un mezzo d'indice n_i una superficie d'onda Σ definita analiticamente da $C(xyz) = k$, corrispondente al valore k del cammino ottico contato a partire da S , sorgente puntiforme di un mezzo d'indice n_0 .

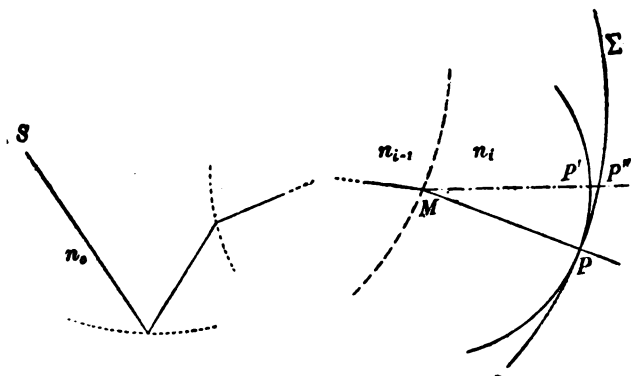


Fig. 1

Sia SMP un cammino ottico reale, e sia M il punto d'incontro della traiettoria con la superficie di separazione tra il mezzo n_{i-1} e il mezzo n_i .

Consideriamo la sfera con centro M e raggio MP , e un punto P' della sfera nell'intorno di P . Sia infine P'' il punto d'incontro di MP' con Σ .

Per il principio di FERMAT, il cammino SMP , fra tutti i cammini SMP'' , è massimo o minimo; dunque i punti P' della sfera giacciono tutti da una stessa parte rispetto a Σ e, quindi per il lemma premesso, MP è normale a Σ .

Istituto d'Ottica, Arcetri (Firenze), Luglio 1928.

SPETTRO CONTINUO E SPETTRO D'ARCO DEL BROMO

Nota di N. SIRACUSANO ⁽¹⁾

Sunto. - Viene esaminato lo spettro del bromo ottenuto con la scarica senza elettrodi nella regione 3000-2100 Å. La possibilità di regolare a volontà le condizioni di eccitazione ed operare in atmosfera di gas molto puro hanno permesso ricavare nuovi risultati; in questa prima Nota vengono esposti i seguenti: 1. Si ricava uno spettro totalmente continuo. 2. La banda continua 2930 Å (FOWLER e STRUTT) subisce un'evoluzione al variare dell'eccitazione che fa ritenere lo spettro continuo appartenente ad un livello di energia più basso rispetto a quello che produce questa banda. 3. Viene identificato lo spettro di arco in questa regione.

1. La scarica elettrica nei tubi senza elettrodi fu scoperta nel 1884 da HITTORF ⁽²⁾ ed esaminata più dettagliatamente nel 1891 da THOMSON ⁽³⁾. Nella disposizione impiegata da questo secondo fisico veniva utilizzata la corrente di scarica di due grosse bottiglie di Leyda. All'interno di una bobina collocava un tubo di vetro (od un pallone) nel quale operava un vuoto spinto (raggiungendo l'ordine di $\frac{1}{100}$ di mm. di Hg.). Azionando il rocchetto con l'opportuno intervallo esplosivo del circuito oscillante il tubo s'illuminava di una luce rosea che, osservata in direzione dell'asse, aveva l'apparenza di un anello luminoso aderente alle pareti. Questo tipo di elettroluminiscenza possiede notevoli pregi spettroscopici. Così: a) Essendo il campo elettrico rispetto a qualsiasi diametro del tubo lo stesso, è possibile mantenere, rimanendo costanti, pressione del gas ed eccitazione esterna, la costanza dello spettro; b) la mancanza di elettrodi diminuisce quelle impurità derivanti da essi (gas occlusi nel metallo, prodotti di reazione fra l'elemento cimentato ed il metallo, ecc.);

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Catania.

⁽²⁾ HITTORF, « Proc. Roy. Soc. », 1884.

⁽³⁾ J. J. THOMSON, « Phil. Mag. », 1891-92.

c) in condizioni opportune di pressione ed eccitazione esterna fornisce le diverse forme di spettro possibili per il gas o vapore preso in esame; d) lo spettro di linee si presenta piuttosto ricco in linee di scintilla.

Scopo della ricerca.

2. Lo spettro di bande e lo spettro continuo del bromo, ed in generale degli alogeni, non sono ancora sufficientemente conosciuti. Una esatta nozione, sia di misure che di condizioni di produzione si presenta necessaria per molteplici questioni di Chimica-Fisica, così ad esempio per il calcolo del lavoro di dissociazione molecolare ⁽¹⁾ la determinazione dell'energia di elettro-affinità ecc. ⁽²⁾.

Dopo i lavori classici di EDER e VALENTA, poche ricerche sono state tentate in proposito.

Per quanto concerne lo spettro di linee un notevole contributo ha apportato due anni addietro una ricerca di TURNER ⁽³⁾ nell'ultravioletto di SCHUMANN. Per il dominio visibile e per l'ultravioletto ordinario non sembra che lo spettro d'arco sia stato ben riconosciuto finora nella regione 3000-2100 ÅÅ.

Le proprietà della scarica anulare avanti enunciate mostrano l'opportunità di tentare questa via per colmare le dette deficienze.

Per separare gli spettri di scintilla questa ricerca fu tentata lo scorso anno da L. ed E. BLOCH ⁽⁴⁾ i quali però, mentre ottengono uno spettro di righe ricchissimo, non fanno cenno a risultati, nella regione 3000-2100 ÅÅ sugli spettri continui, di bande e di arco.

Io ho ritenuto che tale assenza dovesse provenire dal metodo impiegato per ricavare il gas necessario. Essi infatti utilizzano la azione dissociante della scarica sul sale sodico finemente polverizzato e collocato nell'interno del tubo. Ora, a parte gl'inconvenienti derivanti dalla impurità determinata dal metallo alcalino sullo spettro, è probabile che, per il valore elevato dell'energia necessaria per la dissociazione del sale e per le basse pressioni del gas nel tubo (necessarie perchè la scarica passi), lo stato molecolare, proveniente dalla ricombinazione degli atomi di bromo, sia molto ridotto, almeno nello spazio dove il campo elettromagnetico è molto intenso, cioè dove passa la scarica. Per queste ragioni ho voluto tentare ancora la ricerca. In questa Nota presento i risultati nel dominio 3000-2100 ÅÅ.

⁽¹⁾ BORN-BLANCHARD, 1922, pag. 59.

⁽²⁾ Cfr. CAMPETTI, « Nuovo Cimento » - *Rivista*, 1927.

⁽³⁾ TURNER, « Phys. Rev. », 1926.

⁽⁴⁾ L. e E. BLOCH, « C. R. », 1927 - « Jour. de Phys. e Ch. », Giugno, 1927.

Dispositivo sperimentale.

3. Il dispositivo per la scarica era totalmente in vetro (Fig. 1). Due finestre di quarzo vennero accuratamente masticiate alle estremità del tubo (S), evitando che anche piccole tracce di mastice penetrassero nello spazio interno. Un essiccatore (E) contenente P_2O_5 , molto vicino ad (S) ed un tubo (F) chiuso in basso, erano saldati alla canalizzazione. In questo secondo s'introduceva qualche grammo di $CuBr_2$ puro (fabbricato dalla *Kahlbaum* per commissione speciale) e reso totalmente anidro previo lento riscaldamento in stufa.

L'introduzione veniva fatta attraverso un'apposita appendice (T) saldata nella direzione di (F), che veniva in seguito chiusa alla fiamma. Così era evitato che granellini della sostanza potessero cadere in (S) e provocare impurità nello spettro per il dissociarsi del sale ramico sotto l'azione della scarica. Fu anche costruito un secondo tubo identico ad (S) senza essiccatore e tubo (F), che poteva essere sostituito al primo comodamente, mediante giunto normale. Questa precauzione mi è sembrata indispensabile per ottenere una rigorosa eliminazione dei risultati spettroscopici estranei al bromo. Non mi pare che si possano ritenere sufficienti le tavole e gli atlanti spettroscopici per la proprietà (1-c) avanti ricordata. Ed infatti ottenni uno spettro dell'aria che possiede molte nuove righe, sebbene solo qualcuna fu ritrovata negli spettrogrammi del bromo. Descriverò e presenterò una tavola di lunghezze d'onda di questo spettro dell'aria in una nota a parte.

4. *Il dispositivo elettrico* non differisce sostanzialmente da quello impiegato dal THOMSON. Come sorgente di energia adoperai una ottima macchina elettrica del tipo TÖPLER-HOLTZ, azionata da un motore di 2 HP opportunamente regolato. Le macchine elettriche, come riconobbe lo stesso THOMSON, si prestano meglio per questo scopo. Come spinterometro mi valse sia di quello della macchina stessa, che di uno con vite micrometrica ed elettrodi di zinco collocato in maniera da poterlo manovrare anche durante il funzionamento. Per il collocamento della bobina trovai le migliori condizioni avvolgendo al tubo (S) spire di filo di rame isolato che facevano capo a due morsette in ebanite strette alle estremità del tubo. Le due mascelle (M) erano collegate fra di loro da due lunghe viti in ottone che avevano anche l'ufficio di serrafili. In questo modo avevo la massima simmetria del campo elettrico rispetto all'asse del tubo.

Come *sistema dispersivo* impiegai due spettrografi, uno in quarzo con scala di lunghezza d'onda (HILGER E 3) ed un altro in vetro.

(FUESS) a deviazione costante, per la parte visibile; questo poteva funzionare anche da spettroscopio. La contemporaneità delle pose fu ottenuta con l'ausilio di un prisma a riflessione totale collocato in modo da usufruire una estremità del tubo per ciascun spettrografo. La luce venne concentrata sulla fenditura dello spettrografo HILGER per mezzo di una lente sferica di quarzo e per il FUESS per mezzo di un obbiettivo fotografico. Come lastre feci uso per questo spettrografo, principalmente di *super-rapide Cappelli*. Per l'HILGER in un primo tempo, per mancanza in Italia del formato (cm. 10×25), adoperai le *super-rapide Cappelli* 10×15 , che trovai veramente eccellenti; in seguito per l'arrivo delle lastre « Wellington » commissionate alla HILGER, feci anche uso di queste.

Per introdurre il bromo in (*S*) bastava scaldare con un forno a resistenza (*R*) il tubo contenente il bromuro di rame. Questo composto, com'è noto, intorno a qualche centinaia di gradi, si dissocia in bromuro rameoso e bromo. L'essiccatore (*E*) molto vicino ad (*S*) manteneva ben secca quest'atmosfera di bromo.

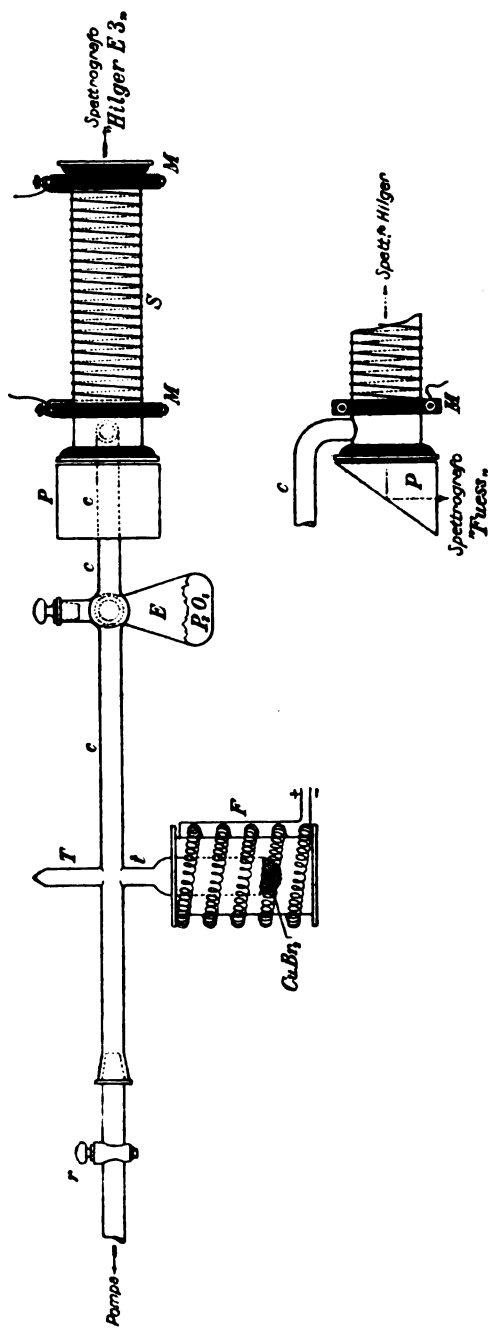
Le misure di lunghezza d'onda furono eseguite sulle lastre riferendomi al metodo d'interpolazione suggerito dalle istruzioni annesse allo spettrografo HILGER (formula di HARTMANN). Furono per lo scopo ricavate con la scarica condensata gli spettri del cadmio, dello Zn e del Mg e confrontate all'atlante fotografico e alle tavole di EDER e VALENTA. Mi valse anche di qualche riga dello spettro dell'Al.

Di massima gli esperimenti procedevano nel seguente modo: Dapprima operavo un vuoto spintissimo fino alla estinzione della scarica (aria) e, avendolo prolungato ancora per qualche tempo (un quarto d'ora circa), riscaldando il tubo (*F*), ottenevo quella quantità di bromo necessaria per l'apparizione della scarica (l'apparecchio poteva essere separato dalla pompa mediante il rubinetto *r*). Di regola però occorreva prolungare il vuoto; in ogni caso, tuttavia, regolando opportunamente la temperatura del forno, mi fu sempre possibile mantenere la costanza della scarica. Nella stessa lastra furono sovrapposti da 2 a 6 spettri presi ad eccitazione crescente, che ottenevo con l'aumentare la distanza esplosiva del circuito oscillante.

Apparenza della scarica e spettro.

5. Distinguo quattro fasi caratteristiche per la scarica osservate a tensioni crescenti:

I) Distanza esplosiva del circuito oscillante fra 2 mm. e 3 mm. Ha l'aspetto di una luminescenza diffusa color bleu-pallido. Con lunghe pose, da 30^m a 45^m, mi fu possibile ricavare lo spettro. Esso è



continuo, solcato da debolissime righe corte. Ritengo però che queste righe siano estranee allo spettro di questa fase; la loro presenza si deve al fatto che per così lunghe pose non è possibile mantenere assolutamente stabile la scarica. Questo spettro si estende fra 4800 Å circa e 2300 Å, l'intensità diminuisce regolarmente dal primo estremo all'altro.

II) Distanza esplosiva fra 6 mm. e 7 mm. Osservata normalmente al tubo appare come una lunga fiamma giallo-oro e si estende circa 4 cm. di là degli estremi dell'avvolgimento. Guardando in direzione dell'asse del tubo si vede l'anello luminoso ben netto e della stessa tinta. In queste condizioni furono sufficienti in media 2^m di posa per ricavare una prova fotografica. Lo spettro continuo si rafforza e si estende fino a 2200 Å. Le righe precedentemente considerate sono più lunghe e più intense, esse formano un gruppo caratteristico che indico con [a]. Appare la banda continua 2930-2890, che è meglio delimitata dalla prima estremità. Nuove righe corte si presentano.

III) Distanza esplosiva da 1 cm. a 2 cm. La scarica si decolora in azzurro-chiaro molto brillante. Le estremità della fiamma conservano la colorazione giallo-oro, però acquistano l'aspetto di una luminosità diffusa. L'anello luminoso presenta queste due colorazioni, la seconda localizzata al centro. In questa fase furono sufficienti 30 s. di posa per ottenere uno spettrogramma. Lo spettro continuo è intenso al centro meno esteso (si raccorcia dall'estremo ultravioletto). La banda 2930-2890 ÅÅ si restringe pure al centro. Lo spettro si presenta più ricco di linee e si estende sempre di più nell'ultravioletto.

IV) Distanza esplosiva fra 3 cm. e 4 cm. La scarica anulare è brillantissima ed investe quasi tutta la sezione del tubo: la luminosità gialla, localizzata al centro, sparisce. Osservando normalmente al tubo si scorge la stessa colorazione dell'anello, cioè azzurro-chiaro intensissima, però i bordi della fiamma presentano, non sempre, la luminosità diffusa giallo-oro. Lo spettro è di righe. La banda 2930 Å sparisce totalmente. Furono sufficienti in questa fase da dieci a quindici secondi di posa per avere uno spettrogramma. La Fig. 3 mostra, prevalentemente, le evoluzioni dello spettro nelle fasi II, III e IV. Si nota in maniera chiara come la colorazione giallo-oro nelle diverse fasi sia legata alle evoluzioni della banda 2930 Å. In quest'ultima fase nuove righe corte sopravvengono, mentre quelle delle fasi II, III, IV sono quasi tutte lunghe.

Occorre notare che le condizioni di stabilità della II fase sono molto difficili a realizzarsi. La colorazione giallo-oro sparisce molto facilmente e con essa si modifica lo spettro.

Esamina i qualche volta la scarica a pressioni decrescenti. In generale, entro certi intervalli di pressione, essa obbedisce a variazioni analoghe e nello stesso ordine di quelle descritte precedentemente. Ciò era naturale attendersi, perchè, al diminuire della pressione aumenta il cammino libero medio degli elettroni e perciò aumenta la ionizzazione per urto. A pressioni molto basse, quando si approssima la pressione critica, la scarica è molto diffusa e più pallida. Lo spettro è semplicemente di righe, però più deboli, alcune anzi spariscono. Non avendo preparata una disposizione opportuna per la misura delle pressioni, molto difficile per il caso del bromo tenuto conto ancora delle piccolissime pressioni da misurare, non mi sono soffermato su questo studio, sebbene ritengo sia di un certo interesse, anche per quanto concerne il meccanismo della scarica anulare.

Variazioni dello spettro causate da impurità del gas.

6. *Togliendo l'essiccatore (E)* ricavi notevoli variazioni d'intensità che prendono origine assieme alla banda 3064 Å del vapor d'acqua. Rilevai una marcata dipendenza fra l'intensità di questa banda e la 2930 del vapore d'acqua su menzionata. In generale se la prima è intensa la seconda è debole e viceversa. Alcune righe delle più intense subiscono, in maniera però meno spiccata, evoluzioni analoghe. Ad eccitazione crescente apparve dapprima la banda 3064; quando questa era molto intensa, spariva quella del bromo.

Discussione sui precedenti risultati.

7. a) Lo spettro continuo del bromo, fu ricavato da altri A.A., con diverso tipo di elettroluminiscenza, però non fu possibile sinora isolarlo dalla sovrapposizione di bande dello stesso bromo e di elementi estranei.

ANGERER e MÜLLER ⁽¹⁾ lamentano questa deficienza sul calcolo dell'energia di elettroaffinità. In ogni caso però non mi fu possibile eliminare totalmente la sovrapposizione di righe; sebbene il fatto che queste righe si presentano rafforzate al crescere dell'eccitazione e sono più intense quando è più intensa la colorazione giallo-oro ed infine spariscono, od almeno sono molto deboli, quando cessa questa, mi fanno supporre che esse provengano dalla seconda fase della

(¹) ANGERER e MÜLLER, « Phys. Zeit. », 1926.

scarica. La banda continua 2930 Å è probabile che dipenda direttamente dall'energia elettromagnetica del campo, cioè non sia d'attribuire a banda di fluorescenza del bromo, eccitata da radiazioni del tipo X molli, riconosciute per la scarica anulare recentemente dallo stesso J. J. THOMSON ⁽¹⁾ e studiate anche, per il bromo, da L. ed E. BLOCH ⁽²⁾. L'evoluzione che essa subisce al crescere dell'eccitazione, fino alla sparizione completa per grandi valori di questa, sarebbe contraria ad una tale assunzione, poichè, è probabile che quando la scarica è molto intensa, queste radiazioni vengano prodotte in maggior copia. È favorevole invece la circostanza che i BLOCH non trovino nei loro spettrogrammi questa banda che FOWLER e STRUM ⁽³⁾ ricavano dallo spettro ottenuto con tubi di GEISSLER; secondo i due fisici inglesi essa persiste anche in presenza di azoto attivo.

La sua origine è molto difficile a determinare, anche perchè non può risolversi in righe.

Dalle esperienze precedenti risulta in maniera chiara che richiede una spesa di energia più elevata rispetto a quella necessaria per la produzione del fondo continuo. La sparizione per grandi valori dell'eccitazione, indica l'assottigliarsi dei relativi centri di emissione. Fondandoci sulla teoria di BOHR ⁽⁴⁾ possiamo avere qualche indicazione intorno alla natura di questi ultimi.

Un elettrone inizialmente libero viene ripreso da un atomo ionizzato occupando un'orbita di stabilità. Allo stato normale quest'orbita è un livello 1s e l'energia posseduta dall'elettrone sarà:

$$W_f = -hG$$

dove G è la frequenza limite della serie corrispondente, è perciò hG è il potenziale di ionizzazione dell'elemento considerato.

Si consideri come stato quantico quello occupato inizialmente dall'elettrone la cui energia W_i è semplicemente cinetica. Dalla relazione

$$h\nu = W_i - W_f$$

si trae:

$$(1) \quad \nu = G + \frac{W_i}{h} = G + \frac{E_{cir}}{h}$$

Siccome l'energia cinetica può assumere tutti i valori positivi possibili, ν varierà fra un valore minimo G ed un massimo, variabile.

⁽¹⁾ J. J. THOMSON, « Phil. Mag. », 1926.

⁽²⁾ L. e E. BLOCH, « C. R. », 1927.

⁽³⁾ KAYSER, « Hand. d. Spectr. », vol. VI, 1926.

⁽⁴⁾ SOMMERFELD, « Atombau », (ed. fr.).

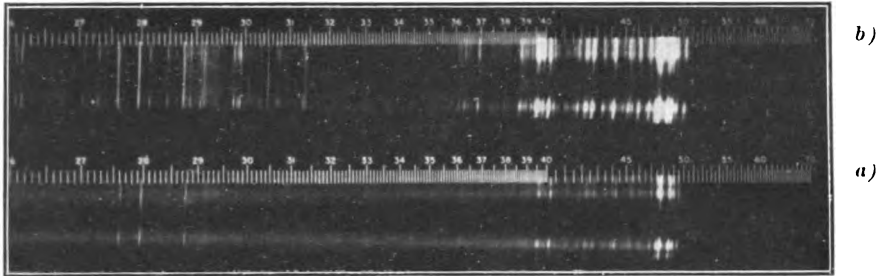


Fig. 2

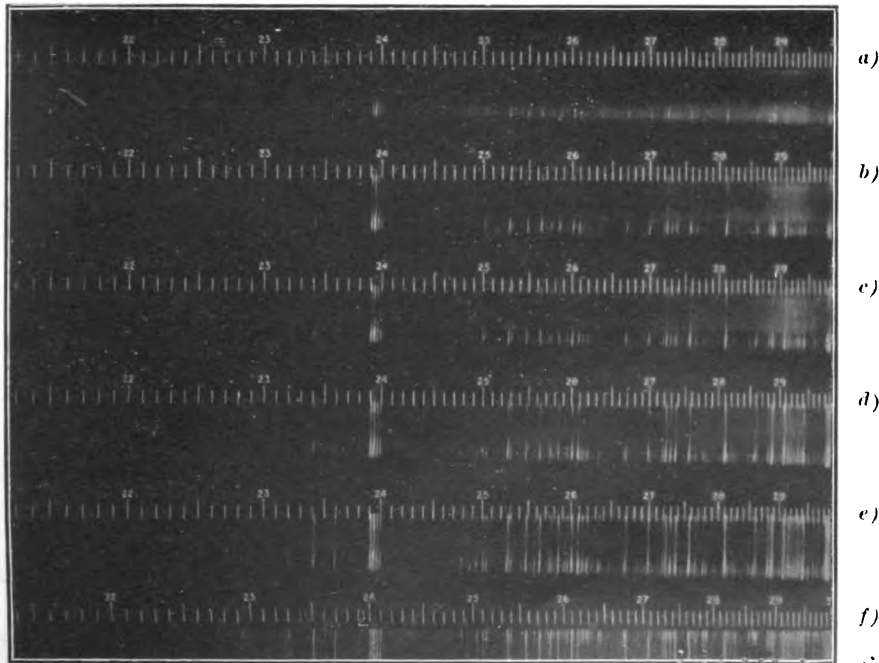


Fig. 3

UNIV. OF
CALIFORNIA

TO THE
ABBOT

con l'energia del campo. Lo spettro si estenderà, con intensità decrescente con continuità a zero, dalla lunghezza d'onda $\lambda = \frac{1}{G}$, verso la parte più rifrangibile dello spettro.

FRANCK ⁽¹⁾ ha esteso la relazione (1) allo studio dell'elettro-affinità degli alogeni, attribuendo ad hG il significato di *energia di elettro-affinità*. Com'è noto, il KOSSEL ⁽²⁾ suppone che il carattere elettromagnetico degli alogeni dipende dal fatto che la struttura più stabile degli atomi è quella dei gas nobili, e siccome nel sistema periodico gli alogeni precedono immediatamente questi elementi, essi hanno la tendenza di impossessarsi di un elettrone libero per assumere la stabilità del gas nobile corrispondente.

Ora lo spettro continuo da me ottenuto non può essere identificato a nessuno di questi due tipi. Poichè il potenziale di ionizzazione per il bromo in media si è trovato 10 volta risulterebbe $\lambda = \frac{1}{G} = 1200 \text{ \AA}$ circa, mentre il limite nel mio caso è di $\lambda = 4800 \text{ \AA}$. È da escludersi perciò senz'altro che questo spettro continuo sia del tipo di BOHR.

BORN ⁽³⁾ calcola, con procedimento termodinamico, l'energia di elettro-affinità del bromo 84 grandi calorie per grammo-atomo, che farebbe corrispondere una lunghezza d'onda limite intorno a 3500 Å.

Fra i valori di BORN e quelli di ANGERER e MÜLLER ⁽⁴⁾ (spettro d'assorbimento) vi è una differenza di 4 grandi calorie che imporrebbero spettroscopicamente un $\Delta\lambda$ di 50 Å circa.

Dunque appare abbastanza buono l'accordo fra il valore determinato dal primo e quello dei secondi.

Parrebbe quindi che lo spettro continuo da me riconosciuto abbia la stessa origine di quello studiato teoricamente dal WOLF ⁽⁴⁾ il quale emette l'ipotesi che tragga origine nella ricombinazione degli atomi di alogeno. Ammessa questa ipotesi, dai risultati delle mie esperienze si deduce [fig. 3 a), b), c), d), e), f)] che la banda 2930 Å, che richiede più energia per essere eccitata, dovrebbe trarre origine, o da un ione positivo, o da uno negativo, o da un atomo neutro, fatto non giustificato dalle esistenti teorie sugli spettri di bande.

Tale ipotesi si potrebbe accettare ove si rifiuti il valore assegnato per l'energia di elettro-affinità da ANGERER e MÜLLER e consi-

⁽¹⁾ FRANCK, « Z. Phys. », 428 (1926).

⁽²⁾ KOSSEL-BLANCHARD, 1922.

⁽³⁾ BORN, Op. cit.

⁽⁴⁾ WOLF, « Zeit. f. Phys. », 1926.

derare, con GERLACH e GROMAN ⁽¹⁾ la banda 2930 Å come caratteristica. Il che sembrerebbe poco probabile, dato che si debba attribuire maggiore grado di fiducia a quei risultati sperimentali che fondandosi su teorie molto diverse, come quella di BORN e quella di FRANCK, meglio si avvicinano.

Recentemente anche MIERDEL ⁽²⁾ riferendosi allo spettro continuo dell'idrogeno ricavato con la scarica senza elettrodi, è pervenuto a concludere contro l'ipotesi del WOLF. Egli è dell'avviso che questo spettro continuo provenga da ioni biatomici.

La questione, sia per l'idrogeno che per il bromo, è ancora da discutere.

Qualunque possa essere l'esito di ulteriori ricerche e discussioni la presenza della banda 2930 Å nei diversi spettrogrammi serve d'ausilio per il riconoscimento della natura dei centri di emissione dello spettro di righe.

Ove si ammetta che essa proviene da molecole di bromo, lo spettro di righe che richiede minore energia per essere eccitato è quello d'arco. Supponendo invece che derivi dalla riunione di un atomo di alogeno con un elettrone, nella corrispondente fase costante della scarica molti elettroni allora non posseggono l'energia cinetica sufficiente per sfuggire all'attrazione dell'atomo. In queste condizioni lo spettro di righe è probabile che sia nella maggior parte d'arco. Quindi il gruppo [a] di righe che si presentano molto deboli nella prima fase della scarica, e che nella fig. 3-b) sono più intense al centro, è da ritenere appartenente a questo spettro.

Esiste una circostanza la quale, in certo qual modo, potrebbe essere considerata come favorevole a questa previsione. Fra queste righe si riscontrano sei doppietti della separazione media di 3685 cm.⁻¹: ora questa differenza di frequenza coincide bene con quella nota di TURNER nella regione di SCHUMANN.

Il fatto che il fluore precede il bromo nella tavola periodica, fa pensare, d'accordo col teorema di KOSSEL e SOMMERFELD, che lo spettro di scintilla del primo ordine di questo secondo elemento abbia struttura analoga allo spettro di arco del fluore. Siccome il *NeII* possiede un livello di energia doppio, è d'attendersi lo stesso per il *FII*. Ammesso che gli alogeni abbiano struttura esterna simile, ciò dovrà anche verificarsi per il bromo, il che è nelle vedute di PAULI ⁽³⁾ che ritiene lo stato normale di questi atomi un doppietto di livello *p*. Il supporre $\Delta\nu_p = 3685 \text{ cm.}^{-1}$ equivale a rico-

⁽¹⁾ GERLACH e GROMANN, « Zeit. f. Phys. », 18, 1923.

⁽²⁾ MIERDEL, « Ann. d. Phys. », 1928, N. 5.

⁽³⁾ PAULI, « Zeit. f. Physik », 31, 765 (1925).

noscere l'ampiezza dei doppietti delle due serie, sottile e diffusa, appare perciò giustificata la presenza di questi doppietti in altra regione dello spettro diversa da quella esaminata da TURNER.

La tabella I riporta le lunghezze d'onda delle righe del gruppo [a], le quali perciò sono da considerare il *BrI* nella regione 3132 Å-2100 Å.

Nella tabella II sono riportati i doppietti; sono particolarmente caratteristici 2788.7-2567.9 e 2501.6-2290.4 ÅÅ.

TABELLA I.

(BrI)			
λ (aria) in $U \cdot \text{\AA}$	λ (aria) in $U \cdot \text{\AA}$	λ (aria) in $U \cdot \text{\AA}$	λ (aria) in $U \cdot \text{\AA}$
3131,4	2874,1	2694,8	2397,7
3091,9	72,6	06,2	86,0
84,0	08,2	2597,0	75,1
50,0	07,5	85,3	74,2
40,0	2794,6	44,8	53,0
10,0	88,7	40,3	2290,4
2984,9	61,0	27,7	41,0
82,0	52,7	01,6	—
10,7	33,5	2467,9	—
07,7	19,1	62,9	—

TABELLA II.

$\lambda_2 \quad \lambda_1$	$\Delta\nu$ (cm $^{-1}$)	$\lambda_2 \quad \lambda_1$	$\Delta\nu$ (cm $^{-1}$)
3131,4-2807,5	3684	2808,2-2544,8	3685
3040,0-2733,5	3682	2788,7-2567,9	3676
2872,6-2597,0	3694	2501,6-2290,4	3686

I METALLI *Fe, Co, Ni, Cu* USATI COME RETICOLI DI DIFFRAZIONE DELLE CORRISPONDENTI RADIAZIONI X ⁽¹⁾.

Nota di S. PASTORELLO

Sunto. *Viene studiato il comportamento degli elementi numero atomico 26 a 29 quali reticoli di diffrazione per le corrispondenti radiazioni $K\alpha$ e $K\beta$ loro caratteristiche e cioè Fe cubico corpo centrato con antikatodi di Fe, Co, Ni, Cu; Co cubico facce centrate; Ni idem e Cu idem pure con gli stessi antikatodi. Il rapporto delle intensità $K\alpha/K\beta$ è stato stabilito con la microfotometria quando la radiazione diffusa è contenuta entro limiti tali da permettere le misure.*

Nel corso di numerose ricerche roentgenografiche su svariati preparati chimici si è spesso osservato, in precedenti ricerche di questo Istituto, che l'antikatodo ha grande importanza sul buon risultato dei fotogrammi desiderati.

Così già nel 1924 studiando la struttura dell'ossido manganoso ⁽²⁾ col metodo delle polveri e con antikatodo di rame si era osservato che i relativi fotogrammi pel prodotto ottenuto a bassa temperatura sono prevalentemente dati da radiazione diffusa e che per rendere le righe di diffrazione nette occorre ingrossare notevolmente i granuli per riscaldamento ad elevata temperatura; l'esperimento per tale ingrossamento era stato condotto fino allora in forno TAMMAN.

Successivamente in molte esperienze, che qui sarebbe troppo lungo elencare, è stata osservata l'importanza che ha la natura della radiazione emessa sulla bontà del fotogramma ottenuto. Alcuni autori come il WESTGREN ⁽³⁾ hanno avuto occasione di con-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica Generale e Chimica Fisica della R. Università di Milano.

⁽²⁾ G. R. LEVI, « Gazzetta Chimica Italiana », Anno LIV, Fasc. IX, pag. 704, (1924).

⁽³⁾ WESTGREN and PHRAGMEN, « Journal of the Iron and Steel Institute », London, Vol. 105, pag. 241, (1922). - WESTGREN and PHRAGMEN, « Zeitschrift für Physik », Vol. 33, pag. 77, (1925).

statare l'importanza che ha l'impiego del ferro come anticatodo per ottenere buoni fotogrammi da preparati di ferro e di cromo per avere risultati utili con preparati di manganese.

Ho perciò voluto condurre un accurato confronto dei metalli più usati nelle ricerche chimico-roentgenografiche quali anticatodi e precisamente iniziando l'esame di quelli di numero atomico 26 a 29. Calcolo di studiare in un secondo tempo quelli dal 22 al 25 in modo da avere poi complessivamente i risultati di otto elementi di numero atomico continuamente crescenti dal 22 al 29.

Non voglio ora affermare che dall'insieme di questi dati sperimentali sia possibile trarre delle considerazioni teoriche, lo spero soltanto; in ogni modo le conclusioni sperimentali già hanno per l'esame chimico e cristallografico un forte interesse pratico.

Inoltre lo studio del confronto fra radiazione diffusa e diffrazione dei raggi è stato abbinato a quello delle radiazioni monocromatiche K_{α} e K_{β} che si accompagnano nello spettro X di questi elementi e che in alcuni casi si ritrovano nei fotogrammi in rapporto assai diverso a quello nel quale sono prodotte dallo spettro di emissione a causa di un caratteristico potere selettivo del preparato quale è già noto, ad es., per il nichel usando la radiazione del rame.

In diversi casi sarebbe stato possibile utilizzare le osservazioni di altri sperimentatori ma, data la relatività di questi confronti, ho preferito ottenere tutti i valori sperimentali *ex novo*. In alcuni casi i dati di precedenti autori che avrebbero potuto essere utilizzati, erano incompleti (*Ni*), in altri (*Co*) mancavano del tutto.

Le esperienze sono state condotte col solito dispositivo delle polveri usando dei preparati in filo o in polvere di 1 mm. di diametro ed esponendoli tutti, per un determinato anticatodo, nelle identiche condizioni di chilovoltaggio (da 30 a 40 KV; *Fe* a *Cu*) usando un tubo COOLIDGE ad anticatodi intercambiabili che venivano ogni volta ripuliti.

I fotogrammi ottenuti furono microfotometrati con un apparecchio di KIPP e ZONEN tipo B, avendo cura di rendere il più possibile evidente il distacco fra le righe dovute alle K_{α} e quelle delle K_{β} . Le fotometrie hanno perciò carattere relativo e l'annerimento diffuso è stato semplicemente apprezzato ad occhio il che era perfettamente sufficiente al mio scopo.

FERRO. - Il ferro fotografato era un cilindretto di circa 1 mm. di diametro ricavato da un blocchetto del metallo puro di Kahlbaun.

Usando il ferro ed il cobalto come anticatodi si sono sempre ottenuti buoni fotogrammi privi di radiazione diffusa e presentanti

molto nette le linee caratteristiche del ferro tipo cubico corpo centrato. Con anticatodo di nichel si è invece avuto fotogramma molto annerito per radiazione diffusa e usando, infine, il rame come anticatodo, l'annerimento era tale da nascondere praticamente le linee stesse.

Ho poscia fotometrato i due fotogrammi privi di radiazione diffusa e, prendendo in considerazione le prime tre linee corrispondenti alle tre facce cristallografiche aventi i simboli 110, 002 e 112, ho osservato che il rapporto $I_\alpha : I_\beta$ fra le intensità relative ricavate dalle microfotometrie corrispondenti alle radiazioni K_α e K_β di una stessa linea è quasi costante nel caso del ferro anticatodo, mentre per il cobalto tale rapporto tende ad infinito per il piccolissimo valore di I_β corrispondente alla scomparsa delle righe β stesse. Da ciò si deduce, perciò, che il ferro presenta un potere selettivo della radiazione K_β del cobalto in modo abbastanza spiccato.

La tabella seguente riassume i dati sperimentali trovati; in essa sono riportati i valori relativi di I_α , I_β e $I_\alpha : I_\beta$ riferiti per semplicità solo alle tre facce in esame.

FERRO fotografato con	Fe ant.			Co ant.			Ni ant.			Cu ant.		
Intensità osservate delle linee corri- spondenti alle facce	011	002	112	011	002	112	011	002	112	011	002	112
I_α	5,7	1,5	2,0	4,8	1,0	3,3	radiazione dif- fusa quasi to- talmente			radiazione dif- fusa totalmen- te		
I_β	1,2	0,35	0,5	—	—	—						
$I_\alpha : I_\beta$	4,8	4,3	4,0	∞	∞	∞						

COBALTO. - Per questo elemento ho preferito ricorrere al metallo ottenuto riducendo il carbonato in corrente di idrogeno a circa 700° e ciò per avere la forma cubica a facce centrate più facilmente confrontabile con gli altri elementi in esame dello stesso tipo di struttura. La forma esagonale, infatti, mal si sarebbe prestata ad un diretto confronto come le prime prove mi dimostrarono. In tale occasione ho potuto confermare che il cobalto in cubi tecnico del commercio è costituito esclusivamente dalla forma esagonale compatta come era stato trovato da precedenti autori.

I fotogrammi ottenuti fotografando il cobalto nelle precedenti condizioni date per il ferro, sono stati ottimi usando il ferro, il cobalto stesso o il nichel come anticatodi mentre ho avuto pessimi

risultati con rame antikatodo a causa di un forte annerimento per radiazione diffusa.

I valori delle intensità relative delle linee α e β , misurate con le solite microfotometrie, sono riportati nella tabella successiva dove pure per semplicità sono prese in esame solo le tre facce 111, 002 e 022.

Calcolando i rapporti $I_\alpha : I_\beta$ per ogni faccia, si osserva che sia per il ferro che per il cobalto usati come antikatodi si ha una sufficiente costanza, le piccole variazioni dipendendo dalla impossibilità di potere eseguire le esperienze proprio in condizioni *assolutamente* identiche. È però chiaramente visibile che tali rapporti tendono ad infinito nel caso del nichel antikatodo.

Si ha perciò, come per il ferro, anche per il cobalto un potere selettivo della radiazione K_β questa volta però di quella del nichel. Ciò si può meglio osservare dai seguenti dati sperimentali:

COBALTO fotografato con	Fe ant.			Co ant.			Ni ant.			Cu ant.		
Intensità osservate delle linee corrispondenti alle facce	111	002	022	111	002	022	111	002	022	111	002	022
I_α	7,2	3,6	3,7	6,3	3,8	2,5	6,3	3,7	2,4	radiazione diffusa quasi totalmente		
I_β	1,5	0,75	0,75	1,4	0,9	0,6	—	—	—			
$I_\alpha : I_\beta$	4,8	4,8	5,0	4,5	4,2	4,2	∞	∞	∞			

NICHEL. - Il nichel esaminato è stato uno dei soliti fili del metallo puro di 1 mm. di diametro.

I fotogrammi ottenuti, come nelle condizioni precedenti, sono stati ottimi sia usando lo stesso metallo come antikatodo sia usando gli altri tre: ferro, cobalto e rame. In ogni caso ho avuto mancanza di radiazione diffusa e belle linee nettamente marcate caratteristiche della struttura cubica a facce centrate del nichel.

Le microfotometrie dei quattro fotogrammi hanno fornito dei valori delle intensità I_α e I_β tali che i loro rapporti $I_\alpha : I_\beta$, come si può osservare dalla tabella riassuntiva, dove per brevità sono come in precedenza riportati i valori solo per le facce 111, 002 e 022, si aggirano sempre fra 4 e 5 per i primi tre casi e cioè per ferro, cobalto e nichel usati come antikatodi mentre per rame antikatodo tali rapporti tendono ad infinito. Avviene quindi anche per il nichel

ciò che si è notato per ferro e cobalto, ossia un potere selettivo della radiazione $K\beta$ in questo caso però di quella del rame.

NICHEL fotografato con	Fe ant.			Co ant.			Ni ant.			Cu ant.		
Intensità osservate delle linee corri- spondenti alle facce	111	002	022	111	002	022	111	002	022	111	002	022
I_α	4,1	4,3	4,9	4,6	3,0	2,9	4,8	3,6	3,5	5,0	3,7	3,9
I_β	0,8	1,0	1,2	0,8	0,7	0,7	0,9	0,7	0,7	—	—	—
$I_\alpha : I_\beta$	5,1	4,3	4,1	5,7	4,3	4,1	5,3	5,1	5,0	∞	∞	∞

RAME. - I fotogrammi del rame sono stati eseguiti su di un filo del metallo puro elettrolitico di 1 mm. di diametro.

Si sono avuti sempre buoni risultati sia usando il rame stesso come anticatodo sia usando come tali gli elementi del gruppo del ferro.

I fotogrammi ottenuti hanno mostrato sempre chiaramente, con assenza di annerimento per radiazione diffusa, le caratteristiche linee della struttura cubica a facce centrate del rame. Le microfotometrie dei detti fotogrammi hanno fornito dei valori delle intensità relative I_α e I_β tali che i loro rapporti $I_\alpha : I_\beta$ si mantengono praticamente costanti e indipendenti dalla natura dell'anticatodo, come si può vedere dalla tabella riassuntiva più sotto esposta, dove, come per le precedenti, mi riferisco solo alle linee corrispondenti alle facce 111, 002 e 022.

Nel caso del rame, perciò, non si nota potere selettivo della radiazione $K\beta$ di nessuna dei quattro elementi in esame.

RAME fotografato con	Fe ant.			Co ant.			Ni ant.			Cu ant.		
Intensità osservate delle linee corri- spondenti alle facce	111	002	022	111	002	022	111	002	022	111	002	022
I_α	2,7	2,9	3,2	2,9	2,0	3,0	1,4	2,2	3,2	3,7	3,0	3,0
I_β	0,6	0,7	0,8	0,6	0,4	0,7	0,3	0,5	0,8	0,8	0,7	0,7
$I_\alpha : I_\beta$	4,5	4,1	4,0	4,9	5,0	4,3	4,7	4,4	4,0	4,6	4,3	4,3

Da quanto esposto risaltano subito le tre seguenti considerazioni nell'uso del ferro, cobalto, nichel e rame come reticoli di diffrazione delle corrispondenti radiazioni X:

1^a fotografando uno dei quattro elementi in questione con un anticatodo costituito da uno qualsiasi degli elementi che lo precedono nell'ordine di numero atomico, si hanno sempre buoni risultati nel senso che nei fotogrammi compaiono sempre chiaramente le linee caratteristiche della propria struttura cristallina, senza sensibile annerimento per radiazione diffusa ed inoltre la radiazione K_{α} riflessa sta alla K_{β} presso a poco in rapporto costante;

2^a usando come anticatodo l'elemento di numero atomico successivo a quello fotografato si hanno sempre buoni risultati ed in più si ha la eliminazione delle righe K_{β} . Avviene cioè una selezione di questa ultima radiazione;

3^a il rame usato come anticatodo dà per il ferro solo radiazione diffusa per cui si ha un annerimento generale dei fotogrammi che non permette di bene apprezzare le righe caratteristiche dell'elemento fotografato.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

SALVATORE PINCHERLE in Bologna - TULLIO LEVI-CIVITA in Roma

FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

CASA EDITRICE NICOLA ZANICHELLI — BOLOGNA

" SCIENTIA " RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — « SCIENTIA » pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di « SCIENTIA », Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 130 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE AGOSTO-SETTEMBRE-OTTOBRE 1928 ANNO V - N. 8

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATA IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

A. CAMPETTI: *Sugli spettri di scintilla nei liquidi. Regione ultravioletta.* — G. POLVANI: *La nuova teoria quantistica del gas ideale monoatomico e la legge di Avogadro.* — D. GRAFFI: *Sulla teoria delle oscillazioni elastiche con ereditarietà.* — L. MARTINOZZI: *Sulla misura del potere riflettente del suolo col fotometro di Richardson.* — I. RANZI: *Nuovo registratore di atmosferici e primi risultati con esso ottenuti.* — RIVISTA: I. RANZI: *Le aurore polari.* — R. ACCADEMIA DEI LINCEI: (Sunti). — *Notiziario.*

DEC 21 1928



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCianti, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

SUGLI SPETTRI DI SCINTILLA NEI LIQUIDI REGIONE ULTRAVIOLETTA

Nota di A. CAMPETTI

Sunto. - *In questo lavoro, che fa seguito ad un mio precedente sullo stesso argomento, ma relativo allo spettro visibile, sono esaminati gli spettri dati dalla scintilla condensata entro ad alcuni liquidi (acqua, vaselina, tetracloruro di carbonio) e per la regione ultravioletta sino ai limiti permessi dall'uso dello spettrografo a quarzo e dall'assorbimento dei liquidi adoperati. Scopo della ricerca è di portare un contributo alla sistematica delle righe emesse, specie per quanto riguarda l'origine delle righe stesse, cioè la natura dei centri di emissione. A tal fine serve assai bene il diverso comportamento delle varie righe rispetto al fenomeno di inversione, in dipendenza anche dalla natura del liquido in cui ha luogo la scintilla, come pure dipendentemente dalla induttanza nel circuito di scarica.*

1. In un precedente lavoro ⁽¹⁾ mi occupai degli spettri dati dalla scintilla prodotta entro vari liquidi (acqua, vaselina, tetracloruro di carbonio) estendendo le ricerche anteriori su tale argomento (tra cui le più recenti erano allora quelle di L. ed E. BLOCH ⁽²⁾), limitate però ai soli spettri di scintilla in acqua).

Questo mio studio precedente fu allora, per necessità strumentali, limitato allo spettro visibile; le ricerche relative all'ultravioletto avrebbero dovuto seguir subito; ma subirono notevole ritardo per molte e diverse vicende, sicchè soltanto ora vengono pubblicate. E poichè gli spettrogrammi relativi alla memoria anteriore furono ottenuti mediante uno spettrografo Fuess di dispersione non molto elevata, così anche le attuali ricerche relative all'ultravioletto sono state eseguite con uno spettrografo in quarzo di Fuess (e prisma di Cornu) di mediocre dispersione: il che del resto non è di grande inconveniente in questi casi in cui l'assorbimento e l'inversione sono per lo più localizzati in bande o righe dilatate.

⁽¹⁾ « Atti Acc. Gioenia », serie V, vol. XIV, 1924.

⁽²⁾ « Journal de Physique », 1922, 9.

Come nelle esperienze riferite nella memoria precedente, le scintille erano prodotte con un rocchetto Klingelfuss da 40 centimetri di scintilla, azionato dalla corrente di città a 250 Volt e con interruttore di Wehnelt, la intensità di corrente essendo sempre regolata a 10 Ampère medi: in derivazione sul circuito di scarica era disposta una batteria di condensatori in vetro di 5 millesimi di microfarad complessivi di capacità, ottenendosi così un scintilla molto condensata. Nel circuito di scarica era sempre presente un intervallo di scintilla nell'aria (di circa un centimetro) tra elettrodi di alluminio, essendo, in tali condizioni, molto più regolare il funzionamento del rocchetto e quindi anche più regolare la scintilla entro al liquido. Come nelle precedenti esperienze, in serie nel circuito di scarica era pure disposta un'induttanza di $1,6 \cdot 10^{-4}$ Henry, induttanza che però, con semplice dispositivo, poteva essere completamente esclusa.

Le radiazioni provenienti dalla scintilla tra i varii metalli e nei diversi liquidi adoperati (acqua, olio di vaselina, tetracloruro di carbonio puro e ridistillato), uscendo dalla bacinella adoperata per le esperienze attraverso a una finestra di quarzo, venivano concentrate sulla fenditura dello spettrografo mediante una lente sferica pure di quarzo.

È però da notare che nella regione ultravioletta sono, per lo più, specialmente importanti gli spettri di scintilla nell'acqua e nel tetracloruro di carbonio: gli spettri in vaselina sono molto limitati, causa il potere assorbente elevatissimo di questo liquido nell'ultravioletto avanzato, per cui, anche con pose lunghe, non si riesce ad impressionare la lastra fotografica al di là di $\lambda = 0,315 \mu$; invece con la scintilla in tetracloruro si giunge facilmente sino a $\lambda = 0,260 \mu$ circa, mentre negli spettrogrammi per le scintille in acqua si arriva sino a $\lambda = 0,210 \mu$, estendendosi così in una zona non esaminata nelle ricerche dei BLOCH.

Furono sempre usate lastre ultrasensibili ortocromatiche Cappelli che si dimostrarono eccellenti per l'uso: i lievissimi vantaggi che si potrebbe forse ottenere ricorrendo a tipi di marca estera sono largamente compensati dalla possibilità di usare sempre lastre di fabbricazione recente.

2. Dopo le già citate ricerche dei BLOCH sull'argomento della presente memoria sono specialmente da notare un lavoro di N. K. SUR ⁽¹⁾, ed una memoria di M. KIMURA ⁽²⁾. Nel primo di questi il SUR esamina accuratamente lo spettro dato dalle scintille sot-

(1) « Phil. Magazine », 1926, 2, pag. 433.

(2) « Japanese Journal of Physics », 1926, vol. IV, 2.

t'acqua tra elettrodi di ferro ed il risultato principale è che (riferendosi alla classificazione di LAPORTE, quale è stabilita in due lavori pubblicati sullo *Zeit. für Physik*, vol. 23 e vol. 26) tutti i multipletti aventi i tre più alti gruppi di termini (ad es. d_1 , $\bar{f}_1$ ed eventualmente $\bar{F}_1$) come orbite iniziali, si osservano in assorbimento, cioè come linee invertite: si ottengono pure in assorbimento alcune linee deboli che corrispondono al passaggio del numero quantico azimutale da k a $k + 2$.

Assai notevole è pure il citato lavoro di KIMURA, nel quale sono anche sommariamente riferite alcune esperienze relative agli spettri di scintilla sott'acqua per i metalli *Mg, Ca, Zn, Cd, Cu, Ag*. L'A. dalle sue esperienze crede di poter ricavare una regola o legge di ordinamento per il grado di reversibilità delle righe di serie e precisamente stabilisce che, contrariamente a quello che ordinariamente avviene nei vapori, *se si considerano le linee di serie, tanto più facile ne è la reversibilità, quanto più alto ne è il numero d'ordine*. L'A. giustificherebbe questa regola tenendo conto dell'intenso campo elettrico che suppone nella scintilla e della maggior facilità che sotto l'azione di questo campo si presenta per i salti maggiori da un'orbita di BOHR all'altra, salti che corrispondono quindi ai termini più elevati delle serie.

Converrà prima esporre i risultati sperimentali ottenuti, che potranno poi essere posti a confronto (per la parte comune) con quelli dei BLOCH e del KIMURA, utilizzando eventualmente anche i dati del mio precedente lavoro già citato in principio: si deve anche ricordare che le esperienze dei BLOCH e del KIMURA si riferiscono soltanto a spettri di scintilla in acqua.

Userò le seguenti notazioni: *nf* riga nera (cioè in emissione) forte, *n* riga nera di media intensità, *nd* riga nera di debole intensità e analogamente per le righe assorbite o invertite: *rf, r, rd*.

Quando si voglia indicare che una data linea è a bordi sfumati si farà seguire la lettera δ : la classificazione e i simboli usati saranno generalmente quelli del FOWLER.

Per lo più le tabelle si riferiscono agli spettri di scintille senza induttanza: le particolarità relative agli spettri di scintilla con induttanza saranno, ove occorra, registrate a parte.

Come è noto si chiamano, secondo DE GRAMONT, *linee ultime* le linee più persistenti, quelle cioè che si possono ancora e più facilmente osservare quand'anche l'elemento che le fornisce sia presente in quantità minima; esse che coincidono qui (come spesso accade) con quelle corrispondenti al 1° e 2° potenziale di risonanza, figurano come linee nettamente invertite: tale particolarità si verificherà in molti altri casi.

Sono pure da fare le seguenti osservazioni. Esiste spesso notevole divergenza tra i risultati dei vari sperimentatori (e questo è generale, né riguarda soltanto lo spettro del cadmio); ciò mostra quanto le circostanze speciali (temperatura della scintilla, frequenza della

CADMIO IN ACQUA

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
5085,88	$S\ 1p - 1s$	nd	nere secondo FINGER; invertite secondo i BLOCH.
4799,91		n	
4678,19		n	
4415,91	Cd^+	nd	
3612,89	$D\ 1p - 2d$	rf	Potenziale di 1 ^a risonanza $V = 3,784$
3466,18		$rd\bar{d}$	
3403,60		$nd\bar{d}$	
3261,04	$1S - 1p_2$	rff	Anche riga ultima.
3080,93	$S\ 1p - 2s$	$rd\bar{d}$	
2748,61	$Cd^+\ 1\pi - 2\sigma$	nf	Non classificate.
2573,00		nf	
2321,13	Cd^+	nd	Non classificate.
2194,60		nd	
2329,27	Righe isolate	nd	Riga isolata: potenziale di 2 ^a risonanza $V = 5,39$; anche riga ultima.
2306,61		nd	
2288,02	$P; 1S - 1P$	r	
2265,04	$Cd^+\ 1\sigma - 1\pi$	nd	

scarica etc.) possano modificare l'aspetto e le particolarità degli spettri. Ad esempio per il cadmio, mentre nelle esperienze di FINGER il tripletto 5085-4800-4678 e la riga 3403 appaiono neri (cioè in emissione), nelle esperienze dei BLOCH il tripletto è indubbiamente invertito e ancora più decisamente 3403: invece le mie esperienze concordano con quelle di FINGER.

A proposito poi del primo tripletto registrato nella tabella, di cui le componenti sono circa della stessa intensità nell'aria, è da osservare che, colle scintille nell'acqua la prima specialmente è molto debole rispetto alle altre due: questo sarebbe in accordo colla regola di KIMURA che cioè nel campo elettrico della scintilla sono più facili i grandi che i piccoli salti di orbita.

D'altra parte però del tripletto 3612-3466-3403 appare nettamente invertita la prima, assai debolmente invertita la seconda, non invertita la terza; qui si conserva dunque, rispetto alla facilità di inversione, l'ordine valevole pei vapori metallici e non quello stabilito

dal KIMURA. Quando poi la scintilla venga eccitata con induttanza, allora delle tre righe del tripletto $1p - 2d$ la prima, quella cioè che era più fortemente invertita quando si opera senza induttanza, è quella che appare come riga di emissione più intensa.

Per questo metallo gli spettri di scintilla in vaselina e in tetracloruro di carbonio non presentano particolarità notevoli: nel secondo si nota l'assenza di ogni linea invertita.

Zinco in acqua. - Usando le solite notazioni e valendosi anche delle osservazioni riferite nella mia memoria precedente si possono così riassumere i risultati.

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
4810,53 4722,16 4680,20	$1p - 1s$	$nd\delta$	Per la prima, traccia di assorbimento centrale.
		δ	
		δ	
3345,96 3345,51 3344,91 3302,56 3282,28	$D; 1p - 2d$	$nd\delta$	Riga di fiamma e riga ultima; potenziale di 1 ^a risonanza: $V = 4,012$.
		δ	
		δ	
		δ	
		δ	
3075,88	$1s - 1p_2$	rf	Potenziale di 2 ^a risonanza: $V = 5,771$ Volt.
2558,01 2502,03	$Zn\ 1\pi - 2\sigma$ di scintilla	nf	
2138,61	Riga isolata $1s - 1P$	rd	

Quando si introduca nel circuito di scarica l'induttanza, l'inversione sparisce e appaiono come righe nere i doppietti della serie diffusa $1p - 3d$.

Per la scintilla in vaselina si hanno i risultati seguenti:

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
4810,53 4722,16 4680,20	$1p - 1s$	nd	
		δ	
		δ	
3345,96 3345,51 3344,91 3302,56 3282,28	$D; 1p - 2d$	r	Questo gruppo appare invece in emissione colla scintilla in acqua.
		r	

Anche qui nel caso dello zinco sono da notare la facilità con cui sono invertite le righe di risonanza e la parziale divergenza dei miei risultati da quelli dei BLOCH. Quanto alla regola di KIMURA appare solo in parte verificata.

Magnesio. - Lo spettro di scintilla del magnesio nei vari liquidi è uno dei più interessanti, in quanto presenta notevoli differenze e particolarità a seconda del liquido nel quale la scintilla si produce e dipendentemente dalla presenza o dall'assenza della induttanza in circuito.

I numeri 1, 2, 3 della tavola ci rappresentano gli spettrogrammi della scintilla tra elettrodi di magnesio in acqua, vaselina e tetracloruro di carbonio rispettivamente.

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
5183,67 5173,70 5167,38	$S; 1p - 1s$	r	V. Memoria precedente.
4481,32 4481,12	$2d - 3\varphi$	$u\delta$	Riga di combinazione di scintilla.
3838,29 3832,31 3829,36	$D; 1p - 2d$	rf	
3336,69 3331,14 3329,90	$S; 1p - 2s$	nd	Secondo le esperienze dei BLOCH questo tripletto è invertito.
3104,81 3104,71	$\overset{+}{Mg}; \text{tipo } 2d - 4\varphi$	r	Di combinazione.
3096,91 3092,97 3091,07	$D; 1p - 3d$	r	
2936,49 2928,63	$S; 1\pi - 2\sigma$	n	Doppietto di scintilla.
2852,11	$S; 1S - 1P$	rf	Riga ultima e di fiamma; 2 ^a potenziale di risonanza $V = 4,33$: assorbimento molto esteso.
2802,70 2795,52	$\overset{+}{Mg} P$ $1\sigma - 1\pi$	r	Riga ultima.
2790,77	$\overset{+}{Mg}; D; 1\pi - 2d$	r	Non è invertita secondo i BLOCH.

Al di là di questa riga lo spettro appare continuo, con intensità del fondo continuo decrescente.

Quando nel circuito di scarica sia introdotta l'induttanza, rimane ancora debolmente invertito il tripletto 3096,91 etc. e più fortemente la riga 2852,11.

Lo spettro di scintilla in vaselina è molto limitato e in esso si osserva fortemente invertito il tripletto 3838 etc., $1p - 1d$ della serie diffusa e assai più debolmente il tripletto $1p - 2s$, 3336,69 etc. che colla scintilla in acqua appariva invece in emissione.

Assai notevoli sono pure i risultati relativi allo spettro di scintilla del magnesio in tetracloruro. Diciamo per brevità che tutte le linee già registrate per l'acqua sino alla 2852 appaiono qui come righe nere o di emissione: sono notevoli i fenomeni di inversione per le linee seguenti:

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
2852,11	Riga isolata $1S - 1P$	rn	Riga molto larga e sfumata di assorbimento, con sottile riga nera centrale.
2781,33 2778,17 2776,63 2698,13 2695,18 2693,75	$S; 1p - 4s$ $S; 1p - 5s$	Traccia di assorbimento r	

Quando si introduce in circuito l'induttanza si ha ancora traccia di inversione per i due tripletti della tabella precedente: la riga 2852 appare anche coll'induttanza come riga piuttosto larga fortemente invertita *senza riga nera centrale*.

Se ora vogliamo riassumere le principali particolarità che risultano dalle tabelle e dai dati precedenti, possiamo intanto osservare che, in riguardo all'ordine di reversibilità delle linee, mentre il tripletto 5183-5173-5167, appare invertito, l'altro tripletto della stessa serie S, ma di ordine più elevato ($1p - 2s$) e cioè 3336-3331-3329 appare invece in emissione come riga nera, cioè l'ordine di reversibilità per la scintilla in acqua non corrisponde alla regola di KIMURA: la reversibilità si manifesta *anche* per questo secondo tripletto colla scintilla in vaselina.

E anche da notare che la riga 4571,15, corrispondente al potenziale (2,7 Volt) di prima risonanza non appare in alcun caso, nè in emissione nè in assorbimento, il che lascia ritenere che vibratorî capaci di emettere tale linea non esistano nella scintilla entro ai liquidi.

Una spiegazione sicura del comportamento della linea 2852 data dalla scintilla in tetracloruro di carbonio non si può dare così facilmente: è tuttavia assai verisimile che la sottile riga nera centrale sia dovuta ad emissione per risonanza degli atomi esistenti nello

strato più esterno e superficiale della scintilla, ove l'effetto DOPPLER e STARK sono certamente meno sensibili.

Calcio. - La parte meno rifrangibile dello spettro fu già esaminata nella precedente memoria più volte citata; i risultati qui riferiti cominciano quindi dal violetto per estendersi sino all'ultravioletto. Ai numeri 4 e 5 della tavola corrispondono gli spettrogrammi della scintilla fra elettrodi di calcio in acqua e vaselina rispettivamente.

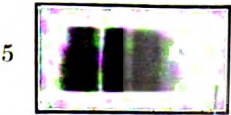
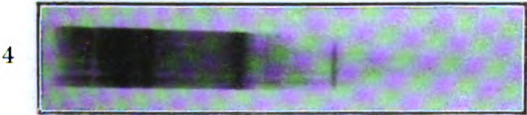
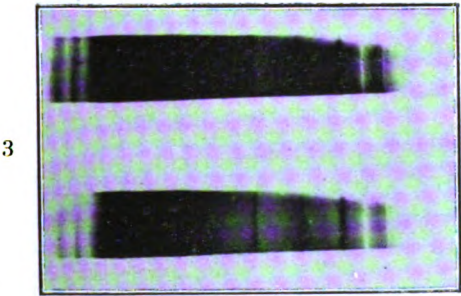
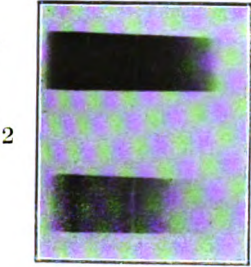
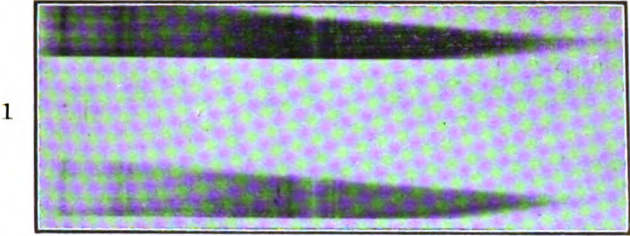
λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
4226,73	Riga isolata $S; 1S - 1P$	rff	Riga di fiamma larga e anche riga ultima. Potenziale di 2 ^a risonanza: $V = 2,90$
3968,46	$Ca^+ P; 1s - 1\pi$	rd	Doppietto di scintilla: riga ultima.
3933,66			
3179,34	$Ca^+ D; 1\pi - 1\delta$	nf	
3158,88			
3150,75	$D; 1p - 6d$	nf	
3099,34	$D; 1p - 7d$	rd	
3095,20			
3055,75	$D; 1p - 9d$	rd	
3055,32			
3045,75			
2398,48	$S; 1S - 3P$	r	

Quando si introduca in circuito l'induttanza rimangono ancora nettamente assorbite le sole due linee 4226 e 2398.

Lo spettro della scintilla in vaselina dà assorbimento più netto per le righe invertite nello spettro di scintilla in acqua: anche rimane nettamente invertito il doppietto non classificato 4307,74; 4298,99. L'introduzione in circuito dell'induttanza trasforma in righe nere a bordi sfumati tutte le righe prima invertite, salvo la 4226.

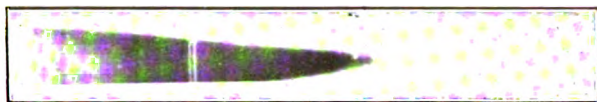
Nello spettro della scintilla in tetracloruro di carbonio sono da notare la intensità del fondo continuo, la nettezza delle righe nere (nessuna riga restando assorbita) e soprattutto la completa sparizione della riga 4226, sia come riga di emissione, sia come riga di assorbimento.

La nettezza delle righe di emissione osservata colle scintille in tetracloruro è molto probabilmente indice di un'azione chimica del solvente sui vibratorii situati nella parte periferica della scintilla: la sparizione di questi vibratorii esterni farebbe anche sparire la



UNIV. OF
CALIFORNIA

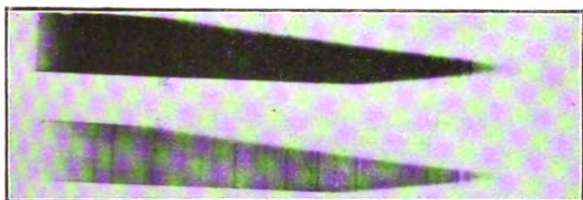
6



7



8



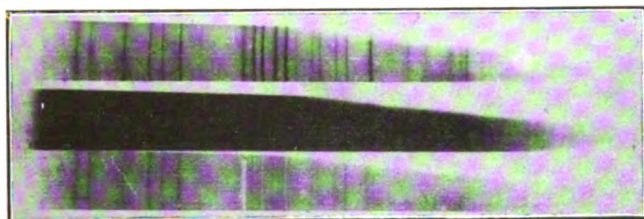
9



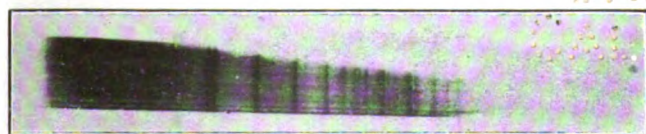
10



11



12



LIBRARY OF
CONGRU

70 1000
1000 1000

riga 4226, in quanto che essa non può essere emessa lungo l'asse della scintilla, ove la temperatura è troppo elevata (Vedasi ad es. MEG NAD SAHA ⁽¹⁾) e quindi è completa l'ionizzazione. Resta allora però da vedere come possano ancora sussistere, come linee d'emissione, altre linee pure emesse dall'atomo neutro. Non è quindi fuor di luogo il pensare che i vibratorii capaci di emettere tale riga siano gruppi contenenti idrogeno (il quale manca nel tetracloruro di carbonio), per quanto tale ipotesi appaia un po' ardita.

Se poi ci riferiamo al comportamento delle varie linee e gruppi di linee rispetto alla regola voluta del KIMURA, effettivamente essa appare, per questo elemento, assai meglio verificata.

Gruppo rame, argento, oro. - Gli spettri di scintilla di questi tre elementi presentano, com'è naturale, notevole analogia e, com'era da aspettarsi, tali analogie sussistono anche per gli spettri di scintilla nei liquidi.

La prima tabella si riferisce alla spettro di scintilla del rame in acqua, senza induttanza: le righe e gruppi di righe al disotto di $\lambda = 5000$ e sino alla prima registrata nella tavola appaiono come righe nere, larghe e sfumate.

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
3273,97 3247,55	P; $1\sigma - 1\pi$	rf	Righe di prima e seconda risonanza: $V = 3,789$ e $V = 3,800$; la seconda, anche riga ultima.
		rf	
3099,9 3094,4	righe d'arco	appena tracce di inversione	
3036,10 3021,60 3010,87	righe d'arco	traccia di inversione	
2961,19 2824,50 2769,95	di scintilla	nf	
		nf	
		ndd	
2766,41 2618,37 2600,53	di scintilla	r	
		nd	
		nf	
2544,93 2500,06 2492,22	di scintilla d'arco	nf	
		nf	
		r	

Al di là si possono osservare ancora parecchie righe, in generale, di arco, ma tutte in emissione, cioè come righe nere.

(¹) « Phil. Mag. », vol. 40, 41, 44.

Lo spettro di scintilla in tetracloruro presenta ancora come linee invertite soltanto 3273 e 3247, che però appaiono molto più sottili che nell'acqua.

Il numero 6 della tavola riproduce lo spettrogramma della scintilla tra elettrodi di rame in acqua.

ARGENTO IN ACQUA SENZA INDUTTANZA

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
3981,72 3841,15 3810,71 3682,30	$S; 1\pi - 4\sigma$ $D; 1\pi - 4\sigma$	ndd ndd	Linee di primo e secondo potenziale di risonanza. Riga ultima.
3382,86 3280,66	$P; 1\sigma - 1\pi$	rd	
3086,3 3082,8	righe di arco	rd	

Contrariamente poi a quello che è registrato nelle determinazioni dei BLOCH, tutte le altre righe più infrangibili, anche se linee d'arco, appaiono come righe di emissione: l'introduzione dell'induttanza in circuito fa sparire ogni fenomeno di inversione.

Quando si producono le scintille entro alla vaselina le due linee 3382, 3280 sono fortissimamente invertite, assai più che per lo spettro di scintilla in acqua; e, se si aggiunge l'induttanza, restano ancora invertite, presentando però bordi oscuri molto intensi.

Quando la scintilla ha luogo nel tetracloruro di carbonio, le stesse due righe si presentano come due righe nere assai intense larghe e a bordi sfumati, solcate però da una sottilissima riga di assorbimento nel centro: tale assorbimento sarà verisimilmente prodotto negli strati superficiali della scintilla.

Notiamo al solito la facilità di inversione delle due righe corrispondenti al primo e secondo potenziale di risonanza.

Il numero 7 della tavola rappresenta lo spettro della scintilla tra elettrodi di argento in vaselina.

Oro. - Lo spettro di scintilla nei liquidi per questo elemento non è stato ancora studiato e non figura neppure nelle ricerche dei BLOCH. In esso si presentano, su fondo continuo assai intenso, come righe di assorbimento ben nette 2675,95 e 2427,98 (riga ultima dell'oro). Queste due righe corrispondono al potenziale di prima e seconda risonanza e, anche per questa ragione, è naturale di considerarle come il primo gruppo della serie principale, avente quindi nello spettro dell'oro posizione analoga ai gruppi (3274,0-3247,6) del rame

e (3382,86-3280,66) dell'argento, pure appartenenti alle corrispondenti serie principali ⁽¹⁾.

Veramente l'Hicks sarebbe contrario all'assegnazione di questa coppia di righe dell'oro alla serie principale per il fatto che la differenza delle loro frequenze non è in corrispondenza colle differenze analoghe per il rame e l'argento; ma, a parte altre ragioni, anche l'attuale comportamento rispetto alla autoinversione, contribuisce a far considerare quella coppia come la prima della serie principale. Lo spettro di scintilla tra elettrodi di oro in acqua è rappresentato dal numero 8 della tavola.

Alluminio. - Lo spettro dell'alluminio è assai ricco di righe invertite, quando la scintilla abbia luogo in acqua: il suo esame pone bene in evidenza come l'ordine di assorbimento delle righe di serie non si possa facilmente far dipendere da una regola generale. Dopo riassunti i principali risultati nella tabella che segue, verranno fatte alcune osservazioni di carattere generale.

λ	Classificazione	Resultati	Osservazioni
3961,54 3944,03	$S; 1\pi - 1\sigma$	nf	Riga ultima: nettamente invertita nelle esperienze dei BLOCH.
3612,62 3601,98 3587,05	$Al; \left. \begin{array}{l} \text{Righe di scin-} \\ \text{tilla non classi-} \\ \text{ficate.} \end{array} \right\}$	n	
3092,8 3082,16 3057,26	$D; 1\pi - 2\delta$	rf	Riga di scintilla.
2816,4 2660,39 2652,48	$Al; \left. \begin{array}{l} \text{non class.} \\ \text{non class.} \\ \text{non class.} \end{array} \right\}$	n	
2631,8 2575,11 2568,03	$D; 1\pi - 3\delta$	rd	
2373,13 2367,06	$D; 1\pi - 4\delta$	rf	

È notevole che la coppia di righe 3961,54-3944,03 appare nettamente invertita nelle esperienze dei BLOCH, mentre nelle mie esperienze detta coppia appare in emissione: quando però la scintilla abbia luogo in vaselina, la coppia appare invertita. Quando la scintilla ha luogo nel tetracloruro ogni riga appare in emissione.

Circa l'ordine di inversione, la regola di KIMURA non è in generale soddisfatta: basta osservare che, limitando le nostre considera-

⁽¹⁾ Vedasi anche P. FOOTE e F. MOHLER: *The origin of spectra*, pag. 83.

zioni alla serie diffusa, mentre il gruppo $1\pi - 2\delta$ è fortemente invertito, il gruppo $1\pi - 3\delta$ di ordine più elevato è appena sensibilmente assorbito, e si ritorna ad assorbimento notevole per il gruppo $1\pi - 4\delta$: meglio obbediscono a tale regola i gruppi della serie S.

Piombo. - Lo spettro del piombo presenta numerosissime righe: poco si conosce circa la loro distribuzione in serie: soltanto KAYSER e RUNGE, osservarono che esiste un gran numero di righe distribuibili in terne a differenza di frequenza costante; nella tabella le lunghezze d'onde corrispondenti a tali righe sono in grassetto: i miei risultati concordano solo in parte con quelli dei BLOCH, si intende nella parte comune, giacchè i miei spettrogrammi si estendono assai di più verso l'ultravioletto.

λ	Resultati e osservazioni	λ	Resultati e osservazioni
4387,11	<i>n</i> δ larga	2802,07	<i>rf</i> larga
4245,42	»	2668,25	<i>rr</i> a bordi neri
4057,97	<i>r</i> a bordi neri	2650,77	<i>nd</i> δ
3740,09	<i>n</i> δ	2628,86	<i>rf</i> larga
3683,60	<i>rf</i> a bordi neri	2577,86	<i>rd</i>
3639,71	»	2476,47	<i>rf</i> a bordi neri
3572,88	<i>n</i> δ	2446,27	<i>r</i> netta
2878,40	<i>r</i> a bordi neri	2402,08	»
2833,17	<i>rd</i> larga	2399,69	»
2823,28	<i>r</i> sottile	2246,90	»

È notevole il gran numero di righe invertite, in mezzo alle quali figurano alcune linee di emissione, dovute verosimilmente ad altri vibratorii. Quando si introduca in circuito l'induttanza tutte le linee figurano come linee di emissione.

Se si esamina lo spettrogramma della scintilla in vaselina le due righe 3740 e 3573 appaiono ancora come righe nere, ma solcate da una sottilissima riga centrale di assorbimento. Conviene anche ricordare, tra le più importanti particolarità presentate da questo spettro, che la linea 4057,97 manca completamente negli spettri di scintilla in vaselina e in tetracloruro di carbonio. Dato che non è cambiato il modo di eccitazione, la mancanza di questa riga sia in emissione che in assorbimento può spiegarsi soltanto ammettendo che essa sia una *riga di ossido*.

I numeri 9 e 10 della tavola riproducono gli spettrogrammi per scintilla tra elettrodi di piombo in acqua e in vaselina.

Stagno. - Lo spettro di scintilla nell'acqua fornito da questo elemento è pure ricchissimo di righe nere e di righe invertite, queste

ultime specialmente nell'ultravioletto avanzato: perciò lo spettro limitato delle scintille in vaselina non presenta righe invertite: nessuna riga invertita si osserva neppure per le scintille in tetracloruro: al solito nella tabella sono in grassetto le lunghezze d'onda delle righe appartenenti a terne con differenza di frequenza costante, secondo KAYSER e RUNGE.

λ	Resultati e osservazioni	λ	Resultati e osservazioni
4524,9	<i>nf</i> e netta	2571,67	<i>rdd</i>
3801,16	<i>></i>	2546,63	<i>rf</i> a bordi neri
3595,95	<i>ndd</i>	2495,80	<i>rdd</i>
3352,4	<i>nd</i>	2488,49	<i>rdd</i>
3330,71	<i>nd</i> sottile	2429,59	<i>rf</i>
3283,60	<i>nd</i>	2421,78	<i>rf</i>
3262,44	<i>r</i> a bordi neri (r. ultima)	2408,27	<i>ndd</i>
3175,18	<i>rf</i> a bordi neri	2358,05	<i>ndd</i> sottile
3034,2	<i>></i>	2354,83	<i>r</i>
3009,24	<i>></i>	2334,93	<i>r</i> sottile
2863,41	<i>rf</i> netta (r. ultima)		
2850,72	<i>rd</i> sottile	2286,75	<i>r</i>
2840,05	<i>rf</i> netta	2269,00	<i>r</i>
2818,66	<i>ndb</i>	2246,16	<i>r</i>
2785,14	<i>></i>	2209,73	<i>rd</i>
2706,59	<i>rf</i> a bordi neri		
2658,30	<i>ndb</i>		
2594,49	<i>ndb</i>		

Se si confrontano questi risultati con quelli dei BLOCH, si trovano parecchie e notevoli differenze dipendenti soprattutto dalle condizioni della scarica: risulta quindi in questi casi molto discutibile l'indicazione dello spettrogramma per una possibile classificazione delle righe.

Bismuto. - Le notazioni sono le stesse di quelle relative al piombo e allo stagno: dato il gran numero di linee, sono nelle tabelle registrate solo le linee invertite: è però da notare subito che le linee **4722,54**, **4122,01**, **3596,12**, **3510,86**, **3397,31** le quali, secondo le osservazioni dei BLOCH appaiono come invertite, nei miei spettrogrammi figurano come linee nere, cioè di emissione.

λ	Resultati e osservazioni	λ	Resultati e osservazioni
3067,63	<i>rf</i> a bordi neri (r. ultima)	2897,99	<i>rd</i>
3024,64	<i>r</i> a bordi neri	2627,94	<i>rfb</i> a bordi neri
2993,35	<i>rd</i>	2400,89	<i>r</i> netta
2969,04	<i>rd</i>	2276,58	<i>></i>
2938,80	<i>rd</i>	2230,62	<i>r</i> larga

Coll'induttanza tutte le linee invertite si trasformano in linee nere cioè d'emissione. È però molto notevole che, quando si esamina lo spettro della scintilla in tetracloruro di carbonio, mentre le linee osservate colla scintilla in acqua appaiono qui come righe nere, la sola riga 3067,63 rimane fortemente invertita (e l'inversione si osserva ancora coll'induttanza). Questa particolarità assegna a questa linea una posizione particolare nello spettro di scintilla del bismuto e rende molto probabile (tenuto conto del comportamento delle righe di risonanza di altri spettri) che essa corrisponde a uno dei potenziali di risonanza del bismuto.

Se non che è molto difficile per questi elementi (come il bismuto, l'antimonio etc.) il porre in relazione le frequenze spettrali coi potenziali critici. Veramente per il bismuto esiste una determinazione del primo potenziale di risonanza ⁽¹⁾; ma come FOOTE e MOHLER osservano, è molto discutibile se queste misure forniscano veramente una diretta indicazione della frequenza spettrale corrispondente; giacchè il lavoro di ionizzazione, ad esempio, può anche includere quella della dissociazione di molecole in atomi. Ad ogni modo per il bismuto il potenziale di seconda risonanza, di cui forse qui vi sarebbe bisogno, non è stato determinato.

Lo spettro di scintilla in acqua è riprodotto nel numero 11 della tavola.

Antimonio. - Lo spettro di scintilla dell'antimonio nell'acqua presenta, nella parte comune, comportamento assai diverso da ciò che risulta nelle esperienze dei BLOCH. In particolare le righe 2877,92; 2770,03; 2670,23, che nelle esperienze dei BLOCH appaiono come fortemente invertite, qui figurano come linee nere e, specialmente le prime due assai intense. Si osservano come righe invertite soltanto le seguenti:

λ	Resultati e osservazioni
2598,08	<i>rf</i> netta
2528,61	<i>rf</i> (r. ultima)
2311,59	<i>rf</i> (questa riga presenta tracce di inversione anche coll'induttanza).

Lo spettro di scintilla tra elettrodi di antimonio in acqua è riprodotto nel numero 12.

⁽¹⁾ Vedi: FOOTE e MOHLER, *The origin of spectra*, pag. 66.

Conclusioni. - Possiamo ora così brevemente riassumere alcuni dei risultati delle precedenti ricerche.

1) Il fondo continuo negli spettri di scintilla nei liquidi (che è specialmente intenso quando manca la induttanza nel circuito di scarica) è specialmente dovuto alla zona centrale della scintilla, come appare più o meno evidentemente da tutti gli spettrogrammi riprodotti nella tavola.

2) Può tenersi come una prima grossolana indicazione la regola che il numero di righe invertite va relativamente crescendo mano a mano che si va verso l'ultravioletto avanzato; il che corrisponde a una certa grossolana validità della regola di KIMURA (di cui abbiamo parlato in principio) secondo la quale la inversione per le righe di serie è tanto più facile quanto più elevato è il numero d'ordine della riga nella serie corrispondente. Abbiamo visto però che questa regola non ha nè può avere validità generale, la inversione delle righe essendo in dipendenza anche dalla natura del solvente, dalle condizioni elettriche della scarica etc. Tanto è vero questo che righe le quali figurano come invertite nelle esperienze dei BLOCH, appaiono qui come righe nere (di emissione) o viceversa.

Tuttavia esistono per i vari elementi alcune linee (numerose per certi elementi) di cui la inversione si ottiene costantemente; e poichè sono più facilmente invertite le linee d'arco (cioè dovute all'atomo neutro) che quelle di scintilla (che hanno cioè come centri di emissione o di assorbimento atomi ionizzati), così negli spettri a righe non classificate si ha buona ragione di attribuire all'atomo neutro quelle righe di cui si osserva più facilmente l'inversione.

Tuttavia specie per gli elementi alcalino-terrosi è frequente anche il caso di righe di scintilla, cioè dovute all'atomo ionizzato, che figurano come invertite: cito ad esempio le righe 3104 e 2803-2795-2791 del Magnesio e le righe 3568-3934 del Calcio.

3) Come regola quasi generale sono fortemente invertite le righe corrispondenti al primo e secondo potenziale di risonanza dell'elemento: questo, si intende, si può riconoscere quando tali potenziali di risonanza sono stati direttamente determinati. Viceversa, la speciale facilità e persistenza nell'inversione per una data riga può essere argomento per far corrispondere questa riga ad uno dei potenziali di risonanza dell'elemento cui appartiene. Questo è probabilmente il caso per la riga 3067 del bismuto che figura anche come riga ultima, secondo la notazione del DE GRAMONT.

4) Come osservazioni particolari relative ai singoli spettri sono anche da notare la probabile assegnazione della riga isolata 4226,73 del magnesio, non ad un atomo neutro di magnesio, ma ad un gruppo

contenente idrogeno; e, analogamente, la assegnazione a gruppi contenenti ossigeno della riga 4057,97 del piombo.

Tutto ciò che precede mostra l'interesse che presentano, per la sistematica delle righe, le osservazioni degli spettri di scintilla nei liquidi e la convenienza di estendere queste ricerche per quanto sia possibile, qualora si abbiano a disposizione altri liquidi che, come l'acqua, siano trasparenti sino ad una zona molto avanzata dell'ultravioletto.

Catania, Istituto Fisico della R. Università, Giugno 1928.

LA NUOVA TEORIA QUANTISTICA DEL GAS IDEALE MONOATOMICO E LA LEGGE DI AVOGADRO

Nota del dott. G. POLVANI

Sunto. — *Sono calcolate le deviazioni che dalla legge di AVOGADRO presenta il gas ideale monoatomico in stato di forte degenerazione.*

Uno dei risultati più notevoli della teoria cinetica dei gas, istituita secondo i principi classici di MAXWELL e BOLTZMANN è che se due gas ideali monoatomici si trovano alla medesima temperatura, alla medesima pressione ed occupano uguali volumi (*qualunque poi siano la pressione, il volume e la temperatura*) essi risultano costituiti dal medesimo numero di molecole (legge di AVOGADRO).

La recente teoria del gas ideale monoatomico istituita dal FERMI ⁽¹⁾, ha mostrato che la teoria classica di MAXWELL e BOLTZMANN deve considerarsi come il caso limite di una più generale teoria fondata su principî quantistici, ottenuto quando la temperatura e la rarefazione tendono all'infinito, praticamente quando esse sono molto alte.

Secondo la nuova teoria del FERMI, l'equazione caratteristica del gas deve scriversi

$$(1) \quad pV = NkT \frac{P(x)}{x}$$

dove: p , V , T , N sono rispettivamente la pressione, il volume, la temperatura assoluta e il numero totale delle molecole del gas; k è la costante di BOLTZMANN; x è definito dalla posizione

$$(2) \quad x = \frac{2\pi k}{h^2} \frac{m}{N^{1/3}} TV^{2/3}, \quad [x] = 0,$$

nella quale m è la massa comune alle molecole del gas e h è la costante di PLANCK ed infine $P(x)$ è un'opportuna funzione di x che a secondo

(1) Vedi « Zeitschrift für Physik », (1926).

che il gas è debolmente o fortemente degenerato può essere rappresentata con gli sviluppi:

$$(3) \quad \begin{aligned} P(x) &= x \left(1 + \frac{1}{2^{3/2} x^{3/2}} + \dots \right) \\ P(x) &= \frac{3^{3/2} \pi^{1/2}}{5 \cdot 2^{1/2}} \left(1 + \frac{5 \cdot 2^{3/2} \pi^{4/2}}{3^{7/2}} x^2 + \dots \right). \end{aligned}$$

Corrispondentemente a quanto abbiamo già detto, la (1) si riduce alla relazione classica

$$(4) \quad pV = NkT$$

per $x \rightarrow \infty$, cioè per T oppure $V \rightarrow \infty$.

L'esame delle (1), (2), (3) rende immediatamente manifesto che due gas diversi che occupino, alla medesima temperatura e alla medesima pressione, uguali volumi, *non* sono a rigore costituiti in generale da ugual numero di molecole e solo ciò può avvenire, come caso limite, quando la temperatura e la rarefazione siano molto alte.

Sotto questo rispetto, scritta in generale l'equazione caratteristica di un gas nella forma

$$pV = RT$$

dove R , intesa come funzione di V e T , risulta allora una *costante specifica* del gas considerato, si giunge alla rigorosa definizione della costante universale di BOLTZMANN per mezzo della relazione

$$k = \lim_{T, V \rightarrow \infty} \frac{R}{N}.$$

Le deviazioni dalla legge d'AVOGADRO si possono subito e facilmente trarre dalla (1). Noi ci limitiamo brevemente a considerare ciò che avviene nel caso limite antitetico a quello nel quale vale la legge d'AVOGADRO, cioè ci limitiamo al caso di fortissime degenerazioni.

Immaginiamo due gas diversi che, trovandosi a temperature infinitamente basse, occupino volumi uguali; siano m_1, m_2 le masse comuni rispettivamente alle molecole del primo e del secondo gas; N_1, N_2 i numeri delle molecole di cui essi sono rispettivamente costituiti. Dalle (1), (2), (3) ricavasi subito, nel caso di fortissime degenerazioni (trascurando termini in x^2)

$$\frac{N_1}{N_2} = \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{3/2}$$

cioè:

se due gas ideali monoatomici occupano volumi uguali sotto uguali pressioni, e le loro temperature sono infinitamente basse, i numeri

delle molecole costituenti i due gas stanno tra loro come le potenze $3/5$ dei pesi molecolari (atomici).

Dalle stesse equazioni (1), (2), (3) si ricava analogamente che se due gas monoatomici costituiti da un medesimo numero di molecole si trovano a temperature infinitamente basse, e sono sottoposti a uguali pressioni, essi occupano volumi inversamente proporzionali alle potenze $3/5$ dei pesi molecolari (atomici); e se invece occupano uguali volumi allora sono sottoposti a pressioni inversamente proporzionali ai pesi molecolari (atomici).

Pisa, Istituto di Fisica Tecnica, Maggio 1928.

SULLA TEORIA DELLE OSCILLAZIONI ELASTICHE CON EREDITARIETÀ

Nota di D. GRAFFI

Sunto. - *In questa nota viene trattata la teoria delle oscillazioni elastiche con ereditarietà e viscosità. Con una opportuna forma del coefficiente di ereditarietà la soluzione dell'equazione integro-differenziale del problema si presenta in forma relativamente semplice.*

Per confrontare questi risultati con l'esperienza, si cerca l'espressione del decremento logaritmico della oscillazione. Questa espressione viene trovata facendo alcune semplificazioni e con essa si interpreta la dipendenza del decremento del periodo ma non la dipendenza di esso dall'ampiezza.

Ci proponiamo di trattare in questo scritto la teoria delle oscillazioni elastiche con ereditarietà. Ci riferiremo alle oscillazioni di torsione che sono state maggiormente studiate con l'esperienza.

Supponiamo dunque di avere un cilindro circolare di raggio r e lunghezza l alla cui base sia sospesa una massa il cui momento di inerzia rispetto all'asse sia M . Il valore di M si supporrà così grande da poter trascurare rispetto ad esso l'inerzia del cilindro. Per un principio fondamentale di meccanica il prodotto $M \frac{d^2\theta}{dt^2}$ dove θ è l'angolo di torsione deve essere uguale al momento rispetto all'asse degli sforzi interni. L'omografia degli sforzi interni β dipenderebbe secondo la teoria ordinaria dell'elasticità dall'omografia α delle deformazioni. Secondo però le idee del VOIGT ⁽¹⁾ β dipenderebbe anche dalle derivate dell'omografia delle deformazioni, mentre secondo BOLTZMANN ⁽²⁾ e VOLTERRA ⁽³⁾ essa dipenderebbe da tutti i valori per cui è passata α . Seguendo idee sostanzialmente espresse dallo stesso VOIGT ammetteremo valide insieme le due ipotesi, cioè scri-

⁽¹⁾ « Wied. Ann. », 47, 1892, pag. 171.

⁽²⁾ « Wiener Berichte », LXX-1874, 2, Ab.

⁽³⁾ *Théorie des fonctions des lignes*, cap. VI.

veremo:

$$\beta = -\lambda I_1(\alpha) - \mu D\alpha - \int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau) I_1(\alpha)(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^t \psi(t-\tau) D\alpha(\tau) d\tau - \\ - \chi \frac{dI_1(\alpha)}{dt} - \eta \frac{dD\alpha}{dt}.$$

Procedendo allora come nella teoria ordinaria dell'elasticità si trova che il momento degli sforzi interni vale

$$- \left(\theta'(t)\eta + \mu\theta(t) + \int_{-\infty}^t \psi(t-\tau)\theta(\tau) d\tau \right) \frac{\pi r^4}{2l}.$$

Poniamo per semplicità:

$$\eta \frac{\pi r^4}{2l} = R; \quad \mu \frac{\pi r^4}{2l} = K; \quad \frac{\pi r^4}{2l} \psi(t-\tau) = \Phi(t-\tau)$$

e la nostra equazione diviene:

$$(1) \quad M \frac{d^2\theta}{dt^2} + R \frac{d\theta}{dt} + K\theta + \int_{-\infty}^t \Phi(t-\tau)\theta(\tau) d\tau = 0.$$

Supponiamo ora che la $\theta(\tau)$ sia stata nulla nell'intervallo $(-\infty, -\tau_1)$ e che nell'intervallo $(-\tau_1, 0)$ abbia avuto un valore $\theta(\tau)$ noto per cui sia stata portata all'angolo ω_0 .

Allora l'equazione (1) diviene

$$(2) \quad M \frac{d^2\theta}{dt^2} + R \frac{d\theta}{dt} + K\theta + \int_0^t \Phi(t-\tau)\theta(\tau) d\tau + \int_{-\tau_1}^0 \Phi(t-\tau)\theta(\tau) d\tau = 0.$$

Questa equazione è già stata sostanzialmente risolta dal prof. VOLTERRA ⁽¹⁾ lasciando alla $\Phi(t-\tau)$ una forma qualsiasi. Può essere però utile anche un tipo di soluzione meno generale ma più semplice che consiste in fondo nell'estensione alle equazioni integro-differenziali del metodo del WHITTAKER ⁽²⁾ per risolvere le equazioni integrali.

Le varie teorie fisiche sull'elasticità susseguente (MAXWELL, WIECHERT) conducono a supporre Φ come una somma di esponenziali. Anche dal punto di vista puramente ereditario pare a noi che la cosa

⁽¹⁾ *Théorie des fonctions de lignes*, pag. 97.

⁽²⁾ « *Proceedings Royal Society* », ser. A, vol. 94-1918.

sia possibile procedendo in modo analogo a quello del WHITTAKER. Infatti la Φ è funzione determinata sperimentalmente ⁽¹⁾ che risulta in generale del tipo di una funzione smorzata e quindi è possibile rappresentarla con buona approssimazione come somma di esponenziali ⁽²⁾.

Dimodochè scriveremo la (2)

$$(3) \quad M \frac{d^2\theta}{dt^2} + R \frac{d\theta}{dt} + K\theta + \int_0^t \sum_1^n A_i e^{-\alpha_i(t-\tau)} \theta(\tau) d\tau + \int_{-\tau_1}^0 \sum_1^n A_i e^{-\alpha_i(t-\tau)} \theta(\tau) d\tau = 0$$

cioè si è posto:

$$\Phi = \sum_1^n A_i e^{-\alpha_i(t-\tau)}.$$

Con questa ipotesi la (3) è come si vede facilmente risolubile perchè derivandola n volte si finisce con eliminare gli integrali e si ottiene una equazione differenziale lineare a coefficienti costanti ⁽³⁾. Ma è più rapido procedere nel seguente modo. Poniamo

$$\theta(t) = \sum_1^{n+2} C_i e^{x_i t}$$

e cerchiamo se è possibile di soddisfare la (3). Si vede che con detta sostituzione si ottiene:

$$\begin{aligned} & \sum_1^{n+2} M x_i^2 C_i e^{x_i t} + \sum_1^{n+2} R x_i C_i e^{x_i t} + \sum_1^{n+2} K C_i e^{x_i t} + \sum_1^{n+2} C_i e^{x_i t} \sum_1^n \frac{A_i}{x_i + \alpha_i} + \\ & + \sum_1^{n+2} C_i \sum_1^n \frac{e^{-\alpha_i t}}{\alpha_i + x_i} + \sum_1^n e^{-\alpha_i t} \int_{-\tau_1}^0 A_i e^{x_i \tau} \theta(\tau) d\tau = 0. \end{aligned}$$

Ammettiamo in primo luogo che l'equazione

$$(4) \quad Mx^2 + Rx + K + \sum_i \frac{A_i}{x_i + \alpha_i} = 0$$

abbia $n+2$ radici distinte. Allora si vede che la nostra equazione è soddisfatta ponendo per x_i le radici dell'equazione ora scritta e

⁽¹⁾ Per metodi statici di determinazione della Φ vedi la citata Memoria di BOLTZMANN.

⁽²⁾ Vedi per es.: G. CASSINIS, *Calcoli numerici, grafici e meccanici*, Cap. XII.

⁽³⁾ In questa maniera nell'ipotesi $\Phi = Ae^{-\alpha(t-\tau)}$, e $R=0$, D. KOSTER, « *Proceedings of Amsterdam* », 1921, ottenne la soluzione dell'equazione (1).

determinando la C , in modo che sia

$$\sum_{i=1}^{n+2} \frac{C_i}{\alpha_i + x_i} = \int_{-\tau_1}^0 A_i e^{\alpha_i \tau} \theta(\tau) d\tau.$$

Le altre due relazioni che determinano C , sono i valori ω_0 e v_0 di $\theta(t)$ e $\frac{d\theta}{dt}$ al tempo zero. Cioè le equazioni:

$$\sum C_i = \omega_0, \quad \sum x_i C_i = v_0.$$

Nel caso che l'equazione (4) ammetta radici multiple, fondandosi sull'analogia con le equazioni differenziali, si capisce che se x è radice multipla di ordine r al posto dei termini x si deve mettere l'espressione

$$C_1 e^{xt} + C_2 t e^{xt} + \dots C_r t^{r-1} e^{xt}.$$

Le costanti vengono poi determinate in modo analogo al precedente. Si noti che la soluzione trovata è effettivamente l'unica come risulta dalla teoria generale del VOLTERRA sulle equazioni integrali.

Volendo trarre dai nostri risultati alcune conseguenze d'indole fisica cominciamo con fare alcune semplificazioni. Ammettiamo anzitutto che la ψ e quindi la Φ si riduca ad un solo esponenziale. Poichè come ho provato altra volta affinchè vi sia dissipazione di energia occorre che ⁽¹⁾:

$$\int_0^\infty \psi(s) \sin ws \, ds < 0.$$

Ne risulta che la Φ deve avere l'espressione:

$$-A e^{-\alpha(t-\tau)}.$$

Perciò la nostra equazione (4) diviene

$$(5) \quad Mx^2 + Rx + K - \frac{A}{x + \alpha} = 0.$$

In pratica le radici di α saranno due complesse ed una reale cioè saranno

$$-p + iq, \quad -p - iq, \quad -r.$$

Quindi la $\theta(t)$ ha la forma

$$\theta(t) = C_1 e^{-pt} \sin(qt + C) + C_2 e^{-rt}.$$

(1) « Nuovo Cimento », febbraio 1928.

Le costanti C_1 , C_2 e φ vengono determinate con le condizioni

$$(6) \quad \begin{cases} C_1(q \cos \varphi - p \sin \varphi) - C_2 r = v_0 \\ C_1 \sin \varphi + C_2 = \omega_0 \\ \frac{C_2}{\alpha - r} + \frac{C_1 \cos \varphi (\alpha - p) - q C_1 \sin \varphi}{(\alpha - p)^2 + q^2} = h \end{cases}$$

essendo

$$h = -A \int_{-\tau_1}^0 l^{\tau} \theta(r) d\tau.$$

Cominciamo ora con risolvere l'equazione (5). Essa equivale a

$$Mx^3 + (\alpha M + R)x^2 + (R\alpha + K)x - A + K\alpha = 0.$$

Per stare nei casi più semplici ammettiamo che α , $\frac{A}{M}$, $\frac{R}{M}$ siano così piccoli da poterne trascurare i loro quadrati e prodotti rispetto ai termini in $\frac{K}{M}$ nelle espressioni che incontreremo.

Posto

$$x = z - \frac{R + M\alpha}{3M},$$

l'equazione (6) diviene

$$z^3 + \frac{K}{M}z - \frac{K}{M} \frac{R + M\alpha}{3M} - \frac{A - K\alpha}{M} = 0.$$

Il discriminante di questa equazione è

$$\frac{1}{4} \left(\frac{K}{M} \cdot \frac{R + M\alpha}{3M} + \frac{A - K\alpha}{M} \right)^2 + \frac{1}{27} \left(\frac{K}{M} \right)^3 = D$$

che si riduce per le nostre approssimazioni uguale a:

$$\frac{1}{27} \left(\frac{K}{M} \right)^3.$$

Per la soluzione dell'equazione interessa conoscere le radici di:

$$\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}}; \quad \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}}$$

con

$$q = - \left(\frac{K}{M} \frac{R + M\alpha}{3M} + \frac{A - K\alpha}{M} \right).$$

Sviluppando le due radici in serie e fermandosi al primo termine si ha per esse il valore

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{K}{M}} - \frac{1}{3} \frac{1}{K} \frac{q}{2}; \quad -\frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{K}{M}} - \frac{1}{3} \frac{1}{K} \frac{q}{2}.$$

Perciò applicando le formule del CARDANO le radici si riducono a

$$-r = -\frac{R + M\alpha}{3M} + \frac{R + M\alpha}{3M} + \frac{A - K\alpha}{M} \frac{M}{K} = \frac{A}{K} - \alpha$$

$$-p + iq = -\frac{R + M\alpha}{3M} - \frac{R + M\alpha}{6M} - \frac{A - K\alpha}{2M} \cdot \frac{M}{K} + i\sqrt{\frac{K}{M}} =$$

$$= -\frac{R + M\alpha}{2M} - \frac{A - K\alpha}{2M} \cdot \frac{M}{K} + i\sqrt{\frac{K}{M}} = -\frac{R}{2M} - \frac{A}{2K} + i\sqrt{\frac{K}{M}}$$

$$-p - iq = -\frac{R}{2M} - \frac{A}{2K} - i\sqrt{\frac{K}{M}}.$$

Da ciò risulta che affinché $-r$ sia negativa deve essere

$$K\alpha > A.$$

Volendo ora confrontare questi risultati con l'esperienza è opportuno riferirsi al decremento logaritmico come già fecero altri autori. Se non che nel nostro caso il decremento logaritmico definito come il logaritmo del rapporto fra due ampiezze successive, verrebbe per la espressione di $\theta(t)$ a dipendere dalle medesime ampiezze. Effettivamente l'esperienza ⁽¹⁾ comprova ciò ma la variazione è così grande che la nostra teoria non la può provare. Infatti si osservi risolvendo il sistema (6) che la C_2 ha un'espressione in cui ogni termine è dell'ordine di $\alpha - r$ in modo che nella derivata di $\theta(t)$ si ha

$$\theta'(t) = C_1 e^{-pt} (q \cos(qt + \varphi) - p \sin(qt + \varphi)) - r C_2 e^{-rt}.$$

Ora il secondo termine è trascurabile rispetto al primo almeno per valori di t non troppo elevati. Perciò i valori di t in cui $\theta'(t)$ si annulla saranno a meno di quantità trascurabili gli stessi in cui si annulla il primo termine di $\theta'(t)$ ossia per:

$$t = \frac{1}{q} \text{arc. tang. } \frac{q}{p} - \frac{\varphi}{q} + K \frac{\pi}{q}.$$

(1) Vedi per es. VOIGT, loc. cit., e i lavori di SUBRAHAMIAN e GUNNIAYA nelle annate 1925-26-27 del « Phil. Magazine ».

Il periodo delle oscillazioni T è dunque

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}$$

come nel caso ordinario. Il decremento logaritmico sarà perciò

$$\log \frac{C_1 e^{-pt} \sin(qt + \varphi) + C_2 e^{-rt} + C_1 e^{-p(t+\frac{T}{2})} \sin(qt + \varphi) - C_2 e^{-r(t+\frac{T}{2})}}{C_1 e^{-p(t+\frac{T}{2})} \sin(qt + \varphi) + C_2 e^{-r(t+\frac{T}{2})} + C_1 e^{-p(t+T)} \sin(qt + \varphi) - C_2 e^{-r(t+T)}}$$

Ora i termini

$$C_2 e^{-rt} - C_2 e^{-r(t+\frac{T}{2})}$$

differiscono per le nostre approssimazioni di quantità trascurabili, perciò il decremento logaritmico $\frac{\lambda}{2}$ assume l'espressione

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2} pT.$$

E sostituendo i valori a p e T si ha:

$$(9) \quad \lambda = \frac{\eta \pi r^4}{2lM} 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}} + \frac{A}{K} \pi \sqrt{\frac{M}{K}} = \frac{\eta}{\mu} \frac{2\pi^2}{T} + \frac{A}{2K} T.$$

In queste formule come si vede facilmente le costanti $\frac{\eta}{\mu}$, $\frac{A}{K}$ dipendono solo dalla natura fisica del filo ma non dalle dimensioni.

Ad una espressione del tipo per il decremento logaritmico arrivò già M. BRILLOUIN ⁽¹⁾ partendo però da concetti completamente diversi da quelli seguiti da noi. Ora alcuni sperimentatori trovarono che λ è indipendente da T il che si può giustificare secondo il BRILLOUIN dal fatto che le esperienze furono fatte in un intorno di T per cui

$$\frac{d\lambda}{dT} = 0.$$

La formula (9) prevede però che in certi casi prevalendo il primo termine sul secondo si ha aumento del decremento logaritmico con

⁽¹⁾ « Annales de Chimie et Physique », 1898. Si noti che in questo studio si è trascurata la resistenza dell'aria. Per tenerne conto occorre aggiungere un termine correttivo a E dimodochè l'espressione di λ risulta lievemente modificata.

la frequenza, il che si trova verificato nelle citate esperienze di SUBRAHAMIAN.

In altri casi prevalendo il secondo termine sul primo si dovrebbe avere aumento di λ al crescere di T . Ciò fu constatato effettivamente dal KLEMENCIC nei fili di vetro. Però questo A. constatò un aumento di λ facendo variare il momento d'inerzia M ma trovò che il decremento rimaneva circa lo stesso variando la lunghezza del filo il che la nostra teoria non può spiegare. Invece lo SCHMIDT ⁽¹⁾ facendo variare la lunghezza di fili di varie sostanze arrivò empiricamente alla nostra formula. Tornando alla dipendenza del decremento logaritmico dall'ampiezza osserviamo che questo fatto non ci sembra dovuto all'aver supposto che nella Φ figurì un solo esponenziale. Si può provare ciò col seguente ragionamento sebbene esso non sia troppo rigoroso dal punto di vista analitico.

Siano $X_1, X_2, \dots, X_{n+1}$ le radici dell'equazione (4). Al tendere delle A e α allo zero avremo in generale che n radici tendono a zero, mentre due (che saranno indicate con X_1, X_2) tendono a valori finiti. Dunque se queste A e α sono molto piccole si possono supporre piccole in modulo anche le X_r . Con lo stesso ragionamento si vede che anche le C_r devono essere piccole. Perciò può essere lecito trascurare i quadrati e i prodotti delle C_r e delle X_r fra loro e con A e α nell'espressione del decremento per valori di t non troppo elevati. Ne risulta così che λ non dipende neppure in questo caso dall'ampiezza di oscillazione. Piuttosto la variazione del decremento logaritmico con l'ampiezza può essere dovuto al fatto che gli sperimentatori considerarono sempre ampiezze grandi mentre la teoria vale solo per ampiezze molto piccole.

Vogliamo da ultimo osservare che il metodo ora esposto per risolvere l'equazione integro-differenziale può essere utile in altri capitoli della fisica come per esempio nello studio della scarica di un condensatore con isteresi dielettrica.

⁽¹⁾ « Wied. Ann. », II, 1877.

SULLA MISURA DEL POTERE RIFLETTENTE DEL SUOLO COL FOTOMETRO DI RICHARDSON

Nota di L. MARTINOZZI

Sunto. — *Si mostra nella presente nota, come siano poco attendibili le misure del potere riflettente del suolo ottenute col fotometro di RICHARDSON e se ne spiega la causa.*

Nella 3^a Assemblea della Unione Internazionale Geodetica e Geofisica, tenutasi a Praga nel settembre 1927, L. F. RICHARDSON presentò alla sezione di Meteorologia un suo fotometro che, da esperimenti compiuti dall'autore stesso, sembrava ben corrispondere per la misura del potere riflettente del suolo.

Dietro richiesta del professore EREDIA l'esemplare del fotometro fu assegnato all'Ufficio Presagi; lo scrivente ebbe il compito di condurre delle osservazioni con la dovuta estensione. Nel presente scritto vengono esposti i risultati di tali osservazioni.

Il fotometro di RICHARDSON ⁽¹⁾ consiste essenzialmente in un cuneo abbastanza aguzzo imbiancato con sostanza ad alto potere riflettente: tale cuneo è illuminato da una parte da una stretta finestra (diametro circa 2 mm.) dall'altra da una apertura alquanto più grande munita di un diaframma ad iride. Lo sperimentatore osserva in direzione perpendicolare allo spigolo del cuneo e regola il diaframma sino a che non ne osservi ugualmente illuminate le due faccie. Lungo il cammino dei raggi visuali diretti all'occhio dello sperimentatore possono essere posti dei vetri colorati per filtrare determinate regioni dello spettro. Le due finestre dell'apparecchio sono munite di vetrini per impedire che la polvere danneggi lo strumento.

La teoria dell'apparecchio, stabilita assai accuratamente dallo autore, conduce alla seguente formula che esprime il rapporto R delle

(1) Atti della 3^a Assemblea dell'Unione Geodetica e Geofisica Internazionale.

L. MARTINOZZI: *Sulla misura del potere riflettente del suolo col fotometro di Richardson.*

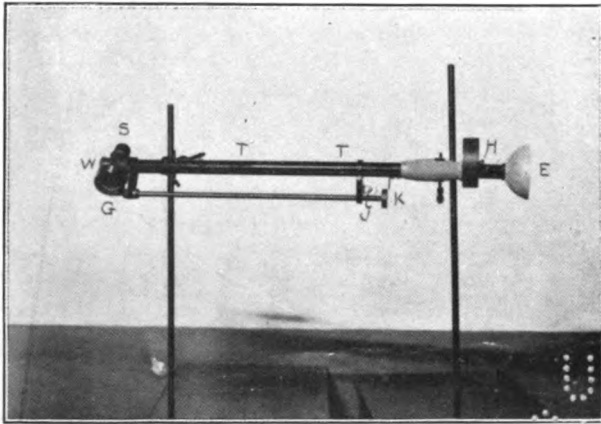


Fig. 1

Fotometro di RICHARDSON.

W corpo del fotometro - *G* finestrella, munita del diaframma ad iride, che vien volta verso il suolo - *S* finestrella che vien volta allo zenit - *H* filtri colorati di luce - *K* testa zigrinata della « tige » che regola il diaframma - *TT* tubo oculare - *E* oculare.

To Mr.
Anderson 140

intensità luminose delle sorgenti che illuminano le due faccie del cuneo, in funzione del raggio r del diaframma ad iride

$$R = \frac{A}{r^2} + B$$

dove A e B sono costanti che dipendono solo dall'apparecchio.

Nell'apparecchio usato in queste ricerche i valori delle costanti erano

$$A = 0,0637 \quad B = 0,00087.$$

Dallo spigolo del cuneo la finestrella minore era vista sotto un cono d'apertura di $3^{\circ}30'$ e la finestra maggiore, quando il diaframma fosse completamente aperto, sotto un cono d'apertura di 45° ca..

Il diaframma è regolato a mezzo di una lunga « tige » che comanda un ingranaggio elicoidale; tale « tige » porta una graduazione empirica.

La taratura dello strumento ha dato i risultati riuniti nella tabella e grafico seguenti:

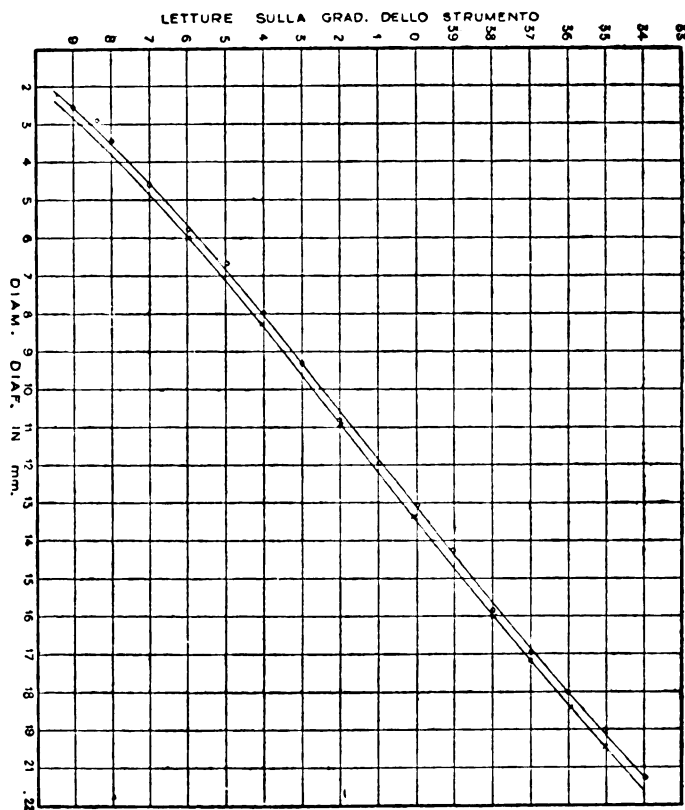
Indice dello strumento	Diametro del diaframma in cm.	
	I	II
9	0,25	
8,4	0,29	
8,0	0,34	
6,95	0,44	
6	0,58	0,60
5	0,67	—
4	0,85	0,87
3	0,93	—
2	1,08	1,09
1	1,20	—
0	1,31	1,33
39	1,43	—
38	1,59	1,61
37	1,70	1,72
36	7,81	1,84
35	1,91	1,95
34	2,03	—

Sotto la colonna I sono posti i diametri che si hanno in corrispondenza delle graduazioni dello strumento quando si procede dai piccoli ai grandi diametri: sotto la colonna II sono indicati i valori ottenuti procedendo dai grandi ai piccoli diametri: la diversità è data dal giuoco che hanno gli ingranaggi.

Per ottenere il valore del rapporto R dai valori letti durante

le osservazioni ho utilizzato la seguente tabella calcolata dal RICHARDSON:

Diametro del diaframma cm.	R	Diametro del diaframma cm.	R
0,26	1,019	—	—
0,30	0,749	1,026	0,0645
0,34	0,574	1,111	0,0551
0,38	0,453	1,196	0,0476
0,43	0,367	1,282	0,0416
0,47	0,304	1,367	0,0367
0,51	0,2554	1,538	0,02919
0,60	0,1878	1,709	0,02381
0,68	0,1440	2,135	0,01557
0,77	0,1140	2,551	0,01109
0,85	0,0925	2,987	0,00839
0,94	0,0766	3,412	0,00664



Per usare l'apparecchio si volge verso il suolo la finestra munita di diaframma e verso lo zenith la finestrella minore.

Ho condotto numerose osservazioni nel giardino prospiciente l'Istituto di Fisica della R. Università di Roma avendone ottenuto permesso dal chiarissimo direttore prof. O. M. CORBINO che vivamente ringrazio.

I risultati sono riuniti in vari gruppi; i valori riuniti in ciascun gruppo sono rigorosamente confrontabili tra loro. Spesso mi son collocato in ampi spiazzati sul limite dell'ombra proiettata da qualche edificio o da una pianta dimodochè con un minimo spostamento potessi avere sotto di me sia una zona ombreggiata che una zona soleggiata, le quali sensibilmente vedessero il cielo sotto un ugual angolo solido, ma mentre l'una riceveva i raggi diretti del sole l'altra era illuminata soltanto dai raggi diffusi: la zona di cielo posta allo zenith, quella cioè vista dalla finestrina minore era sempre la stessa.

L'osservatore si poneva sempre in modo da avere il sole di fronte.

Dato che il suolo era sempre lo stesso, la regione zenithale pure, si avrebbero dovute ottenere uguali indicazioni tanto se l'areola osservata fosse colpita quanto se non lo fosse dai raggi diretti del sole (è da notarsi che anche ponendo, idealmente, adagiato il fotometro sul suolo la regione zenithale osservata dalla finestrella superiore non sarebbe variata) poichè il coefficiente di riflessione con lo strumento del RICHARDSON si ottiene come rapporto della energia radiante che colpisce il suolo normalmente e di quella frazione che da esso viene riflessa. Come era prevedibile però i risultati furono alquanto diversi.

La ragione di questa diversità va ricercata nel fatto che la superficie del suolo essendo scabra assai più diffonde che non rifletta la luce che la colpisce.

A mio parere pertanto ciò che interessa ed ha significato conoscere è il rapporto tra l'energia che cade sulla superficie del suolo e quella che da esso è respinta (diffusa o riflessa indifferentemente); ora tale determinazione con l'apparecchio del RICHARDSON non si può fare mai o quasi mai. Una condizione specialmente favorevole sarebbe data dal cielo uniformemente coperto, cioè tale da avere ugual luminosità ovunque; certo che in una giornata nella quale non vi fossero *assolutamente* ombre le misure acquisterebbero un significato preciso: ma la difficoltà di trovare tali giornate è assai grande specie nei nostri climi (è evidentemente necessario anche che non vi sia pioggia o neve!): nel periodo dall'aprile al giugno nel quale ho fatto le mie misure, non mi è mai capitato di trovarne. Che la luminosità delle

varie regioni del cielo sia tutt'altro che uniforme in generale, risulta in modo indiscutibile dai lavori del MAJORANA ⁽¹⁾, del PACINI ⁽²⁾ ecc. Vedremo in seguito come possa procedersi ad una determinazione della riflessività del suolo in maniera più rigorosa. Ecco i risultati delle osservazioni ⁽³⁾:

Aiuola verde, ore 17,30 del giorno 11 maggio, cielo sereno.

Indice =	6,3	2r =	5,4	R =	0,22	filtro	verde	S
	6,7		4,9		0,27	»	»	S
	6,9		4,6		0,32	»	»	S
	3,9		7,9		0,11	»	»	O
	2,2		10,4		0,06	»	»	O
	2,5		10,0		0,07	»	»	O
	8,2		3,2		0,66	»	»	S
	4,7		7,3		0,12	»	»	O
	39,2		14,1		0,03	»	rosso	S
	38,5		15,0		0,03	»	»	S
	37,7		15,8		0,026	»	»	O
	35,2		18,7		0,02	»	»	O
	37,2		16,6		0,025	»	»	S
	35 —		19,3		0,017	»	»	O

Nei viali del giardino, ore 16,30 del 5 maggio, sereno.

Indice =	4,2	2r =	7,7	R =	0,11	filtro	verde	S
	6,1		5,7		0,22	»	»	S
	3,9		8,1		0,10	»	azzurro	S
	5,6		6,2		0,17	»	»	S
	4,8		7,0		0,137	»	»	S
	5,1		6,7		0,145	»	rosso	S
	6,4		5,3		0,25	»	»	S
	2,2		10,5		0,06	»	verde	O
	1,6		11,3		0,05	»	»	O
	35,7		18,4		0,02	»	azzurro	O
	37,9		15,7		0,027	»	»	O
	38,1		15,5		0,027	»	»	O
	3,7		8,3		0,09	»	rosso	O
	4,8		7,0		0,14	»	»	O
	3,6		8,7		0,09	»	»	O
	2,2		10,5		0,06	»	»	O

⁽¹⁾ Rendiconti R. Acc. dei Lincei. Classe Sc. Fis. Mat., vol. IX, pag. 87, Roma 1900.

⁽²⁾ Annali R. Ufficio Centrale Met. e Geof., vol. XXXVII, parte 1^a, 1915, Roma 1916; « Nuovo Cimento », vol. X, pag. 131, Pisa 1915; Mem. Soc. Spett. It., vol. VIII, serie 2^a, Catania 1919.

⁽³⁾ I dati per una stessa zona di terreno al sole ed all'ombra, nel modo descritto precedentemente, sono contraddistinti dalle lettere S ed O rispettivamente.

Viale terroso, ore 17,45 del 18 maggio, sereno.

Indice = 7,8 $2r = 3,6$ $R = 0,51$ filtro verde *S*

Sull'erba di una aiuola nelle stesse condizioni.

Indice = 5,0 $2r = 6,8$ $R = 0,14$ filtro verde *S*

Viale del giardino, le osservazioni sono fatte a due a due nello stesso punto, cielo perfettamente sereno, giorno 7 giugno, ore 16,45.

Indice = 9,0 $2r = 2,5$ $R = 1,02$ filtro verde *S*
 6,5 5,3 0,25 » » *O*

Ore 17:

Indice = 8,3 $2r = 3,0$ $R = 0,75$ filtro verde *S*
 6,7 4,8 0,30 » » *O*

Ore 17,10:

Indice = 8,7 $2r = 2,7$ $R = 0,9$ filtro verde *S*
 7,0 4,5 0,33 » » *O*

Ore 17,20:

Indice = 8,7 $2r = 2,7$ $R = 0,9$ filtro verde *S*
 6,4 5,3 0,25 » » *O*

Viale terroso, ore 17 del giorno 14 giugno.

Indice = 9,5 $2r = 2,2$ $R = 1,1$ filtro verde *S*
 9,5 2,2 1,1 » » *S*
 8,5 2,9 0,76 » » *O*
 7,5 4,0 0,41 » » *O*

non si arriva ad avere uniformità: —

la terra risulta sempre più luminosa » rosso *S*
 8,6 2,8 0,8 » » *O*
 7,0 4,5 0,33 » azzurro *S*
 7,0 4,5 0,33 » » *O*

Ore 17,30:

Indice = 9,5 $2r = 2,2$ $R = 1,1$ filtro verde *S*
 7,2 4,3 0,37 » » *O*

Osservando i dati raccolti si vede come le differenze tra il potere riflettente delle zone illuminate direttamente dal sole e quelle poste in ombra siano notevolissime, fuori dagli errori di osservazione.

Dai dati raccolti il giorno 11 maggio risulta che usando un filtro verde si ha su una aiuola d'acanto un valore delle riflessività di 0,46 (se si trascura una osservazione che forse è eccessiva dando 0,66, tale cifra si riduce a 0,27 ottenuta come media di valori assai vicini), all'ombra si ha invece per la riflessività il valore medio di 0,09; usando il filtro rosso non si hanno diversità apprezzabili.

Dai dati raccolti il 5 maggio su i viali del giardino risulta una riflessività dell'ordine di qualche decimo al sole e di qualche centesimo all'ombra per il verde e per l'azzurro; per il rosso non si hanno diversità apprezzabili.

Dalle osservazioni fatte il 6 giugno con sole splendentissimo la diversità risulta anche più appariscente, mentre al sole si hanno per la riflessività dei valori dell'ordine della unità e financo superiori (!); all'ombra si hanno valori dell'ordine di qualche decimo.

Notevole il fatto che con la luce rossa non sia riuscito ad ottenere l'uguaglianza di campo al sole, mentre ho ottenuto il valore di 0,8 all'ombra.

Questi risultati financo paradossali (la terra rifletterebbe più luce di quella che non ne riceva!) sono appunto dovuti al principio stesso dello strumento col quale si viene a trascurare completamente il fenomeno della diffusione. Tale fatto si deduce anche dalla diversità di risultati ottenuti in giornate diverse ossia in diverse condizioni di luce diretta del sole.

Passo ora ad esporre come, a parer mio, si potrebbero ottenere soddisfacenti misure in questo campo.

Premetto che son d'opinione che assai più interessi la conoscenza del potere riflettente per le radiazioni calorifiche che non per quelle visibili, poichè è risaputo come notevolmente vari il potere riflettente dei corpi al variare delle lunghezze d'onda incidenti; perciò sarebbe più conveniente orientare le ricerche prevalentemente verso le radiazioni infrarosse.

Il sistema più rigoroso per determinare il potere riflettente del suolo è quello di ricorrere alla considerazione dei solidi fotometrici relativi alla luce che giunge sul suolo ed a quella che da esso parte.

Evidentemente il quoziente dei volumi dei due solidi fotometrici dà il valore della riflessività cercata.

Il problema che si presenta è quello della determinazione dei solidi fotometrici stessi. A tale scopo si presta ottimamente il fotometro di MAJORANA ⁽¹⁾ col quale si possono paragonare due sorgenti

(1) Cfr. loc. cit.

luminose in una qualsiasi posizione relativa: volgendo una delle canne dello strumento ad una determinata regione, ad esempio allo zenith, con l'altro si esplorerebbero zone sia del cielo che del suolo poste in varie direzioni e così si potrebbero costruire per punti i solidi fotometrici dei quali se ne troverebbe il volume con i processi del calcolo pratico.

Tale sistema però per quanto rigoroso è assai laborioso e tale solo da essere usato in stazioni al livello del suolo mentre le determinazioni più praticamente utili sono quelle che si possono condurre da aeroplani come fa rilevare il RICHARDSON.

Per misure più rapide, attuabili anche dal velivolo, si presta assai meglio l'uso di fotometri integratori, tali cioè da darci la intensità totale della luce ricevuta da tutte le possibili direzioni; tali strumenti, come lo dice il loro nome, ci darebbero senz'altro il valore del volume del solido fotometrico relativo alla zona considerata. Un modello di tali apparecchi che per essere di dimensioni simili al fotometro di RICHARDSON è facilmente usabile anche dal velivolo, sarà descritto dallo scrivente in altro luogo.

Ovviamente si possono usare gli stessi metodi per lo studio della riflessività relativa alle radiazioni infrarosse, soltanto sostituendo al fotometro uno strumento rivelatore delle dette radiazioni (un attinometro, una pila termoelettrica etc.). Anche per tale determinazione si prestano bene i due metodi ora esposti. Se non erro il primo metodo, quello della determinazione del solido fotometrico, è ora usato dal PACINI in sue ricerche assai dettagliate sull'argomento; in quanto al secondo metodo, cioè all'uso di uno strumento integratore, ne descrivo un modello là dove parlo del fotometro.

Roma, Ufficio Presagi, luglio 1928.

NUOVO REGISTRATORE DI ATMOSFERICI E PRIMI RISULTATI CON ESSO OTTENUTI

Nota del dott. IVO RANZI

Sunto. - Viene descritto un registratore di atmosferici basato sull'impiego di una lampada a neon e di un registratore fotografico.

I risultati di 2000 ore circa di registrazione eseguite dal 1° marzo al 10 luglio 1928, permettono di confermare le conclusioni del BUREAU circa la classificazione e l'origine degli atmosferici.

Come è noto, gli atmosferici, che influenzano tutti gli apparecchi ricevitori di radiotelegrafia o di radiotelefonìa, vengono d'ordinario divisi in due classi principali: alcuni sono costituiti da scariche isolate, nettamente distinte le une dalle altre; altri invece, si rivelano con una specie di crepitio continuo, simile al rumore prodotto dallo scarico di un ammasso di pietre. Gli inglesi chiamano i primi *clicks*, i secondi *grinders*; i francesi li chiamano *craquements* o *roulements*, rispettivamente. Noi designeremo i primi come *scariche*, i secondi come *crepitio*. Lascieremo da parte tutti i tipi intermediari di atmosferici che i varî autori hanno creduto di poter definire.

Le numerose osservazioni eseguite dal BUREAU e collaboratori ⁽¹⁾ hanno permesso di stabilire in modo abbastanza preciso la variazione e la origine dei tipi principali di atmosferici, che possono ridursi a tre:

1° Atmosferici isolati (scariche): non presentano, per ciò che riguarda la loro frequenza e la loro intensità alcuna variazione periodica: appaiono nelle ore più diverse e la loro frequenza è estremamente variabile.

2° Atmosferici che formano un crepitio continuo: questi presentano invece una variazione diurna di frequenza e di intensità ben definita, per cui essi appaiono verso le 11^h30 e scompaiono verso le 21^h: il massimo cade nel pomeriggio.

3° Atmosferici che si avvicinano al primo tipo (scariche), ma che presentano la massima intensità di notte per diminuire al levar del sole.

⁽¹⁾ BUREAU, *Les atmosphériques*, « L'onde électrique », 1926, pag. 301.

Dall'esame delle relative situazioni meteorologiche il BUREAU ha potuto stabilire che gli atmosferici, che formano un crepitio continuo (2° tipo), sono provocati dai movimenti ascendenti dell'aria dovuti al riscaldamento del suolo per opera delle radiazioni solari: essi sono quindi di origine locale e legati alle condizioni di equilibrio dell'aria in senso verticale. Gli atmosferici staccati (scariche) sono strettamente connessi ai *fronti freddi*: essi appaiono all'avvicinarsi di una superficie di discontinuità che separa una massa d'aria relativamente calda (aria tropicale) da una massa d'aria fredda (aria polare), che tende a rimpiazzare la prima. Al contrario, si constata un indebolimento o anche una scomparsa degli atmosferici quando una massa d'aria polare è rimpiazzata da una massa d'aria tropicale, ossia quando si avvicina al luogo d'osservazione o vi passa sopra quella superficie di discontinuità che vien chiamata *fronte caldo*. Gli atmosferici del terzo tipo (con massimo notturno) sono connessi alle situazioni anticicloniche e sembra siano dovuti ai caratteri dell'atmosfera negli strati d'inversione anticiclonica: la loro scomparsa alla levata del sole corrisponde all'estensione fino al suolo delle correnti discendenti.

È evidente l'importanza della osservazione degli atmosferici del 1° tipo (scariche), per la meteorologia dinamica; infatti essendo essi strettamente connessi ai fronti freddi, sia principali che secondari, possono fornire un metodo di studio della struttura di tali discontinuità atmosferiche.

Perciò il BUREAU, assieme a VIAUT e GREET ⁽¹⁾, ha realizzato un apparecchio registratore della frequenza degli atmosferici e ha segnalato l'importanza del suo uso in meteorologia.

Secondo gli AA. citati, uno degli elementi che caratterizzano meglio il fenomeno degli atmosferici è la frequenza di quelli tra di essi la cui intensità sorpassa un certo limite.

L'apparecchio registratore da essi realizzato consta di un apparecchio radiotelegrafico ricevitore (supereterodina, molto sensibile), seguito da un relais: questo, ad ogni atmosferico di una certa intensità, invia una corrente nella elettrocalamita di un anemocinemo-grafo RICHARD: tale apparecchio traccia una curva le cui ordinate son proporzionali alla frequenza dei contatti elettrici così provocati, cioè alla frequenza degli atmosferici.

Dallo studio delle curve ottenute (per un periodo di 960 ore), e dall'esame delle situazioni meteorologiche, gli AA. hanno potuto

(1) « Comptes Rendus », T. 184, p. 157.

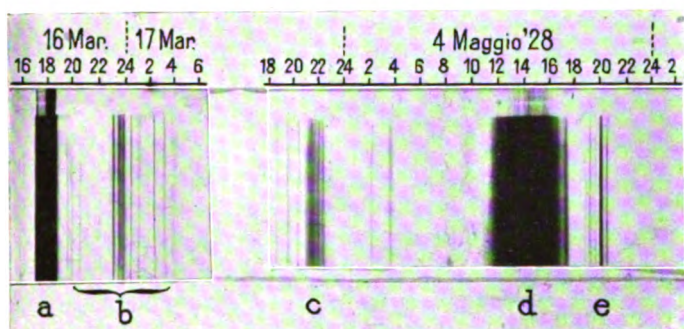
dedurre che esiste un legame strettissimo tra il passaggio delle discontinuità meteorologiche sul posto di ricezione e l'evoluzione degli atmosferici: essi non hanno trovato alcun caso in cui gli atmosferici non fossero connessi a fenomeni meteorologici manifestantisi al medesimo momento sul luogo di ricezione. Anche deboli fronti secondari si sono rivelati con una recrudescenza di atmosferici.

Data l'importanza dei risultati a cui son giunti i detti AA. ho voluto dapprima realizzare un apparecchio registratore degli atmosferici, basato sull'impiego di dispositivi semplici e pratici, e vedere poi, dai dati ottenuti per un certo periodo di tempo, se si possa veramente anche nelle nostre regioni e in tutti i casi, giungere alle medesime conclusioni.

L'apparecchio registratore da me realizzato è formato da un apparecchio radiotelegrafico ricevitore, di qualunque tipo purchè di discreta sensibilità: io ho usato dapprima un semplice apparecchio a risonanza a 4 valvole, in seguito una supereterodina a 5 valvole, accordati sempre sui 600-700 metri di lunghezza d'onda. Nel circuito di placca dell'ultima valvola, in luogo del ricevitore telefonico come si usa d'ordinario, è inserito il primario di un trasformatore a bassa frequenza, rapporto 1 a 8: il secondario comunica coi due poli di una comune lampada a neon (Osram), a cui fu tolta la resistenza nello zoccolo. Tale lampada è posta verticalmente innanzi a una fenditura, pure verticale, lunga circa cm. 4, larga circa mm. 0,1, praticata in una lastra metallica: di fronte alla fenditura, dalla parte opposta, si muove, in senso orizzontale, un foglio di carta sensibile, al bromuro di argento, che è avvolto sulla superficie laterale di un cilindro registratore RICHARD, a rotazione settimanale. La lampada a neon, la fenditura, e il cilindro sono racchiusi in una cassetta in legno per sottrarli all'azione della luce esterna. Ad ogni variazione brusca della corrente di placca dell'ultima lampada del ricevitore, corrisponde una f. e. m. indotta nel secondario del trasformatore a bassa frequenza, la quale, se supera un certo valore (100 volt circa), produce una scarica luminosa nella lampada a neon: in particolare, è facile osservare che ad ogni atmosferico di una certa intensità corrisponde un'accensione della lampada. La luce così prodotta, in quanto tra le radiazioni emesse dalla scarica elettrica nel neon ve ne sono alcune nel verde e violetto capaci di agire sui sali d'argento, impressionerà la carta sensibile sulla superficie affacciata alla fenditura nel momento della scarica.

Sviluppando la carta sensibile, dopo una settimana di registrazioni così ottenute, è possibile, dagli annerimenti avere una idea della frequenza e anche della intensità degli atmosferici stessi.

I. RANZI: *Nuovo registratore di atmosferici e primi risultati con esso ottenuti.*



Digitized by Google

70 7000
7000 7000

La tavola fa vedere l'aspetto di tali diagrammi.

Si vede nettamente in *d* l'apparizione di atmosferici, il loro rinforzarsi, il massimo, il successivo indebolimento e infine la scomparsa.

Il registratore da me realizzato presenta i seguenti vantaggi:

1° assenza completa di relais, o altri organi meccanici facili a sregolarsi;

2° semplicità di costruzione e basso costo;

3° sensibilità elevata: basta infatti scegliere opportunamente il rapporto di trasformazione e le altre caratteristiche del trasformatore di uscita, per ottenere una grande sensibilità; questa poi può essere aumentata ricorrendo, oltrechè all'impiego di un buon apparecchio ricevitore, all'uso di film fotografiche molto sensibili.

Nella tavola, in *b*, si ha un esempio di registrazione di atmosferici del terzo tipo (atmosferici di anticiclone). Si vede nettamente il massimo notturno e la scomparsa al levarsi del sole; durante il giorno, si notano disturbi di origine industriale che lasciano un tracciato caratteristico, a bordi netti, sicuramente distinguibile da quello lasciato dagli atmosferici (*a*). La tavola dà pure un esempio di registrazione di atmosferici dovuti a fronti freddi (*c*, *d*, *e*).

Gli atmosferici del secondo tipo (crepitio continuo) vengono spesso registrati nelle giornate estive: ad es., il giorno 4 luglio 1928 essi furono particolarmente intensi, in conseguenza dell'eccessivo riscaldamento della superficie terrestre e delle condizioni meteorologiche generali favorevoli al formarsi di correnti ascendenti.

Il 1° marzo 1928 iniziai una prima serie di registrazioni, che furono continuate fino al 10 luglio dello stesso anno: in questo periodo vi furono varie interruzioni, per modifiche e riparazioni all'apparecchio ricevente: in complesso i dati ottenuti si riferiscono a circa 2000 ore di registrazione.

I risultati ottenuti dall'esame di questa prima serie di registrazioni permettono di confermare in tutto le teorie del BUREAU circa la classificazione degli atmosferici in base alle condizioni meteorologiche corrispondenti: non si è incontrato esempio di atmosferici che non rientrassero in una delle tre categorie assegnate dal BUREAU.

Riferirò ora due esempi caratteristici di registrazione di atmosferici del 3° tipo e del 1° tipo.

Nella notte dal 16 al 17 marzo 1928 si nota la presenza di atmosferici che raggiungono la massima intensità verso la mezzanotte (tav., *b*) atmosferici dunque dovuti a situazioni anticicloniche: tali atmosferici raggiungono il massimo d'intensità la notte dal 17 al 18 marzo, per poi diminuire e scomparire del tutto il 19, 20 marzo.

La carta isobarica delle ore 8 del 17 marzo, mostra la presenza di un'area anticiclonica (massimo di 782 mm.), con centro sulla Polonia estesa a quasi tutta l'Europa: nella carta delle ore 8 del 20, si vede che l'anticiclone interessa la sola Europa occidentale, e nell'Italia la pressione è ovunque diminuita di 6 o 7 mm.

Il 4 maggio 1928 alle ore 10 si rende visibile l'inizio della registrazione di atmosferici che raggiungono la massima intensità verso le 15^h, per poi decrescere fin verso le 18^h. Durante il manifestarsi di tali atmosferici si è avuto il passaggio certo di un fronte freddo; infatti la curva del termografo accusa, a partire dalle 12^h15 una diminuzione ripida di temperatura da 21° a 14°8, verso le 15^h: anche il barografo rivela il passaggio della discontinuità.

La registrazione degli atmosferici consente una analisi dettagliata della struttura di queste discontinuità.

Sempre riferendosi alla registrazione del 4 maggio è facile vedere una rapida recrudescenza degli atmosferici con massimo verso le 20^h, da cui si può dedurre il passaggio di un fronte freddo secondario.

Appare dunque chiara l'importanza enorme delle registrazioni continue di atmosferici, per lo studio delle discontinuità meteorologiche, ed anche per poter precisare la distanza a cui gli atmosferici dei vari tipi si fanno sentire. Ho potuto osservare che il passaggio di fronti freddi viene talvolta preannunziato molto tempo prima dall'apparizione di atmosferici: ad esempio la sera del 15 giugno 1928 alle 19^h i diagrammi presentavano l'inizio di atmosferici di intensità via via crescente fino a raggiungere il massimo verso le 3^h del 16, proprio al momento del passaggio di un fronte freddo, accompagnato da precipitazioni acquee e da un abbassamento termico improvviso. Se si possedesse una rete abbastanza fitta di osservatori, si potrebbe in casi simili trovare la distanza a cui si fanno sentire gli atmosferici del 1° tipo, distanza sul cui valore vi è il massimo di saccordo fra i vari autori.

Concludendo, mi sembra si possa affermare che soltanto osservazioni continue, quali si possono fare mediante apparecchi registratori, potranno far progredire gli studi sugli atmosferici, mentre le osservazioni isolate, a ore fisse, propugnate da taluni, sono di scarsa utilità.

Bologna, Istituto Fisico della R. Università, luglio 1928.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1934, 1935, 1936 e 1937
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo I (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

SALVATORE PINCHERLE in Bologna - TULLIO LEVI-CIVITA in Roma

FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

"SCIENTIA" RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — « SCIENTIA » pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di « SCIENTIA », Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI
Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 150 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

1
NUOVA SERIE

NOVEMBRE 1928

ANNO V - N. 9

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATA IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

G. POLVANI: *Forma generale dell'equazione caratteristica del gas ideale monoatomico.*
— A. CARRELLI: *Sull'enunciato del principio di Nernst.* — M. C. MONTÙ: *Sulla causa dell'anormalità termo-triboelettrica del vetro.* — V. POLARA: *Influenza del riscaldamento del mercurio nel fenomeno di triboelettricità col vetro.* — O. SPECCHIA: *Sull'ellitticità della vibrazione trasmessa dalle lamine di ferro magnetizzate.* — G. TODESCO: *Sull'applicazione delle cellule fotoelettriche alle misure polarimetriche.*
— RIVISTA: O. SPECCHIA: *Propagazione anomala delle onde.* — R. ACCADEMIA DEI LINCEI: (Sunti). — *Notiziario.*

JAN 31 1929



BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

CASA EDITRICE NICOLA ZANICHELLI — BOLOGNA

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCANTI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

FORMA GENERALE DELL'EQUAZIONE CARATTERISTICA DEL GAS IDEALE MONOATOMICO

Nota del dott. G. POLVANI

Sunto. — Applicando all'espressione del viriale i principi della termodinamica, e compiendo sulle trasformazioni adiabatiche reversibili un breve calcolo statistico, viene trovata la forma generale che deve avere l'equazione caratteristica del gas monoatomico $pV = NkT\varphi(\mathfrak{A})$ dove p , V , N , k , T , hanno il consueto significato, $\mathfrak{A}$ è l'azione totale posseduta dal gas (cioè il prodotto della somma delle grandezze delle quantità di moto possedute dalle molecole per la radice cubica del volume V) e φ è una funzione dipendente dalla maniera con cui viene istituita la statistica del gas. Calcolata l'azione totale secondo la statistica di FERMI viene in particolare riconosciuto che due diversi gas costituiti dallo stesso numero di molecole acquistano per degenerazioni infinitamente grandi ($T, V \rightarrow 0$) la medesima azione totale.

1. Per un gas ideale monoatomico il teorema del viriale fornisce, con la nota relazione

$$(1) \quad U = \frac{3}{2} pV,$$

l'energia interna U dal gas posseduta quando, occupando il volume V , esso sia sottoposto alla pressione p .

Come è noto la (1) è pura e diretta conseguenza dell'espressione meccanica della forza viva posseduta dalle molecole; unica ipotesi di carattere statistico che si pone per dedurre la (1) è che il gas sia in stato stazionario. Le leggi di ripartizione dell'energia o di altre grandezze fisiche tra le molecole, o più in generale altre leggi statistiche non entrano per nulla nella istituzione della (1), la quale pertanto possiede carattere del tutto generale.

Volendo mettere in relazione p , V ed U con la temperatura posseduta dal gas, senza limitare in alcun modo la generalità della (1) e senza introdurre particolari ipotesi sulla distribuzione dell'energia tra le molecole o prendere a fondamento risultati sperimentali relativi al comportamento del gas, come quelli tradotti dalle leggi di

BOYLE, GAY LUSSAC, ecc., non potremo giovare che dei teoremi generali della termodinamica, i quali come quelli meccanici su cui è fondata la (1), posseggono generale validità ed applicabilità.

Per questo consideriamo una trasformazione infinitesima, adiabatica; in virtù del principio di MAYER

$$pdV + dU = 0$$

e quindi, introdotta la (1), si ottiene

$$\frac{5}{3}pdV + Vdp = 0$$

che integrata porta alla relazione, valevole per adiabatiche reversibili:

$$(2) \quad pV^{5/3} = \text{costante.}$$

Viceversa, se una trasformazione reversibile è definita dalla (2) essa è adiabatica. Inoltre ad ogni valore del parametro

$$z = pV^{5/3}$$

corrisponde palesemente una ed una sola adiabatica reversibile.

Consideriamo ora una trasformazione infinitesima, isotermica, nella quale sia impegnata la quantità infinitesima q di calore. Il principio di MAYER fornisce in questo caso:

$$q = \left(\frac{\partial U}{\partial V} + p \right) dV$$

e quindi la quantità di calore impegnata in una trasformazione finita che, reversibilmente ed isotericamente alla temperatura termodinamica T , conduca dallo stato I allo stato II, è data da

$$Q_T = \int_I^{II} \left(\frac{\partial U}{\partial V} + p \right) dV = \frac{3}{2} T \left\{ \left[\frac{pV^{5/3}}{TV^{5/3}} \right]_I^{II} - \int_I^{II} pV^{5/3} d \left(\frac{1}{TV^{5/3}} \right) \right\}$$

da cui integrando per parti

$$(3) \quad Q_T = \frac{3}{2} T \int_I^{II} \frac{d(pV^{5/3})}{TV^{5/3}}.$$

Riferendo gli stati percorsi lungo l'isoterma considerata al parametro z sopra definito, avremo dunque

$$(4) \quad Q_T = \frac{3}{2} T \left[\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{TV^{5/3}} \right]_T$$

dove z_1, z_2 sono i valori rispettivamente assunti da z negli stati I, II e l'indice T apposto all'integrale sta ad indicare che l'integrale stesso è preso lungo l'isoterma alla temperatura T .

Consideriamo ora un'altra isoterma, anch'essa reversibile, limitata alle medesime adiabatichette passanti per gli estremi della trasformazione reversibile isotermica alla temperatura T prima considerata. La quantità di calore impegnata in questa seconda trasformazione isotermica è data, analogamente alla (4), da

$$Q_{T'} = \frac{3}{2} T' \left[\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{TV^{5/2}} \right]_{T'}$$

dove T' è la temperatura alla quale avviene la trasformazione e gli estremi dell'integrale sono quegli stessi che compaiono in (4) perchè z è costante lungo ogni adiabatichetta.

Ma per il fatto che le due isoterme considerate sono limitate a due medesime adiabatichette

$$Q_T : Q_{T'} = T : T'$$

sicchè

$$(5) \quad \left[\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{TV^{5/2}} \right]_T = \left[\int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T'V'^{5/2}} \right]_{T'}.$$

Ora gli elementi dei due integrali possono esser fatti corrispondere per i medesimi valori di z , e poichè la (5) deve esser soddisfatta qualunque sia l'estensione dell'intervallo d'integrazione, dovrà, aversi per un medesimo valore di z , cioè sopra ogni adiabatichetta reversibile,

$$(6) \quad TV^{5/2} = \text{costante}.$$

Dalle (1), (2), (6) ricaviamo

$$(7) \quad pT^{-\frac{5}{2}} = \text{costante}$$

$$(8) \quad pV/T = \text{costante}$$

$$(9) \quad U/T = \text{costante}$$

relazioni queste che, insieme con la (2) debbono esser soddisfatte lungo ogni adiabatichetta reversibile.

A proposito della (8) osserviamo subito che essa *non è in generale* l'equazione caratteristica del gas ideale monoatomico: infatti combinando due diverse equazioni traducenti una medesima trasformazione si ottiene in generale una equazione traducente ancora la medesima trasformazione e non l'equazione caratteristica del fluido.

Ciò è bene osservare perchè non si sia tratti a pensare dalla forma della (8) che essa sia la traduzione analitica delle leggi di BOYLE e GAY LUSSAC.

Le equazioni (2), (6), (7), (8), (9), che *in particolare* sono soddisfatte dal gas ideale classico (cioè dal gas che segue le leggi di BOYLE e GAY LUSSAC, o se si vuole le leggi statistiche di MAXWELL, BOLTZMANN) hanno dunque un più ampio campo di validità che non quello offerto dal gas classico: esse per il fatto stesso che sono necessaria conseguenza di principî generali della meccanica e della termodinamica, esprimono leggi del tutto generali indipendenti dal modo con il quale si vuole istituire la statistica del gas stesso.

In particolare la (9) esprime per un gas ideale monoatomico la notevole proprietà che *lungo ogni adiabatica l'energia interna, e quindi anche l'energia media di ogni molecola, varia proporzionalmente alla temperatura termodinamica.*

2. Posto

$$(10) \quad \zeta = TV^{1/2}$$

l'equazione caratteristica del gas ideale monoatomico potrà, a causa delle (2), (6) scriversi

$$pV^{1/2} = F(\zeta)$$

dove F è simbolo di funzione; ovvero potrà ancora scriversi

$$(11) \quad pV = T \frac{F(\zeta)}{\zeta} = NkT \cdot f(\zeta)$$

dove f è simbolo di funzione, k è la costante di BOLTZMANN ed N è il numero totale delle molecole costituenti il gas.

Avremo conseguentemente

$$(12) \quad U = \frac{3}{2} NkT \cdot f(\zeta)$$

e quindi l'entropia posseduta dal gas alla temperatura T e al volume V (calcolata per mezzo di una trasformazione isocora, compiuta al volume V , dalla temperatura 0 a quella T) è

$$(13) \quad S = \int_0^T \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V=\text{cost}} \frac{dT}{T} = \frac{3}{2} Nk \left(\int_0^{\zeta} f \frac{d\zeta}{\zeta} + [f]_0^{\zeta} \right).$$

L'entropia è dunque funzione solo di ζ ; ma conviene sostituire a ζ altro parametro di più chiaro significato fisico.

3. Per questo consideriamo la quantità

$$(14) \quad \alpha = V^{1/2} J$$

ottenuta moltiplicando la radice cubica del volume per la somma totale J delle grandezze delle quantità di moto possedute dalle singole molecole del gas.

Ad $\mathcal{A}$, che palesemente possiede le dimensioni di un'azione, daremo il nome di *azione totale del gas* e dimostreremo che *in una trasformazione adiabatica reversibile essa rimane costante*.

Immaginiamo il nostro gas contenuto nel consueto cilindro adiabatico con pistone mobile, spesso invocato nelle dimostrazioni della termodinamica; e supponiamo che il pistone movendosi con velocità u , infinitamente piccola in confronto alle velocità molecolari, vada spostandosi perpendicolarmente a se stesso.

Se il processo è immaginato reversibile, potremo corrispondentemente supporre che la frequenza degli urti delle molecole sul pistone durante ogni tempuscolo dt sia uguale a quella che avrebbe luogo se il pistone stesse fermo nella posizione occupata all'inizio del tempuscolo stesso.

Ora la variazione subita da J nel tempuscolo dt è evidentemente data dalla somma delle variazioni che nella grandezza della quantità di moto subiscono quelle molecole che nello stesso tempuscolo urtano il pistone. Quindi indicati con σ l'area del pistone e con $n_j dj$ il numero delle molecole (generiche) che al tempo t sono contenute nell'unità di volume e che hanno grandezza delle quantità di moto comprese tra j e $j + dj$, ed osservato che la variazione della grandezza della quantità di moto subita da una molecola che urti il pistone con angolo d'incidenza compreso tra θ e $\theta + d\theta$ è $-2j \frac{u}{v} \cos \theta$ (v grandezza della velocità posseduta dalla molecola) la ricercata variazione subita da J è

$$\begin{aligned} dJ &= -\sigma \int_{j=0}^{j=\infty} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} v \cos \theta dt \cdot \frac{\sin \theta d\theta}{2} \cdot n_j dj \cdot 2j \frac{u}{v} \cos \theta = \\ (15) \quad &= -\frac{1}{3} \sigma u dt \int_0^\infty n_j dj = -\frac{1}{3} \frac{J}{V} dV \end{aligned}$$

da cui integrando

$$(16) \quad J V^{1/3} = \mathcal{A} = \text{costante}$$

la quale appunto prova quanto avevamo affermato al principio del §.

Viceversa, se una trasformazione è definita dalla (16) e la trasformazione stessa è reversibile, in modo che la variazione imposta ad J per semplice effetto degli urti delle molecole sul pistone possa esser espressa dalla (15), allora, poichè questa variazione coincide con

quella deducibile dalla (16), il processo è necessariamente adiabatico reversibile.

Possiamo pertanto dire che le equazioni (2), (6), (7) relative alle adiabatiche reversibili e quindi *in particolare* le equazioni classiche di Poisson, esprimono in ultima analisi *il principio statico che in dette trasformazioni l'azione totale posseduta dal gas rimane costante*.

Inoltre poichè le trasformazioni adiabatiche reversibili sono anche isoentropiche, la costante $\mathcal{A}$ dipende dal valore dell'entropia corrispondente all'adiabatica considerata. Infine poi ad ogni adiabatica corrisponderà palesemente un determinato valore dell'azione totale e reciprocamente.

Tutto ciò porta che il parametro $\zeta = TV^{1/2}$ risulta funzione di $\mathcal{A}$

$$(10_a) \quad \zeta = \psi(\mathcal{A})$$

e conseguentemente, indicato con $\varphi(\mathcal{A})$ la funzione $f[\psi(\mathcal{A})]$, si ha:

$$(11_a) \quad pV = NkT\varphi(\mathcal{A})$$

e per le (12), (13):

$$(12_a) \quad U = \frac{3}{2} NkT\varphi(\mathcal{A})$$

$$(13_a) \quad S = \frac{3}{2} Nk \left\{ [\varphi(\mathcal{A})]_{\mathcal{A}_0}^{\mathcal{A}} + \int_{\mathcal{A}_0}^{\mathcal{A}} \varphi(\mathcal{A}) \frac{d\psi}{\psi} \right\}$$

dove $\mathcal{A}_0$ è l'azione totale corrispondente a $T = 0$.

Le equazioni (10_a), (11_a), (12_a), (13_a) rivelano l'importanza grande che nell'equazione di stato del gas, e quindi nelle proprietà di questo, spetta alla grandezza che abbiamo chiamato *azione totale*: importanza che discende direttamente dai principi classici della fisica applicati senza alcuna limitazione o ipotesi particolare e che è accresciuta dal fatto che i risultati sopra ottenuti sono indipendenti dal tipo di statistica che si immagina valere per il gas.

4. Le (10_a), (11_a), (12_a), (13_a) portano subito a varie importanti osservazioni.

L'usuale teoria del gas perfetto conclude che quando di un gas si conosca la cosiddetta costante R (cioè Nk) basti poi la conoscenza di due sole delle tre variabili p , V , T per dedurne la terza. Nel caso generale invece, poichè φ e ψ , come risulta dalla (10_a), (11_a), potranno contenere non solo T , V , la costante del gas e alcune costanti universali (come k , h , ...) ma anche altre costanti intrinseche del gas

stesso (ad esempio il numero N delle molecole costituenti il gas, la massa m comune alle molecole....) in combinazioni analitiche diverse da quelle che portano alla costante del gas, consegue evidentemente che *un gas ideale monoatomico non può a rigore essere in generale concepito come un sistema fisico completamente definito da una sola costante specifica (la costante del gas) e da due sole variabili.*

Consegue anche dalle stesse considerazioni or ora svolte che *due gas ideali monoatomici che occupino alla stessa temperatura uguali volumi sotto uguali pressioni non sono in generale costituiti dallo stesso numero di molecole*: la legge d'AVOGADRO potrà quindi non essere soddisfatta.

Infine, la condizione di JOULE $\partial U / \partial V = 0$, a causa della presenza della funzione φ , non sarà anch'essa in generale soddisfatta e quindi il gas potrà essere sottoposto ad una pressione interna $\partial U / \partial V$ non nulla; la quale si presenta non con carattere esplicitamente dinamico, dato che la (1) è istituita proprio nel caso d'assenza di forze intermolecolari, ma invece con carattere statistico.

Basti a conferma di quanto in questo § è stato esposto ricordare quanto in altre precedenti *Note* ⁽¹⁾ abbiamo già osservato circa la teoria quantistica del gas ideale monoatomico istituita dal FERMI.

Aggiungiamo anche che dalla (14) si deduce subito che $\mathcal{A}$ è tanto più grande quanto più grande sono V ed J ; cioè palesemente quanto più è rarefatto il gas e più alta ne è la temperatura: condizioni queste che come è noto portano, per T e $V \rightarrow \infty$, alle leggi limiti di BOYLE e GAY LUSSAC tradotte dall'equazione

$$(17) \quad pV = NkT.$$

Dal confronto di questa equazione con la (11_a) si ricava che

$$\lim_{\mathcal{A} \rightarrow \infty} \varphi = 1$$

ma in realtà ogni considerazione sulle funzioni φ e ψ non può esser svolta a rigore che attraverso il calcolo di $\mathcal{A}$, il quale presuppone la conoscenza delle leggi statistiche relative al gas considerato.

5. A questo proposito limiteremo le nostre considerazioni ai due casi limiti estremi del *gas classico* e del *gas fortemente degenerato*, ai quali corrispondentemente potremo applicare la statistica di MAXWELL e quella di FERMI.

Nel caso classico, cioè quando $T, V \rightarrow \infty$, dalla legge di MAXWELL

⁽¹⁾ Vedi « Nuovo Cimento », 1928, n. 7, pag. 256 e n. 8, pag. 307.

si ricava immediatamente

$$(18) \quad \alpha = 2N \left(\frac{2mk}{\pi} TV^{1/2} \right)^{1/2}$$

la quale per le leggi classiche di POISSON conferma il risultato del § 3, che cioè l'azione totale rimane costante lungo le trasformazioni adiabatiche reversibili.

Le cose si presentano in forma meno immediata nel caso della teoria di FERMI.

In generale, qualunque sia il grado di degenerazione posseduto dal gas, il numero di molecole contenute nell'unità di volume e che posseggono energia compresa tra L e $L + dL$ è, secondo FERMI, dato da

$$(19) \quad f(L)dL = \frac{2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} \sqrt{L} dL \frac{Ae^{-L/kT}}{1 + Ae^{-L/kT}}$$

dove A è definita dall'equazione

$$(20) \quad n = \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^\infty \frac{A \sqrt{t} e^{-t}}{1 + Ae^{-t}} dt$$

nella quale n è il numero totale di molecole (generiche) contenute nell'unità di volume e t è variabile d'integrazione.

Poichè il valore medio della grandezza delle quantità di moto posseduta da una molecola è

$$\frac{\sqrt{2m}}{n} \int_0^\infty f(L) \sqrt{L} dL$$

l'azione totale risulta

$$\alpha = V^{1/2} \sqrt{2m} \int_0^\infty f(L) \sqrt{L} dL.$$

Sostituendo a $f(L)$ l'espressione data dalla (19) trovasi

$$(21) \quad \alpha = N^{1/2} x^3 \frac{2h}{\pi} \int_0^\infty \frac{t A e^{-t}}{1 + A e^{-t}} dt$$

in cui

$$(22) \quad x = \frac{2\pi mkTV^{3/2}}{h^3 N^{1/2}}$$

ed A deve essere eliminata con la (20) che palesemente può essere scritta

$$(23) \quad \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{t} A e^{-t}}{1 + A e^{-t}} dt = \frac{1}{x^{1/2}}.$$

Le (21), (22), (23) mostrano come, ad eliminazione fatta di A , l'azione totale $\mathcal{A}$ risulta funzione di $TV^{1/2}$; e quindi, poichè nella teoria di FERMI ⁽¹⁾ valgono le leggi di POISSON e l'equazione caratteristica del gas può scriversi

$$(24) \quad pV = NkTF(x)$$

(dove F è una opportuna funzione), si riconosce in definitiva che la teoria di FERMI rientra perfettamente nel quadro generale esposto nei primi §§ di questo scritto.

Nel caso che vogliamo ora considerare di T , $V \rightarrow \infty$, risulta $A \rightarrow \infty$, e corrispondentemente vale, secondo i calcoli di FERMI, lo sviluppo asintotico

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{t} A e^{-t}}{1 + A e^{-t}} dt = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} (\log A)^{3/2} \left[1 + \frac{\pi^2}{8(\log A)^2} + \dots \right].$$

D'altra parte trovasi facilmente che

$$\int_0^{\infty} \frac{t A e^{-t}}{1 + A e^{-t}} dt = \frac{1}{2} (\log A)^2 + \frac{\pi^2}{6} - \frac{1}{A} \sum_1^{\infty} (-1)^{s-1} \frac{1}{s^2 A^{s-1}}$$

e quindi per valori grandissimi di A abbiamo simultaneamente

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= x^2 N^{1/2} \frac{2h}{\pi} \left(\frac{1}{2} (\log A)^2 + \frac{\pi^2}{6} \right) \\ \frac{1}{x^{1/2}} &= \frac{4}{3\sqrt{\pi}} (\log A)^{3/2} \left\{ 1 + \frac{\pi^2}{8(\log A)^2} \dots \right\} \end{aligned}$$

dalle quali ricaviamo:

$$(25) \quad \mathcal{A} = \left(\frac{3}{4} \right)^{1/2} \frac{N^{1/2} h}{\pi^{1/2}} \left\{ 1 + \frac{2}{3} \left(\frac{4}{3\sqrt{\pi}} \right)^{1/2} \frac{\pi^2 m^2 k^2}{h^4} \frac{T^3 V^{1/2}}{N^{1/2}} + \dots \right\}$$

(1) Vedi « Nuovo Cimento », 1928, n. 7, pag. 256.

espressione valevole, bene inteso, per grandissima degenerazione. Al limite per $T, V \rightarrow 0$, l'azione totale $\mathcal{A}_0$ posseduta dal gas è quindi:

$$(26) \quad \mathcal{A}_0 = \left(\frac{3}{4}\right)^{1/2} \frac{N^{1/2} h}{\pi^{1/2}}$$

ed essa dipende *soltanto* dal numero delle molecole costituenti il gas, non dalla loro massa, non dal volume che esse occupano ecc. Conseguentemente possiamo generalizzare la legge di AVOGADRO nella seguente maniera.

Per T o $V \rightarrow \infty$: due gas monoatomici ideali diversi che si trovino alla stessa temperatura e posseggano uguali energie interne sono costituiti dallo stesso numero di molecole.

Per T o $V \rightarrow 0$: due gas monoatomici ideali diversi che posseggano uguali azioni totali sono costituiti dallo stesso numero di molecole.

Ovvero possiamo dire: due gas ideali monoatomici diversi, che siano costituiti dallo stesso numero di molecole e che si trovino sempre alla medesima temperatura tendono ad acquistare uguali ENERGIE INTERNE quando $T, V \rightarrow \infty$, e quando invece $T, V \rightarrow 0$ i due gas tendono ad acquistare uguali AZIONI TOTALI.

Pisa, Istituto di Fisica Tecnica, giugno-luglio 1928.

SULL' ENUNCIATO DEL PRINCIPIO DI NERNST

Nota di A. CARRELLI

Sunto. — *In questo lavoro vengono analizzati i vari enunciati proposti per il principio di NERNST, e si nota che esso nel caso che afferma una impossibilità si riferisce ad una particolare temperatura, a differenza del primo e del secondo principio, per i quali viene affermata un'impossibilità indipendentemente dalla temperatura. Viene allora ricercato un enunciato che non si riferisce ad una particolare temperatura ed afferma un'impossibilità.*

La termodinamica classica è stata completata dal NERNST con un terzo principio, il quale permette di determinare in ogni caso la costante d'integrazione che compare nell'equazione di GIBBS-HELMOLTZ. L'ipotesi del NERNST che ora, in seguito a numerose ricerche sperimentali e teoriche ha assunto il valore di principio, può essere enunciata in vari modi: Per semplicità consideriamo *un processo di trasformazione che avvenga fra fasi condensate a temperatura ed a volume costante*. In tali condizioni il massimo lavoro utile che può ricavarsi dalla speciale trasformazione considerata, isoterma ed isocora, in base ai due primi principî della termodinamica è dato dalla relazione

$$(1) \quad A - U = T \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_v$$

dove U è la diminuzione di energia interna per effetto della trasformazione. Il NERNST ⁽¹⁾ ammise

$$(2) \quad \lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial A}{\partial T} \right)_v = 0.$$

Questa assunzione che è indipendente dal I e dal II principio permette di integrare in ogni caso la (1) e fornisce una serie di risultati che possono essere posti in confronto con l'esperienza. Di questi alcuni riguardano proprietà che devono presentare i corpi alle

(1) NERNST, « Göttinger Nachr. », 1906, Heft 1.

basse temperature. Deriva infatti dalle (1) e (2) che per T sufficientemente piccolo il massimo lavoro A è uguale alla variazione di energia interna e l'esperienza conferma questa conclusione; ma può ancora prevedersi un annullamento dei calori specifici ed inoltre l'annullamento del coefficiente di dilatazione, del coefficiente di tensione ed ancora l'annullamento di altri coefficienti termici; tutti risultati che hanno avuto importantissime conferme dalle ricerche di NERNST ⁽¹⁾ stesso, di GRÜNEISEN e di altri sperimentatori. Sembrerebbe da ciò che il principio di NERNST abbia il suo campo di applicazione soltanto alle basse temperature, perchè in tale intervallo prevede delle proprietà che devono presentare i corpi, proprietà che sono conseguenze di questo III principio. Ma in realtà la portata di esso è molto vasta; infatti la (2) permette di determinare, in base alla conoscenza dei calori specifici delle sostanze che intervengono nella trasformazione studiata, il valore di A a tutte le temperature, e di ottenere valori in accordo con i risultati sperimentali.

Stabilito questo punto, che, cioè, in virtù della (2) si possono ricavare delle conseguenze per tutte le temperature, vediamo come questo nuovo principio è stato enunciato dai vari autori. Nel modo come da noi è stato riportato si ha l'enunciato semplice quale per la prima volta si è presentato. Ma il PLANCK ha potuto togliere quel carattere un po' empirico che presenta la (2) in quanto che egli ne ha dato la base teorica. Ha infatti mostrato come questo principio è connesso con la teoria quantistica che prevede anch'essa un annullamento dei calori specifici alle basse temperature. Il risultato della indagine teorica di PLANCK ha portato all'enunciato seguente che è equivalente alla (2): *l'entropia di un corpo puro ed omogeneo ha il valore zero allo zero assoluto*. Mentre la (2) dal punto di vista fisico corrisponde alla seguente assunzione: alle basse temperature tutta la variazione di energia interna diventa lavoro utile, con l'enunciato di PLANCK ⁽²⁾ [$S = 0$ per $T = 0$] può dirsi che lo zero assoluto è quello stato che può realizzarsi in un unico modo, e cioè quello stato per il quale il numero W delle complessioni è uguale all'unità [$S = k \log W = 0$, $W = 1$]. Ma mentre i due primi principi sono ora enunciati sotto forma d'impossibilità, e sono i due enunciati ben noti d'impossibilità di realizzazione del perpetuum mobile di 1^a e 2^a specie, il terzo principio, sia nella prima che nella seconda forma, non si presenta nello stesso modo. Per soddisfare questa esigenza il NERNST ⁽³⁾ fu portato ad enunciare il terzo principio sotto

(¹) NERNST, « Grundlagen des neuen Wärmesatzes ».

(²) PLANCK, « Termodynamik. », p. 265.

(³) NERNST, « Berl. Ber. », 1912.

forma d'impossibilità. Ciò è in realtà possibile ma è necessario ammettere come fatto già noto la proprietà che hanno i calori specifici di annullarsi rapidamente alle basse temperature. Se si considera cioè come fatto sperimentale accertato il risultato ben noto che la capacità termica di tutti i corpi è nulla allo zero assoluto e che rapidamente tende a questo valore al diminuire di T , la (2) equivale all'enunciato seguente: *è impossibile mediante un processo finito di raffreddare un corpo fino allo zero assoluto* (principio dell'irraggiungibilità dello zero assoluto).

Come già è stato detto il I e il II principio possono enunciarsi sotto forma d'impossibilità, la quale è indipendente dalla particolare temperatura considerata perchè i due enunciati ben noti non si riferiscono ad un particolare stato termico. Il terzo principio, sia nei due primi aspetti sia nel terzo ora indicato, nel quale afferma anch'esso un'impossibilità, si riferisce ad una proprietà che vale soltanto alle basse temperature o addirittura ad una proprietà di un punto speciale della scala termodinamica, lo zero assoluto. Si pone quindi la questione di sapere se è possibile trovare un enunciato che possa sostituire quelli finora proposti e che abbia la proprietà di non riferirsi ad un particolare stato termico, ma di lasciare assolutamente indeterminata la temperatura o l'intervallo termico per il quale si enuncia la proprietà, ed inoltre che abbia anche la forma di una impossibilità.

Integriamo la (1) con un procedimento ben noto ⁽¹⁾. U è funzione della temperatura che può porsi sotto la forma

$$(3) \quad U = U_0 + \int_0^T \Sigma(C_{v_1} - C_{v_2})dT$$

dove U_0 rappresenta la variazione d'energia interna per effetto della trasformazione in esame, variazione che dipende dalla modificazione che subiscono le sostanze reagenti; sia perchè varia la struttura molecolare, quando alcune molecole vengono distrutte ed altre formate, sia perchè varia la struttura cristallina, quando si ha una trasformazione allotropica, sia perchè varia lo stato di aggregazione. La quantità U_0 può determinarsi in base alle teorie che permettono di ricavare l'energia di un legame chimico, come avviene nelle recenti ricerche di FRANCK e dei suoi allievi, sia da teorie che permettono di determinare l'energia dei vari reticoli, alla temperatura dello zero assoluto, quando cioè non si ha alcun moto di agitazione

⁽¹⁾ « Hand. der Phys. », Bd. IX. BENNEWITE, « Der Nernstsche Wärmesatz », p. 141.

termica. U_0 è adunque la variazione d'energia interna allo zero assoluto ed è una quantità indipendente dalla temperatura.

La quantità $\Sigma(C_{v_1} - C_{v_2})$ è la differenza dei calori specifici delle sostanze che scompaiono e delle sostanze che si formano. La (1) integrata dà

$$(4) \quad \frac{A}{T} = - \int_0^T \frac{U}{T^2} dT + I$$

dove I rappresenta la costante arbitraria d'integrazione. Sostituendo nella (4) la (3) si ha

$$A = U_0 - T \int_0^T \frac{dT}{T^2} \int_0^T \Sigma(C_{v_1} - C_{v_2}) dT + IT$$

oppure

$$A = U - \int_0^T \Sigma(C_{v_1} - C_{v_2}) dT - T \int_0^T \frac{dT}{T^2} \int_0^T \Sigma(C_{v_1} - C_{v_2}) dT + IT$$

e cioè

$$\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_0 = -\frac{1}{T} \int_0^T \Sigma(C_{v_1} - C_{v_2}) dT - \int_0^T \frac{dT}{T^2} \int_0^T \Sigma(C_{v_1} - C_{v_2}) dT + I.$$

Se ora si ammette il fatto sperimentale accertato che i calori specifici si annullano rapidamente alle basse temperature, se, cioè, ci poniamo nelle stesse condizioni nelle quali è enunciato il principio dell'irraggiungibilità dello zero assoluto, la (2) corrisponde alla posizione

$$I = 0;$$

tale ammissione è perfettamente sostituibile al terzo enunciato riportato. Possiamo dire che questa posizione $I = 0$ è l'espressione analitica del III principio, nelle speciali condizioni suddette, e se da questa posizione si ricavano altre conseguenze queste sono sostituibili all'enunciato riportato.

Consideriamo quindi la quantità

$$\int_0^T \Sigma C_{v_1} dT = E_1;$$

questa espressione rappresenta l'energia termica delle sostanze che vengono distrutte dalla trasformazione, energia che corrisponde

all'energia cinetica e potenziale che posseggono le particelle costituenti un corpo in virtù della agitazione termica. E_1 è una quantità che, in base alle ricerche teoriche di EINSTEIN, DEBYE, BORN e KARMAN, può considerarsi nota quando è nota la temperatura; e quindi se è data la quantità E_1 , può determinarsi per ogni sostanza almeno idealmente quale è la temperatura corrispondente a quel particolare valore di E_1 ; considerazioni analoghe valgono per la E_2 e quindi considerando l'espressione

$$\int_0^T \Sigma(C_{v_1} - C_{v_2}) dT = E_1 - E_2 = E$$

possiamo ritenere la T come funzione della quantità E , variazione della energia termica delle sostanze che intervengono nella trasformazione per effetto di essa; e cioè possiamo almeno teoricamente porre

$$T = \varphi(E) \quad dT = \varphi'(E) dE$$

da cui

$$A = U - E - \varphi(E) \int_0^E \frac{\varphi'(E) E}{\varphi^2(E)} dE = U - F(E)$$

e cioè concludere che la *variazione di energia legata*, data soltanto da $F(E)$, è data in base al principio di NERNST, che pone $I = 0$, *esclusivamente da una funzione nota della variazione E di energia termica.*

E analogamente a quanto è stato fatto per A , anche $\frac{\partial A}{\partial T}$ e $dA = \frac{\partial A}{\partial T} dT$ possono esprimersi mediante la E e il corrispondente dE , quindi si ritiene che il principio dell'irraggiungibilità dello zero assoluto porta alla conclusione che: *ogni variazione dA di lavoro utile che può ottenersi da una trasformazione, attuandola a temperatura più alta o più bassa, dipende soltanto dalla variazione della E , e cioè dalla variazione della differenza $E_1 - E_2 = E$ dell'energia vibratoria dei corpi che si trasformano per effetto della modificazione della temperatura.* Questo risultato, ammesso a sua volta come principio, porta evidentemente a ritenere $I = 0$, può quindi sostituire il principio dell'irraggiungibilità dello zero assoluto ed afferma una proprietà inerente a tutte le trasformazioni isoterme ed isocore indipendentemente dalla speciale temperatura considerata.

In tal modo però non si ha il III principio enunciato sotto forma d'impossibilità; volendo ottenere ciò noteremo che A , cioè il lavoro

esterno utilizzabile, è dato da U , variazione dell'energia interna, diminuita di $F(E)$ e cioè di una funzione che dipende soltanto dalla variazione d'energia vibratoria, quindi può dirsi che *non è possibile ottenere da una trasformazione isocora ed isoterma fra fasi condensate lavoro che non sia dato dalla variazione di energia interna diminuita di una funzione nota della variazione di energia termica*. Ma si può più particolarmente specificare questa impossibilità. Immaginiamo infatti in una trasformazione di somministrare alla prima fase energia che sia da essa assorbita senza variazione della quantità U_0 e dell'energia termica, e ciò è possibile qualora la quantità d'energia somministrata sia assorbita dagli stati elettronici più interni dell'atomo, o più in generale sia tale da non produrre modificazione nel legame fra i vari atomi, nè variazione dell'energia termica; per quanto è stato precedentemente detto il lavoro massimo A che si ottiene in questo nuovo caso è uguale a quello primitivo. Dunque: è impossibile in una trasformazione aumentare il lavoro massimo utilizzabile col somministrare ad una delle fasi una certa quantità d'energia se questa non produce variazione della quantità U_0 (variazione dell'energia interna allo zero assoluto) e dell'energia termica.

SULLA CAUSA DELL'ANORMALITÀ TERMO-TRIBOELETTICA DEL VETRO

Nota di M. C. MONTÙ

Sunto. — *In questa nota vengono descritte alcune esperienze fatte per dimostrare che lo stato di tensione meccanica della superficie del vetro non può assumersi come unica o preponderante causa del fenomeno dell'anormalità termo-triboelettrica del vetro, studiato da SHAW e JEX, PERUCCA, RIZZI, POLARA.*

§ 1. Se una lastra di vetro viene strofinata per es. con cotone e seta, essa si elettrizza positivamente; però, se prima dello strofinio viene riscaldata, tenendola per qualche istante sopra la fiamma di un becco Bunsen, si osserva che in un primo tempo il vetro si elettrizza negativamente, ma ripetendo lo strofinio, dopo un tempo più o meno lungo, esso riprende la carica positiva. Usando una nomenclatura introdotta da SHAW ⁽¹⁾, chiameremo « anormale » il vetro in quelle condizioni.

In questi ultimi anni parecchi studiosi si sono interessati in modo particolare a detto fenomeno: P. E. SHAW ⁽¹⁾, E. PERUCCA ⁽²⁾, F. RIZZI ⁽³⁾, P. E. SHAW e C. JEX ⁽⁴⁾, V. POLARA ⁽⁵⁾.

Secondo SHAW e JEX molte sono le cause che hanno influenza nelle esperienze di triboelettricità; per es. le pellicole acide, alcaline e acquose che possono eventualmente trovarsi sulla superficie del vetro, l'essere pulito o no il materiale con il quale viene fatto lo strofinio, ma soprattutto l'orientamento delle particelle della superficie del vetro e il particolare stato di tensione in cui queste particelle vengono a trovarsi, orientamento e tensione che potrebbero venir modificati dallo strofinio o dallo stato di tempera prodotto dal riscaldamento.

⁽¹⁾ « Proc. Roy. Soc. A. », **94**, p. 16, 1918.

⁽²⁾ « Nuovo Cimento », **21**, p. 275, 1921..

⁽³⁾ « Elettricista », **4**, p. 74, 1925.

⁽⁴⁾ « Proc. Roy. Soc. A. », **111**, p. 339, 1926; « Proc. Roy. Soc. A. », **118**, p. 97, 1928.

⁽⁵⁾ « Nuovo Cimento », **5**, p. 26, 1928.

PERUCCA nelle sue esperienze mirava ad altro scopo e quindi riferisce i risultati sperimentali relativi a tale fenomeno senza darne un'interpretazione teorica particolare.

Secondo il RIZZI vi sarebbe la possibilità di una parziale tempera dello strato superficiale del vetro dovuta alla notevole e rapida variazione di temperatura e il comportamento anormale del vetro sarebbe determinato dalle tensioni che si manifestano per tale tempera.

Secondo il recente lavoro di POLARA l'anormalità del vetro è dovuta allo stabilirsi di un gradiente termico ed è provocata dalle conseguenti tensioni ⁽¹⁾ alla superficie del solido. Il prolungarsi del fenomeno dell'elettrizzazione del vetro riscaldato in confronto con l'analogo fenomeno ottenuto senza riscaldamento viene attribuito all'elasticità susseguente dell'isolante.

§ 2. Partendo da queste interpretazioni pensai di fare qualche esperienza per mettere in chiaro se le tensioni della superficie sono veramente causa del fenomeno triboelettrico in questione.

Mi proposi dunque di esaminare il comportamento triboelettrico di: 1) vetri ordinari sottoposti a tensione meccanica; 2) vetri temperati.

In entrambi i casi adoperavo una superficie vecchia di mercurio, sulla quale appoggiavo il vetro in esame. Dal segno della carica assunta dal mercurio, al distacco, potevo dedurre se il comportamento del vetro era normale o no.

Vetri ordinari sottoposti a tensioni meccaniche.

È stato osservato che le tensioni meccaniche della superficie di un dielettrico possono dar origine a variazioni nel comportamento triboelettrico di esso. Se si prendono due lastre identiche, per es. di ebanite, e una si incurva, strofinando poi con la lastra intatta successivamente le due faccie dell'altra, si osserva che queste si elettrizzano di nome contrario ⁽²⁾. Si tratta ora di vedere se tali tensioni sono anche capaci di manifestare la loro influenza sull'eccitabilità del vetro rispetto al mercurio.

Per produrre dette tensioni adoperavo il piccolo torchio *BC* disegnato in figura; la parete interna dell'estremità *B* era foggata

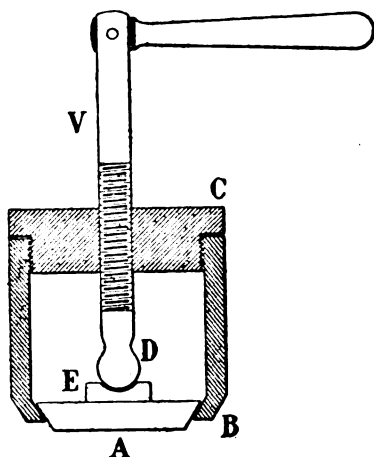
⁽¹⁾ POLARA usa la parola « deformazioni » che credo significhi « tensioni ».

⁽²⁾ Anche SHAW (loc. cit.) ha fatto esperienze in proposito su ebanite, mica, sughero, vetro, ecc., ma oltre che esercitare una pressione egli scaldava il materiale preso in esame.

a tronco di cono e in essa veniva posta la lastra di vetro *A*, di circa 0,5 cm. di spessore e 4 cm. di diametro medio, anch'essa a tronco di cono. Attraverso la base *C* passava una vite *V* terminante in una sferetta *D*, la quale veniva ad esercitare delle pressioni più o meno forti, a piacere, sulla lastra *A*, attraverso uno strato *E* di pelle di guanto.

Studiavo il comportamento triboelettrico della superficie esterna della lastra *A* ⁽¹⁾.

Mi assicuravo in precedenza che il vetro fosse normale, poi lo sottoponevo a pressioni gradatamente crescenti fino alla rottura della



lastra, e in tutte le prove la carica del mercurio fu, in valore e segno, costante entro il 10 %; cioè il vetro si mantenne costantemente normale.

AmMESSO che le tensioni prodotte meccanicamente siano meno intense di quelle superficiali prodotte dal gradiente termico o dalla tempera, se a queste si deve l'inversione del segno dell'eccitabilità del vetro, da quelle ci si dovrebbe attendere almeno una variazione nell'intensità di elettrizzazione.

(1) Sovrapposta alla lastra *A* un'altra lastra di vetro a faccie piane e parallele si forma tra le due lastre una serie di anelli di Newton, la curvatura della superficie di *A* viene quindi rivelata dalla variazione delle dimensioni di detti anelli.

Vetri temperati.

Ho ripetuto le esperienze con vetro temperato pensando che, se una tempera passeggera poteva esser causa di una anormalità temporanea, una tempera totale e persistente poteva dar luogo ad una anormalità duratura.

Mi servii a tale scopo, in un primo tempo, di un cubetto di vetro temperato, di circa 2 cm. di lato, che si adopera in esperienze di scuola per dimostrare la birifrangenza accidentale dovuta appunto alla tempera. Provai ad appoggiare sul mercurio ognuna delle sei faccie del prisma ben pulite con alcool, e sempre il vetro si dimostrò normale.

Indi, per aver un maggior campo di osservazione, presi alcune lastre di vetro a comportamento normale e le sottoposi a un processo di tempera ⁽¹⁾. Esse, appena temperate (mi assicuravo che lo fossero mediante osservazione tra nicol incrociati), si comportavano in modo anormale per un certo tempo, come il vetro ordinario riscaldato ⁽²⁾, e come per quest'ultimo dette lastre potevano ritornare normali in un tempo minore mediante un semplice lavaggio con alcool, mentre invece la birifrangenza dovuta alla tempera non si modificava.

Riscaldai le lastre di vetro temperate e ritornate normali, come riscaldavo di solito il vetro ordinario e ne esaminai il comportamento triboelettrico; osservai un'anormalità temporanea come per il vetro ordinario. Variai il contatto con la superficie di mercurio facendo toccare punti differenti della superficie della lastra e ciò per assicurarmi se la variazione della tensione dovuta alla tempera mi dava diversità o no di comportamento, ma entro i limiti consentiti dal genere dell'esperienza, non ho potuto notare differenze fra i diversi punti.

(¹) La tempera veniva eseguita in questo modo: mediante un grosso filo di rame foggato a pinza tenevo la lastra nella parte centrale; riscaldavo poi il vetro fino ad osservare un principio di rammollimento, indi immergevo nell'acqua la parte della pinza più lontana dalla lastra di modo che il raffreddamento avvenisse attraverso il filo di rame e incominciasse quindi dal centro della lastra.

(²) Il vetro temperato talvolta si mantiene anormale per un tempo superiore a quello corrispondente al vetro ordinario, ma questo va d'accordo con quanto è stato osservato da RIZZI (loc. cit.) a proposito della temperatura alla quale viene portato il vetro. Faccio notare che portavo le lastre a una temperatura tale da ottenere un principio di fusione del vetro, quindi a oltre 500°.

A risultato concorde mi ha condotto anche la seguente esperienza: scaldate delle lastre di vetro ordinario in modo che presentassero solo una leggera birifrangenza, la quale scompariva in poco tempo, osservavo la durata della birifrangenza e dell'anormalità. Il primo fenomeno spariva molto più rapidamente del secondo.

§ 3. Dalle diverse prove fatte si deve dunque concludere che lo stato di tensione meccanica della superficie del vetro non può assumersi come unica o preponderante causa del fenomeno dell'anormalità del vetro.

Ringrazio il chiarissimo prof. PERUCCA per avermi suggerito l'argomento di queste esperienze e per i consigli di cui mi è stato largo.

Torino, Luglio 1928.

Laboratorio di Fisica Sperimentale. R. Scuola d'Ingegneria.

INFLUENZA DEL RISCALDAMENTO DEL MERCURIO NEL FENOMENO DI TRIBOELETTRICITÀ COL VETRO

Nota del Prof. VIRGILIO POLARA

Sunto. - *In questa Nota sono indicati i risultati di varie osservazioni relative al comportamento triboelettrico, al contatto col vetro, del mercurio convenientemente riscaldato. Da tali osservazioni risulta che il mercurio vecchio di 8-24 ore per riscaldamento verso i 40°-50° C. si eccita positivamente per triboelettricità col vetro, e mentre per raffreddamento lento all'aria conserva tale eccitabilità positiva per un periodo di tempo variabile dai 15 ai 50 minuti, per raffreddamento brusco invece riacquista subito l'eccitabilità negativa. La riscontrata reversibilità con la temperatura sembra porti a connettere il fenomeno con la diminuzione della tensione superficiale del liquido per riscaldamento: si avrebbe così una conferma sperimentale, dal punto di vista qualitativo, dell'intima connessione fra diminuzione della tensione superficiale e variazione in senso elettropositivo dell'eccitazione del mercurio prevista da FRENKEL ⁽¹⁾ e verificata dal PERUCCA ⁽²⁾ solo per le variazioni lente che avvengono nella tensione superficiale di tale liquido al variare del tempo ed in presenza di gas che impediscono l'invecchiamento.*

Alle osservazioni sull'influenza del riscaldamento dell'isolante ⁽³⁾ e del distendimento o la contrazione della superficie libera del mercurio ⁽⁴⁾ nel fenomeno triboelettrico, mi è parso opportuno far seguire lo studio dell'influenza del riscaldamento del mercurio nel fenomeno stesso.

Il metodo seguito nella ricerca consiste nel decantare del mercurio puro ripetutamente filtrato al momento, da un cilindro molto stretto in un largo recipiente di ferro, e, dopo avere accertato che esso si eccita positivamente al contatto triboelettrico col vetro —

⁽¹⁾ FRENKEL, « Phyl. Magaz. », Aprile 1917.

⁽²⁾ PERUCCA, « Atti R. Acc. delle Scienze », Torino, vol. 57, 1921.

⁽³⁾ POLARA, « Nuovo Cimento », gennaio 1928.

⁽⁴⁾ POLARA, « Nuovo Cimento », aprile 1928.

mercurio fresco — aspettare varie ore, che nelle mie osservazioni vanno di regola dalle 8 alle 24 — dirò brevemente che il mercurio è vecchio di 8-24 ore —, e controllare che in queste condizioni l'eccitamento triboelettrico del mercurio è nettamente negativo. Riscaldando allora con una lampada ad alcool il recipiente di ferro, il mercurio in esso contenuto torna ad eccitarsi positivamente verso i 40°-50° C, e talvolta anche a temperatura più bassa, l'eccitabilità triboelettrica essendo messa in evidenza, all'atto in cui il dielettrico viene staccato dalla superficie del mercurio, da un elettroscopio a foglia d'alluminio, di piccola capacità, connesso metallicamente col mercurio. Poichè l'eccitabilità del vetro è soggetta a variazioni sensibili ed irregolari ⁽¹⁾, è opportuno aver sempre a disposizione nello studio del fenomeno diverse bacchette di vetro, e far sì che la loro eccitabilità non vari molto per un certo periodo, ciò che si ottiene tenendole ⁽²⁾ sotto una campana su acido solforico concentrato e cloruro di calcio. Nelle odierne esperienze mi son servito dei bulbi di tre termometri, d'una provetta di vetro contenente una più notevole quantità di mercurio nel suo interno e d'un disco di vetro da specchi, ed ho avuto cura di accertare che, in rapporto al segno della carica del mercurio, i risultati ottenuti con tali vari isolanti fossero fra loro concordanti, scartando i rari casi di disaccordo. Nel caso di ineccitabilità di taluno degli isolanti un lieve strofinio con cotone ne esaltava l'eccitabilità.

Le osservazioni fatte per la durata di oltre due mesi, in condizioni varie di umidità e di temperatura dell'ambiente e di vecchiezza del mercurio, variabile dalle 8 alle 24 ore, mi hanno dato così risultati sufficientemente concordanti.

Riporto qui due serie di osservazioni:

Mercurio vecchio di 8 ore. Tempo asciutto. Temperatura ambiente 28°

Temperatura del mercurio	Eccitabilità triboelettrica del mercurio
28°	negativa
30°	negativa
35°	negativa
40°	positiva
45°	positiva
50°	positiva

⁽¹⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », vol. 21, 1921, pag. 279.

⁽²⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », vol. 21, 1921, pag. 278.

Mercurio vecchio di 18 ore. Tempo umido. Temperatura ambiente 20°

Temperatura del mercurio	Eccitabilità triboelettrica del mercurio
20°	negativa
25°	negativa
30°	negativa
35°	negativa
40°	negativa
45°	positiva
50°	positiva

Poichè il contatto dell'isolante col mercurio riscaldato ha luogo alla superficie del liquido e per un tempo così breve (3-5 secondi) che il termometro con cui il mercurio viene toccato non si innalza che di 2-4 gradi appena — mentre la provetta contenente maggiore quantità di mercurio ed il disco, a causa della maggiore capacità termica, si riscaldano in misura ancora minore —, è presumibilmente da escludere ⁽¹⁾ che il cangiamento di segno nella eccitabilità triboelettrica del mercurio riscaldato sia da attribuire al lieve riscaldamento dell'isolante al contatto col mercurio caldo, e le osservazioni precedenti dimostrano piuttosto che il riscaldamento del mercurio costituisce un mezzo di rinnovamento della sua superficie libera, analogo, nei suoi effetti triboelettrici, al rimescolamento prolungato, alla filtrazione ripetuta, ed al distendimento superficiale ⁽²⁾.

Potrebbe pensarsi che tale rinnovamento della superficie libera fosse effetto di moti convettivi nel liquido, tanto più che, riscaldando lentamente dal basso il recipiente col liquido si osserva talvolta, nel primo periodo del riscaldamento, eccitazione positiva del mercurio nella regione centrale della superficie ed eccitazione negativa ai bordi: per un più prolungato riscaldamento si ha però eccitazione positiva da per tutto.

Ma riscaldando dall'alto direttamente la superficie libera del mercurio mediante le radiazioni provenienti da una lampadina ad

⁽¹⁾ Una prova decisiva di ciò tenterò di avere sostituendo all'isolante un disco metallico e determinando, col metodo del condensatore variabile, l'effetto Volta fra mercurio vecchio e disco prima e dopo il riscaldamento.

⁽²⁾ POLARA, « Nuovo Cimento », aprile 1928.

incandescenza di 32 candele posta nelle vicinanze immediate, il mercurio vecchio di 8 ore, dopo 20-30 minuti dall'accensione della lampadina si eccita positivamente nella regione illuminata e scaldata dalla lampada, mentre si eccita ancora negativamente nelle regioni da questa lontane: per un riscaldamento più prolungato si ha da per tutto eccitazione positiva. In tali osservazioni però, in cui il riscaldamento avviene dall'alto, per osservare l'eccitabilità positiva del mercurio bisogna tenere il bulbo del termometro a contatto con la superficie del mercurio per un tempo un po' più rilevante (15-20 secondi), mentre per un tempo brevissimo di contatto si nota spesso, specialmente nei primi contatti, un eccitamento negativo. Ciò si spiega tenendo presente che, essendo il riscaldamento del mercurio piuttosto localizzato alla superficie, il termometro prova in principio un raffreddamento nella regione toccata, nella quale solo dopo un certo tempo giunge, dalle regioni del mercurio, il calore occorrente per l'eccitazione positiva.

L'eccitazione triboelettrica positiva del mercurio per riscaldamento dall'alto prova che tale riscaldamento non rinnova la superficie libera del mercurio unicamente per effetto dei moti convettivi che si generano nella massa del liquido.

Lasciando raffreddare lentamente all'aria il mercurio riscaldato, si osserva che la sua eccitabilità positiva persiste per un periodo più o meno lungo di tempo, variabile in generale dai 15 ai 50 minuti, in dipendenza di fattori che è ben difficile mettere in evidenza e precisare.

Ma allo scopo di discernere quale parte abbia nel ritorno alla eccitabilità negativa del mercurio l'invecchiamento, connesso col tempo, e quale parte abbia invece il raffreddamento, connesso unicamente con la temperatura, è notevole osservare che se, dopo aver notato che il mercurio in esame impiega oltre 20 minuti ad assumere l'eccitamento triboelettrico negativo per lento raffreddamento all'aria, si immerge il recipiente col mercurio caldo a 40°-50° e nettamente eccitabile positivamente in un bagno d'acqua fredda per 3-4 minuti, il mercurio assume subito eccitabilità triboelettrica negativa.

In tali osservazioni bisogna aver cura di adoperare mercurio vecchio di almeno otto ore, di immergere il recipiente di ferro contenente il mercurio nel bagno refrigerante in guisa che il livello del mercurio sia alquanto più basso del livello del liquido refrigerante e di controllare i risultati con i diversi isolanti a disposizione per accertare che i risultati siano concordi nel segno dell'eccitazione.

Con tali precauzioni ho potuto eseguire venti serie di osservazioni come quelle qui indicate:

Mercurio vecchio di 10 ore. Tempo asciutto. Temperatura ambiente 30°

Eccitabilità triboelettrica del mercurio riscaldato	Eccitabilità triboelettrica del mercurio raffreddato bruscamente	Tempo di refrigerazione
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	4 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	4 ^m
positiva	negativa	2 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	4 ^m

Mercurio vecchio di 24 ore. Tempo asciutto. Temperatura ambiente 30°

Eccitabilità triboelettrica del mercurio riscaldato	Eccitabilità triboelettrica del mercurio raffreddato bruscamente	Tempo di refrigerazione
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	4 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	4 ^m
positiva	negativa	2 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	3 ^m
positiva	negativa	2 ^m
positiva	negativa	3 ^m

Se si lascia prima raffreddare all'aria libera per 5 o 10 minuti il mercurio riscaldato, controllandone ad intervalli regolari di tempo l'eccitamento triboelettrico, si osserva che esso risulta costantemente positivo; ma se si refrigera rapidamente il mercurio, si nota subito l'eccitamento triboelettrico negativo.

Ecco un'altra serie di osservazioni:

Mercurio vecchio di 18 ore. Tempo asciutto. Temperatura ambiente 29°

Ora	Eccitamento triboelettrico del mercurio riscaldato che va raffreddandosi
16.—	positivo
16.2	positivo
16.5	positivo
16.8	positivo
16.10	positivo
16.13 (dopo refrigerazione brusca)	negativo
16.15	negativo
16.20	negativo

Se il mercurio che viene riscaldato è vecchio solo di pochissime ore (1 o 2 ore), in seguito a raffreddamento rapido si osserva al primo e anche al secondo contatto, eccitamento negativo, ma ai successivi contatti si ha poi eccitamento positivo. Ciò mi pare si debba attribuire ad effetto di rimescolamento operato nei ripetuti contatti, rimescolamento che, secondo le osservazioni del PERUCCA ⁽¹⁾, ha luogo nel senso indicato e si palesa in modo rilevante proprio quando il mercurio è all'inizio dell'invecchiamento.

Se il liquido refrigerante trovasi ad un livello più basso del mercurio contenuto nel recipiente da refrigerare, si osserva spesso che ai primi contatti, dopo la refrigerazione, si ha eccitazione positiva e solo in seguito eccitazione negativa: trattasi naturalmente di un residuo riscaldamento locale della superficie.

Dal complesso delle osservazioni fatte risulta che il fenomeno dell'inversione della eccitabilità triboelettrica del mercurio vecchio per riscaldamento appare reversibile. Sembra quindi che debba escludersi l'ipotesi, che pure si presenta fra le prime, che il riscaldamento renda fresca la superficie del mercurio per espulsione degli ossidi d'azoto già assorbiti nell'aria viziata — assorbimento a cui il PERUCCA ⁽²⁾ ritiene debba attribuirsi l'invecchiamento —, giacchè in tal caso, avendo il prolungato riscaldamento liberato la superficie dagli ossidi assorbiti, il nuovo assorbimento ed il conseguente

⁽¹⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », vol. 21, 1921, pag. 280.

⁽²⁾ PERUCCA, « Nuovo Cimento », vol. 21, 1921, pag. 276.

invecchiamento dovrebbero avvenire con relativa lentezza e non nel brevissimo periodo della refrigerazione.

Più verosimile mi pare allacciare il fenomeno osservato con la diminuzione della tensione superficiale subita dal mercurio per riscaldamento.

A prescindere dal fenomeno di invecchiamento per assorbimento di ossidi d'azoto contenuti nell'atmosfera viziata, è chiaro infatti, in conformità delle vedute di FRENKEL ⁽¹⁾, che ogni diminuzione della tensione superficiale — e quindi anche quella provocata da riscaldamento — accresce l'eccitabilità positiva iniziale del mercurio al contatto col dielettrico. La curva di invecchiamento, per effetto del riscaldamento, non è impossibile subisca quindi una traslazione parallela all'asse delle ordinate, nel senso delle ordinate crescenti, e se tale traslazione è notevole, ad un determinato valore dell'ascissa tempo, a cui corrispondeva prima del riscaldamento l'ordinata (eccitazione) negativa, corrisponderà dopo il riscaldamento, cioè dopo la traslazione, un valore positivo dell'ordinata eccitazione.

Sarei così condotto ad una interpretazione del fenomeno che ha singolare analogia con quella già da me avanzata ⁽²⁾ nello studio dell'influenza dello stato di distendimento della superficie libera del mercurio, in cui la diminuzione della tensione superficiale, invece che dal riscaldamento del liquido, è provocata dal distendersi della superficie o dall'accrescimento del raggio di curvatura.

La concordanza nella interpretazione dei due fenomeni, pur così diversi nell'apparenza, mi dà affidamento che tale interpretazione non debba essere molto lontana dalla vera, ed in ogni caso le esperienze descritte in questa Nota e nella precedente, mentre indicano nuovi mezzi di rendere sicuramente positiva l'eccitazione triboelettrica del mercurio al contatto col vetro, danno una nuova conferma della rispondenza intima fra tensione superficiale e triboelettricità in casi in cui tale rispondenza non era stata sperimentalmente osservata e pareva anzi in difetto.

Mentre le esperienze di PERUCCA ⁽³⁾ invero han messo in evidenza che l'eccitabilità positiva del mercurio in ambienti gassosi che impediscono l'invecchiamento, cresce col tempo con la stessa legge con cui decresce la tensione superficiale, nell'aria viziata invece, in cui interviene il fenomeno dell'invecchiamento, diminuisce col tempo la tensione superficiale del mercurio mentre la sua eccitabilità posi-

⁽¹⁾ FRENKEL, « Phyl. Magaz. », aprile 1917.

⁽²⁾ POLARA, « Nuovo Cimento », aprile 1928.

⁽³⁾ PERUCCA, « Atti R. Accademia delle Scienze », Torino, vol. 57, 1921.

tiva si trasforma in eccitabilità nulla prima ed eccitabilità negativa poi.

E d'altra parte mi sembra interessante aver sottoposto al controllo dell'esperienza una connessione, anche qualitativa, fra variazioni di tensione superficiale ed eccitabilità triboelettrica del mercurio, provocate non lentamente per azione del tempo, ma in modo brusco, per azione di riscaldamento o distensione della superficie libera. Tale connessione le esperienze da me indicate sembrano mettere in evidenza, pur essendo il fenomeno accompagnato da invecchiamento.

Il disaccordo fra le variazioni di tensione superficiale col tempo e le variazioni di eccitazione elettrica col tempo nel comune fenomeno di invecchiamento è allora molto probabilmente da ascrivere alla circostanza che l'assorbimento degli ossidi d'azoto contenuti nell'atmosfera viziata da parte del mercurio modifica lo strato superficiale in senso elettronegativo, a prescindere dalla tensione superficiale, in misura maggiore di quanto tale strato non sia modificato in senso elettropositivo per diminuzione della tensione superficiale.

Alcune particolarità infine, osservate nel corso di queste esperienze, devono essere notate e spiegate.

Nella osservazione della eccitabilità positiva del mercurio caldo a contatto col bulbo del termometro, la deviazione della foglia dell'elettroscopio raramente si osserva al primo contatto, mentre è sempre rilevante al secondo. Quando si adoperi poi come dielettrico il disco o la provetta contenente maggiore quantità di mercurio del bulbo del termometro, bisogna prolungare il contatto per un tempo un po' maggiore (20-30 secondi). È naturale pensare che l'isolante raffreddi al primo contatto il mercurio caldo nella regione toccata, e che tale raffreddamento locale sia eliminato solo quando una data quantità di calore sia pervenuta dalle circostanti regioni.

Se si prova a saggiare l'eccitabilità del mercurio freddo e vecchio con una bacchetta massiccia di vetro, o con la provetta contenente notevole quantità di mercurio, riscaldati notevolmente alla fiamma o nella stufa, si osserva che ai primi contatti il mercurio si eccita positivamente mentre successivamente si eccita negativamente. Data la non grande conducibilità termica del mercurio e la notevole capacità termica dell'isolante adoperato, il contatto dell'isolante caldo provoca verosimilmente un riscaldamento locale del mercurio, che si attenua a misura che il calore viene assorbito dalla massa del liquido.

Concludendo:

Le osservazioni raccolte in questa Nota trovano interpretazione nell'ipotesi che il riscaldamento del mercurio provochi una traslazione parallela, nel senso delle ordinate crescenti, della curva d'in-

vecchiamento, traslazione dovuta all'aumentata eccitabilità elettro-positiva iniziale del mercurio per effetto della diminuita tensione superficiale, così come le osservazioni sull'influenza del distendimento della superficie libera trovano interpretazione in un'ipotesi analoga. Tale unicità di interpretazione mi pare sia abbastanza significativa perchè venga tentato un controllo in un campo in cui l'influenza della variazione brusca della tensione superficiale non sia accompagnata da invecchiamento.

Porgo i più i più vivi ringraziamenti al chiarissimo prof. L. TIERI, per i mezzi fornitimi ed i preziosi suggerimenti datimi nella ricerca.

Messina, luglio 1928 - VI.

SULL'ELLITTICITÀ DELLA VIBRAZIONE TRASMESSA DALLE LAMINE DI FERRO MAGNETIZZATE

Nota del dott. ORAZIO SPECCHIA

Sunto. - *L'A. ripete una vecchia esperienza del RIGHI sulla ellitticità della vibrazione trasmessa da una film di ferro magnetizzata, allo scopo di stabilire se il valore dell'ellitticità è indipendente dallo spessore della film, conformemente alla teoria del RIGHI, oppure ne dipende, conformemente all'ipotesi di un dicroismo circolare.*

Le films sono ottenute per proiezione catodica; la misura dello spessore è effettuata, partendo dall'ipotesi che vi sia proporzionalità fra esso e la densità ottica della film; quella della ellitticità della vibrazione trasmessa col metodo della bilama del RIGHI.

I risultati indicano una variazione del valore della ellitticità con lo spessore della film.

È noto come il fenomeno della rotazione del piano di polarizzazione che subisce un raggio luminoso polarizzato rettilineamente nell'attraversare una sostanza dotata di potere rotatorio naturale o magnetico, si spieghi ricorrendo all'ipotesi cinematica di FRESNEL, secondo la quale la vibrazione rettilinea incidente si decompone, entro la sostanza attiva, in due vibrazioni circolari di opposto senso di girazione le quali, attraversando la sostanza con velocità differenti ed emergendo con una differenza di fase diversa da zero, si ricompongono in una nuova vibrazione rettilinea il cui piano di polarizzazione risulta ruotato rispetto al piano della vibrazione incidente. È noto anche come, contrariamente ad una asserzione di MAXWELL, la rotazione del piano di polarizzazione avviene nel senso della vibrazione circolare che ha maggiore velocità di propagazione, e questo vale tanto che il corpo sia dotato di potere rotatorio naturale, come di potere rotatorio magnetico.

A conferma della sua ipotesi cinematica, il FRESNEL istituì la celebre esperienza del biprisma o del triprisma di quarzo, la quale sembrava fornire una prova diretta dell'esistenza della doppia rifrazione circolare nel quarzo, secondo la direzione dell'asse ottico. Ma

nel 1880 una critica del GOUY, pubblicata nei C. R., mostra come lo sdoppiamento attraverso un biprisma o un triprisma di quarzo, di un raggio qualunque in due raggi circolari, uno destrogiro e uno levogiro, si possa spiegare senza ricorrere a nessuna ipotesi, e fondandosi unicamente sul fatto che il quarzo, lungo la direzione dell'asse ottico, è dotato di potere rotatorio. A conclusioni analoghe giunge il RIGHI esaminando le altre esperienze che sembravano anch'esse confermare l'ipotesi della doppia vibrazione circolare, e precisamente le esperienze di ARAGO, di BABINET, di BECQUEREL, di BRACE e di altri.

A dare una realtà fisica all'ipotesi cinematica del FRESNEL restano soltanto le esperienze del RIGHI sull'ellitticità del raggio trasmesso da una lamina di ferro magnetizzata (*Memoria della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna* - Serie IV, Tomo VII), e quelle di CORTON sul dicroismo circolare presentato da alcune sostanze otticamente attive (« *Annales de Chimie et de Physique* », 8, VIII Serie). Vedremo come per la completa interpretazione del fenomeno scoperto dal RIGHI occorra, oltre le ipotesi dal RIGHI ammesse, fare intervenire anche l'ipotesi del dicroismo circolare.

Le prime ricerche sull'effetto FARADAY nelle lamine di ferro, di nichel e di cobalto, si devono al KUNDT, il quale operava con lamine trasparenti di tali metalli, ottenute per deposito elettrolitico su lastre di vetro rese conduttrici da una leggera argentatura. Tali ricerche in seguito furono continuate da altri, operando su films ottenute, sia come dal KUNDT per deposito elettrolitico, sia per proiezione catodica; e recentemente sono state estese dal POGANY ai metalli non ferromagnetici. Ma già la prime ricerche del KUNDT avevano dimostrato: 1° l'enorme potere rotatorio magnetico dei metalli ferromagnetici e specialmente del ferro; 2° che tali metalli non soddisfano alla legge di VERDET (proporzionalità fra l'intensità del campo magnetico e il valore della rotazione); 3° che il maggior valore del potere rotatorio corrisponde per essi, alle maggiori lunghezze d'onda. Inoltre per tutti e tre i metalli la rotazione è positiva come per il vetro, cioè avviene secondo il senso della corrente magnetizzante. Quindi se in base all'ipotesi del FRESNEL si decompone la vibrazione rettilinea incidente in due vibrazioni circolari opposte, di queste, quella che avviene nel senso della corrente magnetizzante si propaga con maggiore velocità. Sul ferro le esperienze del KUNDT furono riprese dal RIGHI nel 1886 allo scopo di mettere in evidenza l'ellitticità della vibrazione trasmessa dalla lamina magnetizzata, ellitticità che il RIGHI prevedeva, sia in base ai risultati da lui ottenuti in precedenti ricerche sul fenomeno magnetooptico di KERR, sia fondandosi su considerazioni teoriche che riassumo:

Sia $x = \text{sen } \omega t$ la vibrazione rettilinea su un raggio luminoso che incida normalmente sopra una lamina ferromagnetica disposta perpendicolarmente alle linee di forza di un campo magnetico (per semplicità l'ampiezza della vibrazione si suppone uguale a 1). Decomponiamola nelle due vibrazioni circolari inverse

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \text{sen } \omega t \\ \frac{1}{2} \cos \omega t \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \text{sen } \omega t \\ -\frac{1}{2} \cos \omega t \end{pmatrix}$$

Essendo l'incidenza normale, è lecito ammettere che la riflessione non deformi le due vibrazioni circolari incidenti; che, cioè, a queste corrispondano per riflessione due vibrazioni ancora circolari. In assenza del campo magnetico le ampiezze delle vibrazioni circolari riflesse, pur essendo minori di quelle incidenti, saranno eguali tra loro; eccitando il campo non solo diverranno diverse le ampiezze per le ragioni che vedremo in seguito, ma saranno diverse anche le fasi: la differenza d'ampiezza renderà ellittica la vibrazione riflessa; la differenza di fase farà sì che l'asse maggiore dell'ellisse non coinciderà con l'azimut della vibrazione rettilinea incidente, ma farà con questo un certo angolo che è uguale alla semidifferenza di fase. Calcoliamo l'ampiezza delle due vibrazioni circolari riflesse, quando il campo è eccitato. Essendo il ferro magnetizzato dotato di potere rotatorio, se ammettiamo l'ipotesi del FRESNEL della doppia rifrazione circolare, le due vibrazioni circolari in cui si scinde la vibrazione rettilinea incidente si propagheranno nel metallo con le velocità $\frac{V}{n_1}$ e $\frac{V}{n_2}$ (essendo n_1 ed n_2 gli indici di rifrazione del ferro magnetizzato relativi alle due vibrazioni circolari). Se supponiamo inoltre che ad esse siano applicabili le formule del FRESNEL relative alla riflessione normale, le due vibrazioni circolari riflesse saranno:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \text{sen } \omega t \\ \frac{1}{2} \frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} \cos \omega t \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \text{sen } \omega t \\ -\frac{1}{2} \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \cos \omega t \end{pmatrix}$$

La vibrazione risultante è ellittica: l'ellisse avrà i suoi semiassi rispettivamente uguali a

$$\frac{1}{2} \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} - \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right) \quad \text{e} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{n_1 - 1}{n_1 + 1} + \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)$$

e sarà descritta nello stesso senso della più intensa delle due vibra-

zioni circolari riflesse. Se supponiamo che sia $n_1 > n_2 > 1$, sarà

$$\frac{n_1-1}{n_1+1} > \frac{n_2-1}{n_2+1};$$

quindi l'ellisse sarà descritta nello stesso senso della vibrazione circolare che si propaga nel metallo con minore velocità, cioè è descritta in senso opposto alla corrente magnetizzante. Sarebbe descritta nello stesso senso se gli indici di rifrazione del metallo fossero minori dell'unità. Si otterrebbe questo risultato se fosse possibile eseguire l'esperienza sul rame, sull'argento, sull'oro, etc., ammesso però che questi metalli presentino un effetto FARADAY positivo.

Del resto queste considerazioni si desumono immediatamente dall'esame dell'espressione che dà il rapporto degli assi della vibrazione ellittica riflessa dal metallo magnetizzato. Tale rapporto è legato alle ampiezze delle vibrazioni circolari riflesse dalla relazione semplicissima:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{n_1-1}{n_1+1} - \frac{n_2-1}{n_2+1}}{\frac{n_1-1}{n_1+1} + \frac{n_2-1}{n_2+1}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 n_2 - 1}.$$

Tenendo poi presente che il potere rotatorio ρ di una sostanza attiva è legato, ove si consideri valida l'ipotesi di FRESNEL, alle velocità di propagazione v_1 e v_2 delle due vibrazioni circolari dalla relazione:

$$(1) \quad \rho = \frac{\pi}{T} \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) = \frac{\pi}{\lambda} (n_1 - n_2)$$

e facendo inoltre l'ipotesi che, essendo i due indici n_1 e n_2 , uno per eccesso, l'altro per difetto, di pochissimo diversi dall'indice n del metallo non magnetizzato, sia lecito porre nella (1), in luogo di $n_1 n_2$, n^2 , si perviene alla relazione:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\rho \lambda}{\pi(n^2 - 1)},$$

la quale mostra come la forma dell'ellisse sia legata al potere rotatorio e all'indice di rifrazione.

L'ellitticità della vibrazione riflessa lascia prevedere che deve essere ellittica anche la vibrazione trasmessa. Si perviene all'espressione che dà il rapporto degli assi di questa vibrazione applicando, analogamente a quanto s'è fatto per la vibrazione riflessa, le formule di FRESNEL relative alla rifrazione, tenendo però presente che queste formule vanno applicate sia per la rifrazione all'ingresso della la-

mina sia per la rifrazione all'uscita. Così il coefficiente di ampiezza della vibrazione circolare che si propaga nel metallo magnetizzato con la velocità $\frac{V}{n_1}$ va moltiplicato per $\frac{2}{n_1 + 1}$ per la rifrazione all'ingresso e per $\frac{2n_1}{n_1 + 1}$ per la rifrazione all'uscita; quindi il coefficiente d'ampiezza della vibrazione circolare trasmessa diventa $\frac{2n_1}{(n_1 + 1)^2}$. Analogamente per la vibrazione che si propaga con la velocità $\frac{V}{n_2}$ il coefficiente di ampiezza diventa all'emergenza $\frac{2n_2}{(n_2 + 1)^2}$. Il rapporto degli assi della vibrazione ellittica risultante è quindi espresso dalla relazione:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{n_1}{(n_1 + 1)^2} - \frac{n_2}{(n_2 + 1)^2}}{\frac{n_1}{(n_1 + 1)^2} + \frac{n_2}{(n_2 + 1)^2}}.$$

Questa espressione, considerando che con buona approssimazione si può porre $n_1 n_2 = n^2$ e $n_1 + n_2 = 2n$ e che è $n_1 - n_2 = \frac{\rho \lambda}{\pi}$ si trasforma nell'altra:

$$(2) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\rho \lambda (n - 1)}{2\pi n (n + 1)}.$$

Se supponiamo che sia $n_2 > n_1$ sarà

$$\frac{n_1}{(n_1 + 1)^2} > \frac{n_2}{(n_2 + 1)^2};$$

quindi l'ellisse è percorsa nel senso della corrente magnetizzante. Inoltre se si tiene conto della differenza di fase che subiscono le due vibrazioni circolari componenti dipendentemente dalla loro diversa velocità di propagazione, l'asse maggiore dell'ellisse non coinciderà con la direzione della vibrazione rettilinea incidente, ma sarà ruotato rispetto a questo. Infine la (2) mostra che se è $n < 1$ il senso di girazione della vibrazione ellittica è opposto al senso della corrente magnetizzante.

Facciamo ora l'ipotesi che un'altra causa, oltre quella segnalata dal RIGHI, intervenga a modificare le ampiezze delle due vibrazioni circolari che si propagano attraverso un mezzo dotato di potere rotatorio: il diseguale assorbimento. Se ammettiamo che l'ampiezza di una vibrazione circolare decresca con la spessore x della sostanza attiva attraversata secondo la legge esponenziale e^{-ax} l'ipotesi che le due vibrazioni circolari vengano assorbite in misura diversa con-

duce al risultato che i coefficienti di ampiezza delle due vibrazioni circolari trasmesse devono essere moltiplicati rispettivamente per i fattori e^{-a_1x} ed e^{-a_2x} . La vibrazione degli assi sarà anche in questo caso ellittica.

Il rapporto degli assi sarà dato dall'espressione

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{e^{-a_1x} - e^{-a_2x}}{e^{-a_1x} + e^{-a_2x}}$$

oppure più semplicemente dall'altra:

$$\operatorname{tg} (45^\circ + \varphi) = \frac{e^{-a_1x}}{e^{-a_2x}}.$$

Quindi se una vibrazione rettilinea si propaga attraverso un mezzo che oltre ad essere dotato di potere rotatorio, assorba in misura diversa le due vibrazioni circolari in cui la vibrazione incidente può immaginarsi decomposta essa non solamente subirà una rotazione, ma sarà deformata in una vibrazione ellittica. È il fenomeno del dicroismo circolare scoperto dal COTTON.

Possiamo fare anche l'ipotesi di un mezzo non dotato di potere rotatorio ma che operi, a seconda del loro senso di girazione, un disuguale assorbimento sulle vibrazioni circolari che in esso si propagano. Se il raggio incidente è polarizzato linearmente, l'emergente sarà polarizzato ellitticamente, ma l'asse maggiore dell'ellisse coinciderà con l'azimut della vibrazione incidente. Questo caso non è stato finora realizzato sperimentalmente a differenza dell'analogo per la doppia rifrazione rettilinea che è presentato da alcuni campioni di ferro colloidale Bravais sottoposti all'azione di un campo magnetico, quando vengano osservati in una direzione perpendicolare a quella del campo. Le due vibrazioni rettilinee inizialmente di eguale ampiezza, una parallela e l'altra normale al campo magnetico, nelle quali si può immaginare decomposta una vibrazione rettilinea incidente il cui azimut sia a 45° dalla direzione del campo, si propagano con la stessa velocità attraverso il ferro Bravais ma vengono da questo in misura diversa assorbite. Si ottiene all'emergenza una vibrazione ancora rettilinea, ma che risulta ruotata rispetto alla vibrazione incidente. È il fenomeno della rotazione bimagnetica scoperto da MAJORANA. Infine si può considerare il caso in cui a rendere ellittica la vibrazione emergente da una lamina di ferro magnetizzata, concorrano e le variazioni di ampiezza dovute alle rifrazioni all'ingresso e all'uscita dalla lamina, e quelle dovute a dicroismo circolare.

In questa ipotesi, il rapporto degli assi della vibrazione ellittica è dato dall'espressione:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\frac{n_1}{(n_1+1)^2} e^{-a_1 x} - \frac{n_2}{(n_2+1)^2} e^{-a_2 x}}{\frac{n_1}{(n_1+1)^2} e^{-a_1 x} + \frac{n_2}{(n_2+1)^2} e^{-a_2 x}}$$

oppure più semplicemente dall'altra:

$$\operatorname{tg} (45^\circ + \varphi) = \frac{\frac{n_1}{(n_1+1)^2} e^{-a_1 x}}{\frac{n_2}{(n_2+1)^2} e^{-a_2 x}} = \frac{A e^{-a_1 x}}{B e^{-a_2 x}},$$

da cui si ricava:

$$(3) \quad \lg. \operatorname{tg} (45^\circ + \varphi) = \lg. \frac{A}{B} + x(a_2 - a_1).$$

L'esame delle formule (2) e (3) mostra che, se si ammette l'ipotesi del RIGHI, l'ellitticità della vibrazione trasmessa dal ferro magnetizzato è indipendente dallo spessore; ne dipende, invece, nell'ipotesi del dicroismo circolare e il rapporto degli assi della vibrazione ellittica risulterà maggiore o minore di quello che lascierebbe prevedere la teoria del RIGHI, secondochè il dicroismo è conforme alla regola (la vibrazione più lenta è la più assorbita) oppure no.

Le esperienze che passo ora a descrivere sono state da me eseguite allo scopo di stabilire se per l'interpretazione del fenomeno scoperto dal RIGHI dell'ellitticità della vibrazione trasmessa dal ferro magnetizzato sia sufficiente l'ipotesi del RIGHI, oppure se non occorra integrarla con l'ipotesi di un dicroismo circolare.

Le lamine di ferro sulle quali ho eseguito le mie esperienze erano ottenute per proiezione catodica. Il dispositivo di cui mi sono servito per prepararle, non differisce sostanzialmente dai dispositivi più in uso. Nella parte centrale di una lastra di vetro di spessore conveniente, e di cui una faccia era stata smerigliata con cura, era adattato con mastice un tubo di acciaio che comunicava attraverso una canalizzazione di vetro con un gruppo di due piccole pompe a diffusione, disposte in parallelo, rispetto alle quali una pompa rotativa ad olio funzionava da preparatoria. Il tubo di acciaio funzionava anche da anodo ed era in comunicazione metallica con un piccolo supporto, pure d'acciaio, di forma circolare, munito di viti

calanti, sul quale veniva collocata la lastrina di vetro da metallizzare. Il catodo, costituito in un primo tempo da un disco di ferro coperto superiormente da una lamina di mica perchè la scarica venisse concentrata verso la lastrina da metallizzare, era portato da una campana di vetro di 15 cm. di diametro, la quale ricopriva supporto e lastrina ed era adattata sulla lastra smerigliata con del grasso di Ramsay. Questa disposizione, che ho cercato di rendere il più possibile simmetrica allo scopo di conseguire nelle metallizzazioni la maggiore uniformità, presenta anche il vantaggio che l'emissione catodica avviene nel senso dell'aspirazione. La scarica era prodotta da un trasformatore a selettore d'onda, utilizzato in modo da ottenere al secondario una tensione di circa 10.000 Volts: in circuito con questo erano inseriti, oltre la campana, un milliamperometro e una elevata resistenza liquida. Le altre condizioni di esperienza erano le seguenti: distanza fra il catodo e la lastra cm. 2; grado di vuoto misurato con una ampolla di MAC LEOD mm. 0,002; intensità di corrente 3 milliamp..

Mantenendo uguali le condizioni di esperienza, è chiaro che per ottenere delle pellicole di spessore differente bastava che facessi variare i tempi di proiezione.

Della disposizione descritta io mi sono servito, oltre che per la preparazione delle films di ferro necessarie per questa mia ricerca, anche per la preparazione di depositi di vari metalli da me utilizzati in altre esperienze. Così ho ottenuto delle films di argento, di platino, di tungsteno, di zinco, di bismuto, ecc..

In tutte queste preparazioni, la constatazione che si fa immediatamente riguarda la notevole differenza fra i tempi necessari per ottenere, dipendentemente dalla natura dei vari metalli, depositi di eguali spessori. Per il ferro o lo zinco, per es., occorrono non meno di 60 minuti, operando nelle condizioni descritte, per ottenere delle films di spessore non troppo elevato sì da essere sufficientemente trasparenti: spessori di ugual trasparenza d'argento o di platino o di bismuto richiedono invece tempi di proiezione molto più brevi (dai 10 ai 15 minuti). Inoltre, se durante tutto il tempo che avviene la scarica, si seguono sulla lastrina le fasi della metallizzazione, si constata, che se, per es., si tratta di proiezioni di ferro o di zinco la lastrina comincia a coprirsi del velo metallico soltanto dopo 30 o 40 minuti dall'inizio della scarica.

Questo fatto già segnalato dall'ARTIGAS (« Revue d'optique », 1926) e da altri, è più facilmente constatabile su quei metalli, come lo zinco e il ferro, pei quali il fenomeno dell'emissione catodica è un fenomeno lento. Da questa constatazione sono stato indotto a eseguire una serie di misure su catodi di vari metalli allo scopo di sta-

bilire come vari la temperatura del catodo, nelle condizioni descritte, durante la scarica. A tale scopo, una coppia termoelettrica, rame-costantana, con una saldatura a contatto con il catodo e l'altra mantenuta a temperatura costante, era chiusa in circuito con un galvanometro convenientemente isolato. Qualunque fosse il metallo che funzionava da catodo, i risultati delle misure potevano sempre rappresentarsi con diagrammi del tipo di quello che ho qui riportato relativo a un catodo di zinco (fig. 1). In esso le ascisse rappresentano

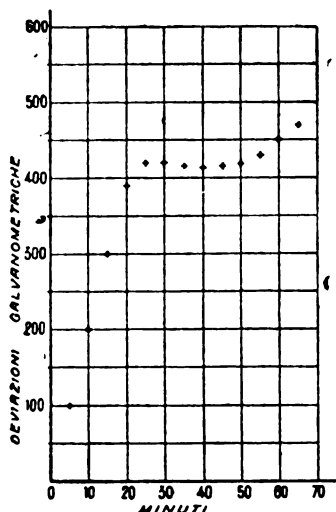


Fig. 1

i tempi e le ordinate le deviazioni galvanometriche che si suppongono proporzionali alle temperature. Dall'esame del diagramma si rileva come la temperatura del catodo dall'inizio della scarica aumenti rapidamente fino ad un massimo (le coordinate del massimo sono variabili da metallo a metallo), poi si mantenga quasi stazionaria per un certo tempo, dopo il quale continua ancora ad aumentare. Si constata inoltre che la metallizzazione della lastrina comincia a prodursi quando la temperatura diventa stazionaria. Si può trarre da questi risultati una conseguenza di carattere pratico: è possibile ridurre il tempo necessario per ottenere depositi catodici di metalli che, come il ferro, richiedono, in condizioni ordinarie, notevoli tempi di proiezione, elevando convenientemente la temperatura del catodo. A questo scopo, ho sostituito al disco di ferro che funzionava da catodo nella primitiva disposizione, una spirale piana di filo di ferro sostenuta da una lamina di mica; spirale che veniva

arroventata per mezzo di un trasformatore che riduceva a 24 volt la tensione stradale. Le nuove condizioni di esperienza erano le seguenti: distanza fra catodo e lastrina, ancora 2 cm.; grado di vuoto, mm. 0.0002; tensione al secondario del trasformatore, ancora 10.000 volt: intensità di corrente, 2 milliamp.

Questa nuova disposizione m'ha permesso di ottenere, in meno di 20 minuti, delle magnifiche films di ferro, a splendore metallico sulle due facce, che presentavano per trasparenza un bel colore giallo-rossastro. Queste pellicole, come quelle ottenute con la vecchia disposizione, sono birifrangenti, ed è difficile spiegare tale anisotropia.

È da escludersi, intanto, in base alle accurate ricerche del KUNDT, che la birifrangenza sia dovuta a una tensione della film o del vetro prodotta dal riscaldamento notevole che essi subiscono durante la preparazione e dal successivo raffreddamento. D'altra parte, in una disposizione come quella da me adottata, una asimmetria che possa fornire un orientamento nella ricerca della causa della birifrangenza, non è rilevabile. Si noti poi che il valore della birifrangenza non è lo stesso in tutti i punti della film: anzi, può verificarsi, come ho constatato su una pellicola di rame, che tanto la direzione degli assi, quanto il loro rapporto variano da regione a regione. In generale, però, ai bordi della lamina, forse dipendentemente dalla non uniformità del campo elettrico, la birifrangenza è più notevole che nella parte centrale, dove, come ho verificato sulle lastrine di cui mi son servito nella mia ricerca, il valore dell'angolo che misura l'ellitticità può essere molto piccolo, dell'ordine di qualche primo, appena.

Tutte le mie misure sono state eseguite su films di ferro ottenute con la seconda disposizione e utilizzando di esse solo una piccola regione centrale, dove, oltre all'uniformità di spessore e a una sufficiente trasparenza, esse erano così poco birifrangenti da poter ritenere che tale anisotropia non avesse sensibile influenza sui risultati delle misure.

In una ventina di films ho potuto scegliere soltanto cinque che avessero quelle caratteristiche; e su queste cinque ho eseguito misure di spessore, di rotazione del piano di polarizzazione, e di ellitticità per effetto RIGHI.

Per due soli metalli: per l'argento, e, come ha mostrato l'HOUL-LEVIGUE (C. R., 1902) anche per il rame, la misura di sottili apessori può effettuarsi ricorrendo al processo di iodurazione ideato dal FIZEAU.

Per gli altri metalli, il metodo più diretto consiste nel determinare la massa del metallo depositato, sia pesando, con una microbilancia, la lastrina di vetro ricoperta dal metallo, e la lastrina dopo che il metallo è stato asportato, sia ricorrendo, come ha fatto HOULLEVIGUE per il ferro, ad un processo colorimetrico. Dal valore della massa si può risalire a quello dello spessore, conoscendo la superficie dello strato metallico e ammettendo, ciò che probabilmente può non essere lecito, che la densità dello strato possa ritenersi uguale a quella del metallo compatto. Oltre a questa incertezza, il metodo fondato su determinazioni di massa, presenta anche l'inconveniente di esigere, ove si voglia raggiungere una qualche precisione, l'impiego di superfici molto estese e rigorosamente uniformi.

Un altro metodo potrebbe essere basato sulla misura della resistenza elettrica dello strato, qualora fosse lecito ammettere, che il metallo, sotto spessori dell'ordine di qualche centinaio appena di diametri atomici, presenti una resistività uguale a quella che esso avrebbe sotto spessori notevolmente superiori. Ma recenti esperienze del FÉRY su films di platino dimostrano che tale ipotesi non può essere ammessa.

Restano i metodi ottici. Poichè del ferro l'indice di rifrazione è conosciuto con sufficiente approssimazione, si potrebbe pensare di interporre sul cammino dei due fasci interferenti di un rifrattometro interferenziale una lastrina di vetro a facce piane e parallele, di cui una metà fosse ricoperta dallo strato di ferro. Facendo in modo che uno dei due fasci attraversi la lastrina nella regione ricoperta dallo strato metallico, l'altro nella regione non metallizzata, si osserverebbe uno spostamento di frange che, dalla conoscenza dell'indice di rifrazione, permetterebbe di determinar lo spessore. Ma, in realtà, il fenomeno che si osserverebbe sarebbe più complesso: lo spostamento di frange sarebbe dovuto non solo alla differenza di indici, ma anche alle modificazioni di fase, la cui influenza sulle misure non è possibile determinare, che si producono all'ingresso e all'emergenza dalla lamina metallica. Alla stessa difficoltà si andrebbe incontro se si volesse applicare il metodo di POTIER, che consiste nel confrontare i due sistemi di frange che si hanno osservando per riflessione le due lamine prismatiche d'aria ottenute, disponendo, in modo che formino fra loro un piccolissimo angolo, due lastre di vetro a facce piane, delle quali, una, è ricoperta per metà dallo strato metallico; il bordo di questo essendo normale all'angolo del prisma.

Le difficoltà e le incertezze che presentano i vari metodi descritti m'hanno costretto a rinunciare alla misura assoluta, del resto non

necessaria ai fini della mia ricerca, degli spessori delle films di cui mi son servito, e a contentarmi di misure relative.

Il principio, sul quale le misure relative di spessore da me effettuate si fondano, è il seguente:

Si consideri un fascio monocromatico di intensità I che cada normalmente sul deposito metallico di spessore d . All'emergenza l'intensità I diventa $I_e = Ie^{-ad}$, dove a è il coefficiente d'assorbimento del metallo relativo alla radiazione considerata.

Se si definisce densità ottica D , l'espressione:

$$D = \lg. \left(\frac{I}{I_e} \right) = ad,$$

si vede che esiste una relazione lineare fra la densità ottica del metallo e lo spessore, ove però si ammetta (ciò che le esperienze del FERY dimostrano lecito) che il coefficiente d'assorbimento sia indipendente dallo spessore.

Per la determinazione della densità ottica, la luce di una sorgente intensa (lampada pointolite) resa omogenea da opportuni filtri che lasciavano passare solo le radiazioni rosse, era concentrata su una pila termoelettrica chiusa in circuito con un galvanometro. Interponendo sul cammino dei raggi le lastre metallizzate, il galvanometro dava delle indicazioni che si possono ritenere, ove si tenga conto dell'assorbimento (del resto molto piccolo) dovuto al vetro su cui aderiva la film metallica, proporzionali alle intensità I_e .

Nella tabella I son riportate per ciascuna delle cinque films di ferro A , B , C , D , E le deviazioni galvanometriche che si ottene-

TABELLA I

Films	Dev. galvan.	$\lg. \left(\frac{I}{I_e} \right)$
A	51 180	1,26
B	32 182	1,74
C	25 180	1,97
D	11 174	2,79
E	8 180	3,11

vano interponendo sul cammino dei raggi, prima le lastre di vetro ricoperte dalla pellicola metallica, poi le stesse lastre dalle quali il metallo era stato asportato. Nella terza colonna son riportati i valori di $\lg. \left(\frac{I}{I_0} \right)$ relativi a ciascuna film.

La formula

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\rho \lambda (n - 1)}{2\pi n (n + 1)},$$

che abbiamo dedotto partendo dalle ipotesi del RIGHI, mostra come l'ellitticità della vibrazione trasmessa dal ferro magnetizzato dipenda dal potere rotatorio magnetico di questo. Era perciò necessario, perchè fosse lecito riferire i valori dell'ellitticità agli spessori delle films, accertarmi anzitutto che queste presentassero lo stesso potere rotatorio magnetico.

Questa verifica l'ho eseguita misurando l'effetto FARADAY per ciascuna lastra e riferendo i risultati alla densità ottica relativa. La disposizione adottata è la seguente. La luce della stessa sorgente che mi serviva per la determinazione della densità ottica, dopo aver attraversato i soliti filtri, era concentrata, mediante una lente a lungo fuoco, sulla film di ferro disposta normalmente alle linee di forza fra le espansioni polari di una elettrocalamita. Tra la lente e l'elettrocalamita, il fascio luminoso attraversava un polarizzatore a penombra costituito da un nicol e da un diaframma circolare, di cui la metà era coperta da una lamina di mica $\frac{1}{2}$ onda per la radiazione corrispondente al rosso medio, e disposta in modo che uno dei suoi assi facesse con la sezione principale del nicol un piccolissimo angolo. Dopo aver attraversato la lastra metallica e un nicol analizzatore, il fascio luminoso veniva raccolto da un cannocchiale puntato sul diaframma.

Per le misure procedevo così. Disposto l'analizzatore in modo che le due metà del diaframma risultassero ugualmente illuminate, mandavo la corrente magnetizzante. Per ristabilire di nuovo l'uguaglianza di illuminazione, dovevo ruotare l'analizzatore di un certo angolo che misurava appunto la rotazione prodotta, per effetto FARADAY, dal vetro e dal deposito metallico. Asportato il metallo dalla lastra di vetro, misuravo quindi l'effetto FARADAY relativo a questa; la differenza fra le due misure mi dava il valore della rotazione

dovuta al ferro. Nella tabella II sono riportate le rotazioni ottenute per le cinque films: esse rappresentano la media di numerose misure effettuate invertendo volta per volta la corrente magnetizzante:

TABELLA II

Films	Rotazioni
<i>A</i>	6'
<i>B</i>	9'
<i>C</i>	11'
<i>D</i>	15'
<i>E</i>	17'

Il rapporto fra la rotazione osservata per ciascuna lastrina e la corrispondente densità ottica, dà all'incirca lo stesso valore per tutte e cinque le films: ciò induce a ritenere che il potere rotatorio magnetico era lo stesso per tutte.

Per la misura della ellitticità della vibrazione trasmessa, ho utilizzato, modificandola in modo che riuscisse adatta al nuovo scopo, la disposizione di cui m'ero servito per la misura dell'effetto FARADAY. Eliminata la lamina $\frac{1}{2}$ onda, ho interposto tra la film e l'analizzatore una bilama di RIGHI, ottenuta disponendo con le direzioni principali incrociate due lamine di mica $\frac{1}{4}$ d'onda per la radiazione corrispondente al rosso medio; il cannocchiale era puntato sulla bilama.

Le misure erano effettuate in questo modo. Messo il nicol analizzatore all'estinzione, interponevo la bilama e la ruotavo nel suo piano fino ad avere nuovamente l'oscurità. disponevo allora la film tra i poli dell'elettromagnete: generalmente le due metà della lamina polariscopica apparivano diversamente illuminate; ciò che stava a indicare la birifrangenza accidentale della film catodica.

Ruotavo allora questa nel suo piano fino a riportare all'uguaglianza di illuminazione le due regioni della bilama: uno degli assi della film era così portato in coincidenza con l'azimut della vibrazione incidente. Davo il campo: le due metà della lamina polariscopica assumevano illuminazioni diverse che s'invertivano, invertendo il campo. Per la misura della ellitticità bastava che io girassi l'analizzatore fino a rendere minima la luce in una metà del campo e misu-

rassi poi l'angolo di cui dovevo far ruotare ancora il nicol perchè la luce divenisse minima nell'altra metà.

Il rapporto degli assi era dato dalla metà dell'angolo di cui avevo ruotato il nicol. La misura delle rotazioni dell'analizzatore che rendevano minima la luce alternativamente nelle due metà della lamina polariscopica furono da me ripetute più volte per ciascuna lastrina, invertendo la corrente magnetizzante e portando ora l'uno, ora l'altro degli assi della film in coincidenza con l'azimut della vibrazione incidente. Nella tabella III sono riportate le medie delle misure effettuate:

TABELLA III

Films	Valori di φ
<i>A</i>	8'
<i>B</i>	10'
<i>C</i>	11'
<i>D</i>	13'
<i>E</i>	15'

Questi risultati, sebbene soddisfino solo approssimativamente alla relazione (3), pure mostrano come il valore della ellitticità della vibrazione trasmessa dal ferro magnetizzato cresca con lo spessore.

Si può interpretare questo fatto ammettendo che, oltre le cause dal RIGHI segnalate, un dicroismo circolare intervenga a rendere ellittica la vibrazione trasmessa dal ferro magnetizzato.

SULL'APPLICAZIONE DELLE CELLULE FOTOELETTRICHE ALLE MISURE POLARIMETRICHE

Nota del Dott. G. TODESCO

Sunto. - *In un precedente lavoro è stato esposto un metodo fotoelettrico per la constatazione di piccolissime birifrangenze, che ha permesso di mettere in evidenza un ritardo di fase di $2,5 \cdot 10^{-6} \lambda$. In questa Nota si studia l'applicabilità del metodo proposto alla misura di minime rotazioni del piano di polarizzazione della luce e si espongono alcune considerazioni, suggerite direttamente dall'esperienza, sulla sensibilità dei polarimetri fotoelettrici.*

Dall'insieme delle esperienze eseguite sulla rotazione magnetica del piano di polarizzazione della luce nel toluolo, risulta che il metodo proposto è capace di svelare rotazioni dell'ordine del secondo d'arco, circa. Viene dimostrato inoltre come un notevole aumento di sensibilità possa conseguirsi in polarimetria fotoelettrica operando con nicol facenti fra loro un certo angolo (determinabile sperimentalmente), anzichè a nicol incrociati e come tal modo di procedere si presti anche ad una misura indiretta della rotazione stessa in luce bianca.

Da ultimo vengono esposti i risultati di alcune misure di carattere fotometrico dalle quali si deduce che, entro limiti piuttosto vasti dell'intensità luminosa incidente, l'apparecchio realizzato è suscettibile di vantaggiose applicazioni anche nel campo della fotometria fotoelettrica.

1. I progressi realizzati in questi ultimi tempi nello studio dell'effetto fotoelettrico presentato dai metalli alcalini, hanno reso possibile e pratica la costruzione di cellule fotoelettriche sensibili e pronte la cui costanza e sicurezza di funzionamento le rende idonee a svariate applicazioni nel campo delle misure fisiche.

Si è iniziato perciò recentemente, da parte di vari sperimentatori, il tentativo di sostituire tali cellule all'occhio in tutti quegli apparecchi in cui la constatazione e la misura di un determinato effetto ottico dipende dall'apprezzamento di una certa intensità luminosa o di una sua variazione. I vantaggi di tale sostituzione appaiono evidenti quando si ponga mente da un lato all'accrescimento di sensibilità che in certi casi ne deriva, e dall'altro alla

possibilità veramente preziosa, che ne discende, di eseguire le misure in parola in modo del tutto oggettivo, sottraendone l'apprezzamento alle inevitabili cause d'errore e di incertezza derivanti dall'intervento dell'occhio dello sperimentatore.

Vari sono i capitoli dell'Ottica in cui la cellula fotoelettrica può essere utilmente impiegata allo scopo anzidetto e già sono stati descritti dei fotometri, dei polarimetri e dei nefelometri a cellula fotoelettrica che hanno reso ottimi servizi. In questi apparecchi la corrente fotoelettrica può essere direttamente apprezzata al galvanometro oppure subire una preventiva amplificazione mediante l'uso di una o più valvole a tre o a quattro elettrodi. Fra gli apparecchi realizzati dai vari autori, che utilizzano l'amplificazione termojonica della corrente fotoelettrica, sono particolarmente da segnalarsi, nel campo della fotometria, il microfotometro registratore di P. LAMBERT e D. CHALONGE ⁽¹⁾ ed il misuratore di densità ottica di F. C. TOY ⁽²⁾, per l'importanza dei risultati pratici ottenuti.

Nel 1924, J. KENYON ⁽³⁾ ha realizzato un polarimetro fotoelettrico che gli ha permesso di valutare rotazioni dell'ordine del centesimo di grado; egli si riprometteva, nel suo lavoro, di amplificare con audion, in un secondo tempo, la corrente fotoelettrica ottenuta, ma nessun'altra sua pubblicazione in merito è apparsa sinora.

Finalmente, non mi consta che sia stata tentata l'applicazione della cellula fotoelettrica a misure di piccoli ritardi di fase o differenze di cammino ottico, applicazione che pur sembra non essere priva di un certo interesse.

2. In una Nota di carattere preventivo, pubblicata precedentemente ⁽⁴⁾, ho descritto un metodo per la constatazione di piccolissime birifrangenze, basato appunto sull'impiego di una cellula fotoelettrica e di una valvola bigriglia opportunamente connesse secondo un particolare schema del quale ho messo in rilievo i vantaggi; ed ho reso conto di certe esperienze eseguite, con un apparecchio costruito all'uopo, sulla birifrangenza del vetro soggetto

⁽¹⁾ P. LAMBERT et D. CHALONGE, *Microphotomètre enregistreur à cellule photoélectrique*. « Comptes Rendus », 180, p. 925, 1925.

⁽²⁾ F. C. TOY, *A new Photo-Electric Density Meter*. « J. of. Sc. Instr. », 12, p. 369, 1927.

⁽³⁾ J. KENYON, *Photo-Electric Polarimetry*. « Nature », XVII, p. 304, 1926.

⁽⁴⁾ *Su un nuovo metodo per l'osservazione di piccolissime birifrangenze*. « Rend. Acc. Naz. dei Lincei », fasc. 5, marzo 1928.

a compressione, che mi hanno permesso di mettere in evidenza un ritardo di fase di $2,5 \cdot 10^{-6} \lambda$ circa.

Pur essendo mia intenzione di proseguire lo studio dell'applicabilità del metodo proposto alla constatazione ed alla misura di piccolissime birifrangenze elettriche e magnetiche, ho voluto anche rendermi conto dell'attitudine dell'apparecchio in questione a servire da polarimetro fotoelettrico, giacchè certe osservazioni che avevo avuto occasione di fare in precedenza, mi avevano mostrato alcuni pregi inerenti all'applicazione della cellula fotoelettrica alla polarimetria che non mi sembra siano stati messi, sinora, sufficientemente in rilievo. A indirizzare la ricerca su questa via, sono stato anche incoraggiato da una recente Nota di E. PERUCCA ⁽¹⁾ nella quale sono presi in esame i risultati suesposti per la birifrangenza del vetro e son contenute interessanti osservazioni sull'applicabilità del metodo proposto alla misura di minime rotazioni del piano di polarizzazione, mentre si ritiene il metodo stesso meno adatto a fornire gli elementi della vibrazione ellittica emergente dal nicol analizzatore, nel caso della birifrangenza.

Riservandomi di riprendere in seguito quest'ultimo argomento, mi riferisco particolarmente in questa Nota ai risultati di alcune misure eseguite sulla rotazione magnetica del piano di polarizzazione della luce nel toluolo, ed espongo qualche considerazione sulla sensibilità dei polarimetri fotoelettrici, che mi è stata direttamente suggerita dalle esperienze stesse.

3. Il dispositivo sperimentale è essenzialmente quello già descritto nella citata Nota precedente. Il nicol analizzatore è munito di un disco graduato con relativo nonio che permette di apprezzare direttamente il decimo di grado. La sorgente è una lampada da proiezione intensiva a filamento concentrato, alimentata da una batteria di accumulatori di capacità sufficiente per assicurare la costanza della intensità luminosa. Fra il nicol polarizzatore e l'analizzatore è posto un tubo di vetro, chiuso da due lastre a faccie piane e parallele di piccolo spessore, contenente toluolo ⁽²⁾ e disposto a sua volta nella regione mediana di un lungo tubo di ottone concentrico sul quale è avvolto il solenoide magnetizzante, costituito da un solo strato di filo di rame sotto seta. La luce della sorgente traversa successivamente una prima lente a corto fuoco fungente da con-

⁽¹⁾ E. PERUCCA, *Polarimetria e fotometria fotoelettrica*. « Rend. R. Acc. Naz. dei Lincei », fasc. 9, p. 733, maggio 1928.

⁽²⁾ Purissimo, per analisi, fornito da Erba.

densatore, il nicol polarizzatore, il tubo a toluolo, il nicol analizzatore ed una seconda lente a fuoco più lungo che la concentra in modo da formare, sullo strato sensibile della cellula fotoelettrica, un'immagine reale della regione frontale del tubo contenente il liquido, avente le stesse dimensioni dello strato stesso.

Opportuni diaframmi e schermi limitano convenientemente il fascio luminoso uscente dalla sorgente lungo tutto il suo percorso in modo da ridurre al minimo ogni traccia di luce parassita nell'ambiente in cui si sperimenta, che è attrezzato a camera oscura. Le misure vengono eseguite in completa oscurità e le manovre necessarie si fanno con l'ausilio di una lampadina tascabile munita di schermo rosso. L'indice luminoso riflesso dallo specchietto concavo del galvanometro, è l'immagine reale, fornita dallo specchio stesso, di una piccola fenditura praticata in una scatola chiusa contenente una piccola lampada elettrica a filamento rettilineo. Mentre il detto indice luminoso scorre sulla scala, ne illumina via via la graduazione, sicchè, con un po' di abitudine, si riesce a fare la lettura esatta della deviazione galvanometrica anche all'oscuro.

La corrente fotoelettrica ottenuta quando si illumina la cellula, è amplificata mediante una lampada bigriglia nel circuito di placca della quale è inserito un galvanometro. Lo strato sensibile della cellula fotoelettrica è connesso con la griglia interna della valvola, mentre alla griglia esterna vien comunicato un opportuno potenziale positivo. La corrente di riposo della bigriglia è compensata, volta per volta, mediante la corrente filamento-placca di una lampada a tre elettrodi funzionante da diodo, opportunamente connessa in circuito, e la compensazione si effettua mediante la manovra di un reostato a lenta variazione posto sul circuito di filamento. Le due valvole termojoniche son racchiuse, assieme alla cellula, in un'unica cassetta, protetta elettrostaticamente e che non lascia filtrare la debole luce dei filamenti accesi.

Nonostante le precauzioni suesposte, si nota subito, dopo aver posti i nicol all'estinzione ruotando a mano l'alidada che muove l'analizzatore (servendosi dell'occhio posto dietro di esso per giudicare della estinzione stessa) ed aver aperto il diaframma della cellula, una deviazione al galvanometro indicante l'arrivo di luce su di essa. Ciò dipende in primo luogo dal fatto noto che l'oscurità attraverso due nicol incrociati, per quanto perfettamente costruiti, non è mai completa in tutto il campo, ma si limita ad una stretta regione di esso, costituente una specie di frangia nera; ed in secondo luogo dalla inevitabile imprecisione con la quale è stato effettuato il regolaggio dell'analizzatore. Ma si riconosce subito, ed è questo

anzi uno dei pregi della polarimetria fotoelettrica, che è possibile migliorare il regolaggio stesso, imprimendo all'analizzatore piccolissime rotazioni a destra o a sinistra della posizione di partenza, servendosi come guida della stessa deviazione galvanometrica e continuando nella manovra sino a render minima la deviazione medesima. La precisione di questo ulteriore regolaggio è subordinata naturalmente alla possibilità di imprimere a mano, all'analizzatore, rotazioni piccolissime e dipende quindi dalla maggior o minor perfezione con cui è costruita la parte meccanica che serve ad effettuare le rotazioni stesse.

Ottenuto il minimo della deviazione galvanometrica, si lancia nel solenoide la corrente magnetizzante e si legge la deviazione ottenuta, che nel caso in esame è di 38 divisioni della scala, quando la suddetta corrente ha l'intensità di un ampère.

Il tubo contenente il toluolo è lungo cm. 9,47, il solenoide (abbastanza lungo perchè il campo da esso generato si possa ritenere uniforme nella regione mediana occupata dal liquido) ha 26 spire per cm. e genera quindi un campo di 32,68 gauss, quando è traversato dalla corrente di un ampère. Sicchè, assumendo per la costante di VERDET nel toluolo, il valore $2,44 \cdot 10^{-2}$ ⁽¹⁾, relativo alla riga *D* del sodio, si ottiene per la rotazione, espressa in primi, il valore

$$2,44 \cdot 10^{-2} \cdot 32,68 \cdot 9,47 = 7,56,$$

cioè 7' 33" ⁽²⁾.

Questo il valore della rotazione per la riga *D* del sodio. Nel caso che ci interessa si ha a che fare invece con una sorgente luminosa che emette un insieme di radiazioni di varie lunghezze d'onda alle quali corrispondono, come è noto, valori diversi della rotazione. Di più, la cellula fotoelettrica usata (all'idruro di sodio) è diversamente sensibile alle varie radiazioni dello spettro e presenta il massimo di sensibilità per $\lambda = 4270 \text{ \AA}$. Sicchè non è agevole stabilire un criterio rigoroso di misura della rotazione *media* corrispondente alla

⁽¹⁾ H. BECQUEREL (1886).

⁽²⁾ Ho effettivamente eseguito, per controllo, la misura della rotazione in parola nelle condizioni descritte, servendomi di un ottimo polarimetro Laurent, costruito da Duboseq, con disco graduato di 27 cm. di diametro, munito di nonio per l'apprezzamento diretto del centesimo di grado. Impiegando come sorgente la luce di una fiamma sodata con filtro al bicromato potassico, ho ottenuto come misura della doppia rotazione (invertendo il campo) il valore 15' 12" come media di dieci letture. La rotazione misurata (7' 36") è dunque in ottimo accordo con quella calcolata.

luce composta usata. Tuttavia, utilizzando i dati delle accurate esperienze di Miss SEILER sulla sensibilità fotoelettrica dell'idruro di sodio ⁽¹⁾ — dai quali si rileva che la sensibilità *media* dello strato fotoelettrico in questione fra le lunghezze d'onda comprese nell'intervallo 3800-7200 Å si aggira attorno a quella corrispondente ad una lunghezza d'onda di circa 4900 Å — e tenuta presente la legge della dispersione rotatoria magnetica, appare sufficientemente giustificato dedurne che la rotazione media cercata è espressa, prossimamente, da

$$7'33'' \left(\frac{5890}{4900} \right)^2 = 10'52''.$$

Poichè a tale rotazione corrispondono, come si è detto, 38 divisioni della scala, se ne deduce quella che potrebbe chiamarsi la sensibilità *media* ⁽²⁾ dell'apparecchio fotoelettrico usato, espressa, nel caso in esame, da

$$\frac{10'52''}{38} = 17'' \text{ circa.}$$

Ora il PERUCCA ⁽³⁾, basandosi sul dato numerico relativo al ritardo di fase da me misurato nel caso della birifrangenza del vetro compresso, ha dedotto per via analitica l'angolo di cui si deve ruotare il nicol analizzatore, a partire dall'azimut di estinzione, perchè esso sia attraversato da una intensità luminosa pari a quella che lo traversa in seguito al ritardo di fase di $2,5 \cdot 10^{-6} \lambda$ provocato dalla birifrangenza in parola, ed ha trovato che tale angolo è molto prossimo ad $1'',5$. La sensibilità misurata sperimentalmente nel caso illustrato, sarebbe dunque notevolmente inferiore a quella calcolata da PERUCCA. Ma occorre tener presente che, per quanto nei due casi le misure siano state fatte con la stessa sorgente luminosa, la stessa cellula e lo stesso dispositivo termojonico amplificatore, le contingenze sperimentali nelle quali si possono osservare i due fenomeni: birifrangenza del vetro compresso e rotazione del piano di polarizzazione, non sono le stesse. Nel primo caso infatti, il fascio luminoso emesso dalla sorgente è assai meglio utilizzato che nel secondo, giacchè la colonna di liquido interposta fra i nicol opera necessariamente, in quest'ultimo caso, un assorbimento ed una diffusione della

⁽¹⁾ E. F. SEILER, *Color Sensitiveness of Photoelectric Cells*. « *Astroph. Journ.* », 52, 1920, pp. 129-153.

⁽²⁾ Occorre ricordare che a nicol incrociati le variazioni dell'intensità luminosa sono proporzionali al quadrato della rotazione (piccola).

⁽³⁾ E. PERUCCA, loc. cit.

luce più o meno notevoli, mentre la necessità di ottenere a nicol incrociati una estinzione molto precisa della luce, obbliga a diaframmare assai il fascio luminoso utilizzato. Talchè il disaccordo fra il numero calcolato da PERUCCA e quello deducibile dall'esperienza di cui sopra, potrebbe ritenersi sufficientemente giustificato. L'importanza dell'applicabilità del metodo proposto alla misura di minime rotazioni, resterebbe tuttavia un poco diminuita da questa riduzione di sensibilità, se una nuova contingenza sperimentale che si può mettere in rilievo soltanto con l'uso della cellula fotoelettrica e del galvanometro (o di altro equivalente metodo oggettivo di misura delle variazioni di intensità luminosa), non intervenisse ad accrescere notevolmente la sensibilità in parola, portandola a raggiungere ed anche a superare il valore stesso riferito da PERUCCA, e permettendo anche una valutazione indiretta della rotazione ottenuta in luce bianca.

4. La contingenza sperimentale di cui sopra si appalesa in questo modo. Se si ricerca per tentativi di migliorare l'azimut di estinzione dei nicol, col rendere minima la deviazione galvanometrica in assenza del campo, ci si accorge subito che la deviazione ottenuta stabilendo volta per volta il campo, in corrispondenza a valori diversi del detto azimut, va cambiando, ed assume valori tanto più elevati quanto più l'angolo fra i nicol differisce da 90° , almeno fino a un certo limite. Un tal comportamento ovviamente dipende dalla forma particolare della curva che rappresenta la variazione dell'intensità luminosa trasmessa dall'analizzatore, in funzione dell'angolo dei nicol.

Invero, detta I_0 l'intensità luminosa trasmessa dall'analizzatore a nicol paralleli ed I quella che lo traversa quando i nicol fanno fra loro un angolo α , è noto che:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

Per una variazione infinitesima $d\alpha$ dell'angolo α , la corrispondente variazione dell'intensità I , è:

$$dI = -I_0 \sin 2\alpha \, d\alpha.$$

Questa espressione, annullandosi per $\alpha = 0^\circ$ e per $\alpha = 90^\circ$ mostra che, a nicol paralleli ed a nicol incrociati, la variazione di I è infinitesima del secondo ordine, mentre per α compreso fra 0° e 90° la stessa variazione è di prim'ordine ed assume il suo valore massimo per $\alpha = 45^\circ$. Si intende quindi come la stessa rotazione *fissa* (estremamente piccola) $d\alpha$, possa dar luogo a variazioni di intensità

luminosa assai diverse, al variare di α e come convenga operare in vicinanza di $\alpha = 45^\circ$ per avere la massima variazione di luce ⁽¹⁾.

In fig. 1 sono riportate le curve (sinusoidali) rappresentative delle funzioni $\cos^2 \alpha$ e $\sin 2\alpha$ per α variabile da 0° a 90° .

È facile calcolare quale deve essere il rapporto fra le intensità luminose trasmesse dall'analizzatore per una data rotazione (piccola) x , provocata ad es. dal campo magnetico, per un valore generico dell'angolo α fra i nicol, e per il valore $\alpha = 90^\circ$ dell'angolo stesso. Tale rapporto può assumersi come misura dell'amplificazione ottenuta operando a nicol facenti fra loro un certo angolo α anzichè a nicol incrociati. Indicandone con δ il valore assoluto, è manifestamente:

$$\delta = \frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 (\alpha + x)}{\sin^2 x}.$$

A parità di α , δ varia con x ed è tanto maggiore quanto più x è piccolo, sicchè l'amplificazione in parola riesce tanto più sensibile quanto più piccola è la rotazione da misurarsi, il che costituisce evi-

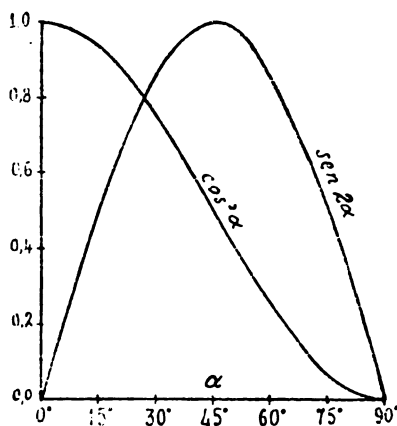


Fig. 1

dentemente una proprietà preziosa per le applicazioni sperimentali che da queste considerazioni possono trarsi, e che saranno prese in esame tra poco.

Per dare un'idea delle variazioni che subisce δ in corrispondenza ai diversi valori di α , per un dato x , riporto qui sotto una

⁽¹⁾ Cfr. anche la citata nota di KENYON.

tabellina calcolata per $x = 12'$, dalla quale si rileva che, operando con nicol a 45° , una rotazione del piano di polarizzazione di $12'$ provoca una variazione di intensità luminosa circa 300 volte più grande che non operando a nicol incrociati. Si nota inoltre, ciò che interessa per l'applicazione che ne verrà fatta poi al caso sperimentale, che la variazione di δ è molto rapida per valori di α poco

Valori di α	90°	89°	88°	86°	84°	82°	80°	70°	60°	50°	45°
Valori di δ	1	11	21	41	61	80	99	185	249	282	287

discosti da 90° : così per $\alpha = 86^\circ$, l'amplificazione raggiunge già il valore 41, mentre è appena 7 volte maggiore per $\alpha = 45^\circ$.

Si noti da ultimo che, una volta tracciata sperimentalmente la curva $\delta = f(\alpha)$, per un certo x , è possibile ottenere una misura della rotazione x stessa e ciò mediante l'uso di un solo punto della curva. All'uopo basta risolvere rispetto ad x l'equazione:

$$(1) \quad \delta_1 = \frac{\cos^2 \alpha_1 - \cos^2 (\alpha_1 + x)}{\sin^2 x},$$

in cui δ_1 ed α_1 sono una coppia qualunque di valori corrispondenti di δ e di α .

Da essa si ricava agevolmente

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin 2\alpha_1}{\delta_1 - \cos 2\alpha_1};$$

alla quale, per x sufficientemente piccolo, può sostituirsi

$$(x)' = \frac{\sin 2\alpha_1}{(\delta_1 - \cos 2\alpha_1) \sin 1'} = \frac{\sin 2\alpha_1}{0,000291(\delta_1 - \cos 2\alpha_1)},$$

essendo $(x)'$ il valore di x espresso in minuti primi. È opportuno notare fin d'ora che la scelta del particolare valore di δ , da introdursi nell'ultima formula, può esser fatta, come si è detto, in modo affatto arbitrario ed in particolare corrispondentemente a valori di α anche molti prossimi a 90° .

5. Vediamo ora sino a che punto le semplici considerazioni teoriche esposte nel precedente paragrafo, sono applicabili in pratica. A tale scopo basta osservare le deviazioni ottenute al galvanometro, per una rotazione generata dal campo magnetico anzidetto, in corrispondenza a diversi valori dell'angolo fra i nicol, a partire dall'azimut di estinzione.

Noto anzitutto che tale azimut deve esser determinato con grande accuratezza, giacchè la deviazione ottenuta quando si fa agire il campo in questo caso, serve anche di base, come vedremo, al calcolo della rotazione. Ciò non presenta, del resto, particolari difficoltà perchè, oltre al solito controllo del minimo della deviazione al galvanometro, se ne ha un altro consistente nell'assumere, come posizione esatta

Valori di α	90°	89°	88°	87°	86°	85°
Deviazioni .	38	380	600	680	670	620

di estinzione, quella per la quale, invertendo la corrente nel solenoide magnetizzante, si ottengono deviazioni eguali e dello stesso senso. Ciò posto, i risultati da me ottenuti per la rotazione magnetica del piano di polarizzazione della luce nel toluolo, nelle condi-

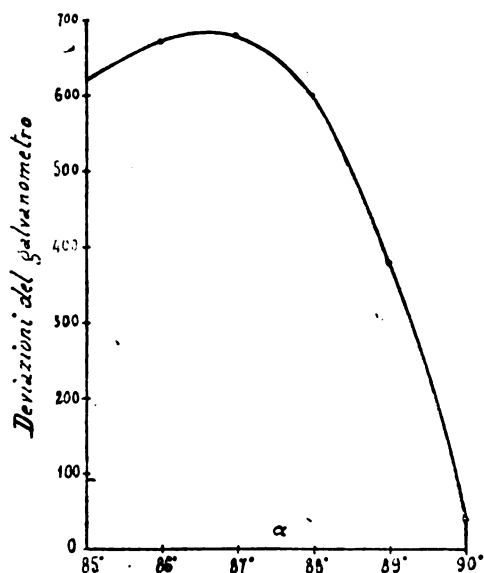


Fig. 2

zioni sperimentali precedentemente descritte, sono riassunti nella tabella seguente e rappresentati graficamente nella fig. 2. Dall'esame della tabella si rileva che in corrispondenza di un angolo dei nicol di 87°, si ottengono per la rotazione in esame 680 divisioni, mentre se ne avevano, come si è visto, soltanto 38 a nicol incrociati.

Tale risultato appare notevole se si pensa che le 680 divisioni ottenute nelle condizioni anzidette, sono relative alla stessa rotazione di circa $11'$, di cui è parola al § 3. Ne segue che *il metodo fotoelettrico proposto è suscettibile di fornire misure di rotazione del piano di polarizzazione della luce con l'approssimazione del secondo d'arco circa.*

Per rendermi conto dell'effettiva possibilità di misurare rotazioni tanto piccole, ho ridotto l'intensità della corrente nel solenoide magnetizzante al modesto valore di 20 milliampères e, sempre operando con $\alpha = 87^\circ$, ho ottenuto una deviazione di 14 divisioni della scala. Ritengo difficile che una rotazione così piccola quale quella corrispondente alla deviazione anzidetta, possa, almeno con altrettanta comodità, esser messa in rilievo con gli ordinari dispositivi polarimetrici a penombra ed osservo che la rotazione stessa sarebbe stata assolutamente inapprezzabile anche col metodo fotoelettrico proposto se la misura fosse stata fatta a nicol incrociati ⁽¹⁾.

L'esame della curva della fig. 2 mostra che, come era da prevedersi, l'amplificazione di cui si è tenuto parola precedentemente è, nel caso sperimentale, ridotta dall'intervento di un fenomeno di saturazione che si rileva nettamente dall'esame della curva stessa le cui ordinate dovrebbero andare regolarmente crescendo da 90° a 45° , mentre già ad 86° cominciano a decrescere. Il fenomeno di saturazione in parola, non è imputabile alla cellula fotoelettrica per la quale la legge di ELSTER e GEITEL ⁽²⁾ sulla proporzionalità fra intensità luminosa incidente e corrente fotoelettrica ottenuta è stata anche recentemente confermata ⁽³⁾ entro un campo vastissimo di variazione dell'intensità luminosa, ma bensì dal dispositivo termojonico amplificatore. Ciò si intende facilmente riflettendo che, nello schema adottato, essendo lo strato sensibile della cellula connesso con la griglia interna della valvola bigriglia amplificatrice, l'arrivo della luce su di esso, in seguito all'emissione elettronica che ne deriva, rende tale griglia positiva rispetto al filamento avendosi così un aumento della corrente di placca che causa la deviazione del galvanometro. Se dunque, per il fatto che si opera a nicol non incrociati, cade già sulla cellula, all'inizio dell'esperienza, una certa intensità luminosa fissa, la griglia anzidetta as-

⁽¹⁾ Vedi l'osservazione a pag. 6, nota ⁽¹⁾.

⁽²⁾ ELSTER e GEITEL, *Die Proportionalität von Lichtstärke und Photostrom in Alkalimetallzellen.* « Physik. Zeitschr. », 14, p. 741, 1913.

⁽³⁾ G. ROUGIER, *Les piles photoélectriques et leur application à la Photométrie.* « Rev. d'Optique », 2, p. 158, 1923.

sumerà, rispetto al filamento, un potenziale positivo costante che sposterà il punto di funzionamento dell'audion, sulla curva caratteristica, verso il ginocchio di questa. Non è possibile quindi operare con nicol a 45° nell'intento di sfruttare completamente l'effetto amplificatore di cui è questione e l'esperienza mostra che il massimo valore di δ si ottiene, nelle particolari condizioni in cui si è operato, per un valore di α pari ad 87° . A questo valore di α , pur così poco discosto da 90° , corrisponde peraltro un'amplificazione abbastanza notevole, in conformità di una precedente osservazione fatta. La deviazione ottenuta per $\alpha = 87^\circ$ è infatti circa 18 volte maggiore di quella corrispondente ad $\alpha = 90^\circ$. Sicchè il fenomeno di saturazione in parola, se limita un poco l'efficacia pratica delle considerazioni teoriche prima svolte, lascia però sempre un largo margine di sfruttamento per l'effetto amplificatore che ci interessa, mentre non interviene a modificare sensibilmente la possibilità di ritenere — anche a nicol non incrociati — le deviazioni del galvanometro proporzionali alle rotazioni che le generano (o, più esattamente, rispondenti alla legge espressa dalla formula $\cos^2 \alpha - \cos^2 (\alpha + x)$); giacchè la quantità di luce che cade sulla cellula per effetto delle rotazioni anzidette è estremamente piccola e quindi provoca variazioni del potenziale di griglia così esigue da poter ritenere senz'altro rettilineo il tratto di caratteristica dell'audion interessato nell'esperienza. In altre parole, ciò che varia, operando a nicol non incrociati anzichè a nicol incrociati, è soltanto il coefficiente di proporzionalità, ma questa sussiste sempre. Ciò risulta del resto chiaramente confermato dall'esperienza: infatti le deviazioni ottenute per $\alpha = 87^\circ$ quando l'intensità della corrente nel solenoide magnetizzante si è fatta variare da 1 ampère a 20 milliampères, stanno fra loro (nonostante la manifesta ampiezza di tale variazione) nello stesso rapporto che si deduce dalla richiamata formula $\cos^2 \alpha - \cos^2 (\alpha + x)$ ⁽¹⁾.

Restano ancora applicabili poi, alla curva rappresentata in fig. 2, le considerazioni prima esposte circa una determinazione indiretta della rotazione x , in base al calcolo, effettuato su di essa, di un valore di δ . L'influenza della saturazione può essere infatti, se

(1) Si ha invece

$$\frac{\cos^2 87^\circ - \cos^2 87^\circ 11'}{\cos^2 87^\circ - \cos^2 87^\circ \left(\frac{11}{50}\right)'} = 49,1,$$

mentre il rapporto fra le deviazioni galvanometriche è $\frac{680}{14} = 48,5$.

non proprio eliminata, resa piccola a piacere giovandosi dell'osservazione fatta in precedenza sulla completa arbitrarietà della scelta del valore dell'angolo α in corrispondenza del quale si va a rilevare il valore di δ in questione. È manifesto che converrà scegliere a tal uopo per α un valore pochissimo discosto da 90° giacchè la curva della fig. 2, per effetto della saturazione, si discosta tanto maggiormente da quella rappresentativa della funzione

$$\delta = \frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 (\alpha + x)}{\sin^2 x}$$

quanto più α è diverso da 90° . D'altra parte è facile riconoscere che la maggior precisione nel calcolo della rotazione x , si avrebbe in corrispondenza di $\alpha = 45^\circ$. In pratica quindi converrà avvicinarsi ai 90° solo di quanto occorre per non risentire gli effetti della saturazione.

Devesi infine rilevare che la misura della rotazione così effettuata, se può essere utile in taluni casi — per es. ove manchi la possibilità di eseguire per altra via una taratura dell'apparecchio — non consente naturalmente di raggiungere una precisione maggiore di quella conseguibile a nicol incrociati ⁽¹⁾.

Riassumendo, possiamo dire che un notevole aumento di sensibilità può essere effettivamente raggiunto in polarimetria fotoelettrica, operando con nicol facenti fra loro un certo angolo (determinabile sperimentalmente) anzichè a nicol incrociati e che tal modo di procedere non modifica in modo sensibile le modalità di funzionamento della cellula e dell'amplificatore in ordine alla co-

(1) Volendo effettuare nel nostro caso il calcolo di x in base ai valori sperimentali rappresentati nella curva della fig. 2, per quanto essa sia stata rilevata per altra finalità, occorre, in base a quanto precede, scegliere il primo valore di x cui corrisponde una lettura al galvanometro. La prima osservazione essendo stata fatta per $x = 89^\circ$, ci contenteremo di fare il calcolo per questo valore, avvertendo che si sarebbe giunti ad un risultato più esatto in corrispondenza di un valore di α ancora più prossimo a 90° onde liberarsi completamente dell'influenza della saturazione.

In corrispondenza di $\alpha = 89^\circ$, il valore di δ dedotto dalle deviazioni osservate è $\frac{380}{38} = 10$. Sicchè, applicando la formula data al § 4, si ottiene:

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin 178^\circ}{10 - \cos 178^\circ} \quad \text{da cui} \quad x = 11'.$$

Per le ragioni anzidette, tale valore della rotazione è da ritenersi leggermente approssimato per eccesso. Ricordando che al § 3, in base a considerazioni completamente diverse, alla rotazione in parola è stato assegnato il valore $10'52''$, l'accordo appare assai soddisfacente.

stanza ed alla fedeltà della corrente fotoelettrica ottenibile in corrispondenza alla valutazione di rapporti fra piccole rotazioni del piano di polarizzazione della luce, e consente anche una misura indiretta delle rotazioni stesse in luce bianca.

6. L'effetto di saturazione chiaramente mostrato dalla curva rappresentata in fig. 2 è dovuto, come si è detto, ai valori relativamente elevati dell'intensità luminosa che colpisce la cellula in corrispondenza ad angoli fra i nicol anche poco diversi da 90° e ciò in dipendenza anche della notevole intensità luminosa della sorgente usata nelle misure. Da ciò non si deve però dedurre che la zona rettilinea della curva caratteristica globale: intensità luminosa-corrente fotoelettrica amplificata, per l'apparecchio in esame, sia limitata ad un tratto brevissimo.

Ho eseguito in proposito una esperienza che dimostra come la rettilinearità della anzidetta caratteristica si estenda anche a campi abbastanza vasti di variazione dell'intensità luminosa incidente, rendendo così possibile e proficua l'applicazione del metodo proposto alla fotometria nel senso indicato da PERUCCA nella Nota più volte citata.

L'esperienza in parola è stata eseguita sostituendo alla sorgente intensiva finora usata, una comune lampada elettrica «nitra» da 20 watt e notando le deviazioni ottenute al galvanometro in corri-

Sorgente: lampadina elettrica da 40 Watt smerigliata internamente.
Cellula fotoelettrica: all'idruro di sodio in gas nobile (neon).
Audions: } amplificatore: bigriglia Telefunken R E 073, accensione 3,5 volt.
 } compensatore: Philips A 425; accensione 4 volt.
Tensione alla cellula fotoelettrica: $V_c = 120$ volt.
 • di placca della bigriglia: $V_p = 30$ volt.
 • della griglia esterna della bigriglia: $V_g = 25$ volt.

α	$\Delta(z)$	$y = \frac{\Delta(z)}{\Delta(0)}$	$\cos^2 z$	$y - \cos^2 z$
0°	94,5	1,000	1,000	0,000
10°	91,5	0,968	0,969	- 0,001
20°	83,5	0,883	0,883	0,000
30°	70,5	0,746	0,749	- 0,003
40°	55,0	0,582	0,586	- 0,004
50°	39,0	0,412	0,413	- 0,001
60°	24,0	0,253	0,250	+ 0,003
70°	11,0	0,116	0,116	0,000
80°	3,0	0,031	0,030	+ 0,001
90°	0,0	0,000	0,000	0,000

spondenza dell'angolo α formato da due nicol interposti sul cammino dei raggi luminosi. Qualora la detta rettilineità sussista, le deviazioni stesse debbono essere ovviamente proporzionali a $\cos^2 \alpha$. I valori $\Delta(\alpha)$ ottenuti sperimentalmente sono riassunti nella precedente tabella, nella quale sono stati pure calcolati i valori del rapporto

$y = \frac{\Delta(\alpha)}{\Delta(0)}$ ed i corrispondenti valori di $\cos^2 \alpha$. La deviazione galva-

nometrica ottenuta a nicol paralleli è relativa ad una illuminazione dello strato sensibile della cellula (la cui superficie di circa 10 cmq. è uniformemente investita dalla luce nella sua totalità) dell'ordine di grandezza di una decina di lux.

L'esiguità delle differenze $y - \cos^2 \alpha$ esposte nell'ultima colonna mostra che le correnti fotoelettriche variano con l'angolo dei nicol seguendo rigorosamente la legge del quadrato del coseno.

Questo risultato dimostra da un canto che sussiste effettivamente l'asserita estesa rettilineità della caratteristica del dispositivo fotoelettrico adottato e dall'altro manifesta che l'intensità della sorgente luminosa non subisce, nel corso dell'esperienza, variazioni apprezzabili.

Mi sembra quindi di poter concludere che anche nel campo della fotometria, oltre in quello della polarimetria e della doppia rifrazione, il metodo fotoelettrico proposto è suscettibile di rendere qualche utile servizio per la sua grande sensibilità e sono grato al chiarissimo prof. PERUCCA per avermi offerto — con le interessanti osservazioni contenute nella sua Nota recentemente apparsa, in merito al metodo stesso — l'opportunità di procedere alle verifiche sperimentali di cui ho reso conto in questa Nota.

Bologna, Istituto Fisico della R. Università, Agosto 1923.

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

SALVATORE PINCHERLE in Bologna - TULLIO LEVI-CIVITA in Roma

FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

CASA EDITRICE NICOLA ZANICHELLI — BOLOGNA

" SCIENTIA " RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — « SCIENTIA » pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di « SCIENTIA », Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI

Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 130 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna

1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927

PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

NUOVA SERIE

DICEMBRE 1928

ANNO V - N. 10

IL NUOVO CIMENTO

PERIODICO FONDATA IN PISA DA C. MATTEUCCI E R. PIRIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA DI FISICA

SI PUBBLICA IN 10 NUMERI ANNUALI

DIRETTORI:

O. M. CORBINO - Q. MAJORANA - L. PUCCIANTI

SOMMARIO

R. BRUNETTI: *Osservazioni sullo spettro d'assorbimento di composti di praseodimio in diversi stati termici e di aggregazione.* — Q. MAJORANA: *Su di un fenomeno fotoelettrico constatabile con gli audion.* — V. RONCHI: *Per determinare rapidamente il senso dello spettro negli spettroscopi a gradinata.* — S. CHELLA: *Proprietà ottiche delle lamine liquide nello spazio nero di Newton.* — O. SPECCHIA: *Suscettività magnetica di alcune soluzioni di solfato di praseodimio.* — O. SPECCHIA: *Franghe analoghe alle frange d'Ohm.* — INDICE. — RIVISTA: U. GRASSI: *Le nuove idee sulla dissociazione elettrolitica.* — R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO: *(Sunti).* — *Notiziario.* — INDICE DELLA RIVISTA.

BOLOGNA

NICOLA ZANICHELLI

EDITORE

"IL NUOVO CIMENTO"

Abbonamento per l'anno 1928

Italia Lire 50 — Europa Lire 65 — Altri paesi Lire 100

Quote per i Soci della Società Italiana di Fisica

Italia Lire 45 — Europa Lire 55 — Altri paesi Lire 90

I Soci riceveranno Il Nuovo Cimento gratuitamente.

Le quote sociali debbono essere indirizzate alla Società Italiana di Fisica presso il Segretario-Cassiere Dott. GIULIO DALLA NOCE,
R. Istituto di Fisica, Bologna.

I collaboratori sono pregati di inviare i manoscritti ad uno dei Direttori: O. M. CORBINO, R. Istituto di Fisica, Roma; Q. MAJORANA, R. Istituto di Fisica, Bologna; L. PUCCIANTI, R. Istituto di Fisica, Pisa.

Gli articoli originali dovranno essere preceduti da un sunto, secondo il voto della Commissione di Cooperazione intellettuale della Società delle Nazioni.

Per abbonamenti, numeri separati ed annate precedenti del « Nuovo Cimento » rivolgersi a Nicola Zanichelli, Editore - Bologna.

OSSERVAZIONI SULLO SPETTRO D'ASSORBIMENTO DI COMPOSTI DI PRASEODIMIO IN DIVERSI STATI TERMICI E DI AGGREGAZIONE

Nota di RITA BRUNETTI

Sunto. - *Nel presente lavoro sono riunite osservazioni eseguite allo scopo di contribuire alla risoluzione del problema della classificazione spettroscopica degli spettri ottici d'assorbimento dello jone trivalente Pr^{III} .*

Tali osservazioni consistono:

- 1° nel confronto di spettri di soluzioni di vario carattere chimico;*
- 2° confronto fra gli spettri di perle a temperatura ambiente e a temperatura dell'aria liquida;*
- 3° confronto del policroismo presentato a temperatura ambiente da cristalli diversi.*

Le conclusioni a cui si perviene sono le seguenti:

a) lo spettro d'assorbimento delle soluzioni e i multipli a elementi polarizzati dei cristalli indicano la posizione media delle radiazioni caratteristiche dello jone Pr^{III} .

b) questo, quando si trova legato in composto chimico, è nel suo stato quantico normale;

c) il legame chimico interviene nell'alterare questo stato semplicemente in quanto lo scinde in elementi di origine elettrica.

Queste conclusioni, insieme con l'interpretazione del policroismo dei cristalli di terre rare, esposto da chi scrive in precedente lavoro indicano che l'asse di simmetria dello jone che si adatta alla struttura cristallina è quello relativo a un vettore di campo.

Gli spettri ottici d'assorbimento dei composti di terre rare sono fin qui sfuggiti a una classificazione spettroscopica. E mentre per un certo tempo è parso almeno pacifico che essi dovessero essere attribuiti direttamente allo jone della terra, ultimamente Joos ⁽¹⁾ ha elevato dubbi su questa origine, perchè le radiazioni assorbite dai cristalli di terre rare non si scindono in campo magnetico come si prevederebbe per le presunte radiazioni proprie dei loro joni trivalenti.

Ora la classificazione degli spettri d'assorbimento dei composti di terre rare è strettamente connessa con l'interpretazione del policroi-

(1) « Ann. d. Phys. », 81, 1076, 1926.

smo dei loro cristalli ⁽¹⁾. Non è da supporre che lo jone trivalente, che sta ai vertici di poliedri cristallini, sia in condizioni identiche a quelle dello stesso jone libero da legame chimico e allo stato gassoso. Disgraziatamente non pare fin qui possibile realizzare condizioni sperimentali adatte a separare gli joni trivalenti delle terre rare dalla molecola a cui appartengono per poterli cimentare otticamente in libertà. Non rimane quindi altra strada per avvicinarsi alla soluzione del problema spettroscopico delineato, che quella di studiare quali siano le condizioni che nel composto chimico alterano le condizioni naturali dello jone metallico, e giudicare se esse siano tali da permettere di dedurne informazioni dirette sulle sue condizioni allo stato libero.

Per questa ragione nel presente lavoro vengono raccolti dati di confronto fra gli spettri di composti polari in soluzione liquida o solida a varie temperature e spettri di composti cristallini diversi.

La ricerca è limitata per ora a sali di praseodimio, la prima delle terre rare che sia colorata. I sali puri mi sono stati pazientemente preparati secondo le esigenze da me indicate, dal prof. L. FERNANDES del Laboratorio di Chimica dell'Università di Firenze, diretto dal prof. L. ROLLA, e qui gli esprimo i miei ringraziamenti.

I risultati della ricerca sperimentale possono essere brevemente riassunti nelle seguenti proposizioni generali:

a) Lo spettro d'assorbimento delle soluzioni e i multipletti polarizzati dei cristalli indicano la posizione media delle radiazioni caratteristiche dello jone praseodimio trivalente.

b) Questo jone, quando si trova legato in composto chimico, è nello stato quantico normale, che secondo le ricerche di magnetismo e i principi di HUND ⁽²⁾ è il sottolivello più basso del livello triplo ^3H ($l = 5, j = 4, s = 1$).

c) Il legame chimico interviene nell'alterare questo stato semplicemente in quanto lo scinde in elementi di origine elettrica.

La teoria dell'azione del campo elettrico sui livelli energetici degli atomi complessi e con due elettroni non è abbastanza sviluppata perchè si possano fare previsioni sulla natura delle scissioni a cui il livello $^3H_4$ del praseodimio è sottoposto in un campo elettrico molecolare e quindi non uniforme. Se così è, ad ogni modo par naturale che l'introduzione di un cristallo in campo magnetico non dia luogo

⁽¹⁾ R. BRUNETTI, « Rend. R. Acc. Lincei », VII, S. VI, 1° sem., 1928, p. 238 e « Phys. Z.S. ».

⁽²⁾ *Linienpektren und Periodisches System der Elemente*, p. 179, Berlin, 1927.

a effetti spettroscopici che ricadono sotto le norme note per i livelli ottici degli elementi o joni allo stato normale.

I risultati delle esperienze di J. BECQUEREL ⁽¹⁾, H. DU BOIS e G. J. ELIAS ⁽²⁾ si possono piuttosto interpretare come originati dalla sovrapposizione o incrocio di un campo magnetico, quello applicato, a un campo elettrico, quello di origine intramolecolare. Essi quindi non sono validi, come suppone JOOS, a modificare l'idea corrente sulla origine degli spettri d'assorbimento dello jone trivalente delle terre rare a jone colorato.

Poichè il metodo d'esame spettroscopico è ovvio ci limiteremo a esporre direttamente i risultati della ricerca sotto forma di sommario commentato e accompagnato dai documenti relativi alle osservazioni eseguite, (tabelle di lunghezze d'onda e fotometrie degli spettrogrammi ottenuti). Il microfotometro che ha servito per queste ultime era costituito di un microscopio solare che proiettava il filamento lineare di una lampada a incandescenza molto intensa sopra la superficie della lastra da fotometrare. Questa immagine del filamento e insieme la superficie impressionata della lastra erano poi a loro volta proiettate impiccolite sopra l'unico elemento di una microtermopila nel vuoto di MOLL connessa a un galvanometro dello stesso autore, a sospensione di quarzo. La lastra fotografica poteva scorrere rimanendo parallela a se stessa o normale al fascio luminoso sopra un carrello e gli spostamenti venivano letti in corrispondenza delle deviazioni del galvanometro rilevate sopra una scala lunga due metri e posta a qualche metro di distanza dal galvanometro stesso. Le fotometrie sono quindi state costruite per punti.

Oltre le soluzioni liquide sono state esaminate soluzioni solide, ossia « perle » trasparenti a forma lenticolare ottenute con sal borace o sal di fosforo.

Per l'esame delle perle come dei cristalli a temperatura ambiente o a quella dell'aria liquida serviva un piccolo supporto forato che poteva essere orientato variamente rispetto al fascio di luce che traversava la sostanza da esaminare. La luce della sorgente era proiettata su tale foro e l'immagine illuminata di esso formata sulla fenditura dello spettroscopio. Nel caso della immersione in aria liquida sono state eseguite le norme già adottate durante l'altra ricerca ⁽³⁾. Vale a dire perla o cristallo erano esaminate dopo che l'aria contenuta nel Dewar trasparente era calata al di sotto del loro livello. Questo per

⁽¹⁾ « Le Radium », 4-49-107-328, 1907; 5-227, 1908, ecc.

⁽²⁾ « Ann. di Phys. », 27, p. 233, 1908.

⁽³⁾ R. BRUNETTI, loc. cit.

evitare d'avere nel campo spettrale le note bande dell'aria liquida a circa 6370-30, 5814-779, 5357-34, 4788-75 Å.

I. *Lo spettro d'assorbimento dei composti di praseodimio in soluzione liquida diluita o solida (perle) è costituito di quattro bande più o meno larghe e sfumate ai bordi distribuite nella regione visibile fra 6000 e 4000 Å circa, di cui la gialla e le due violette appaiono.*

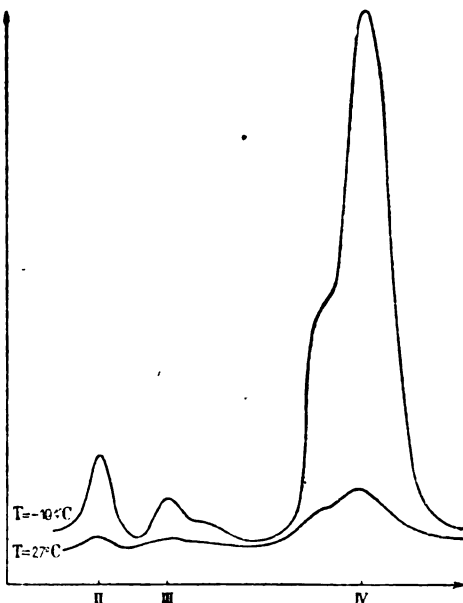


Fig. 1

Didascalia: Fotometria delle bande II, III, IV delle perle al praseodimio a $T = -194^{\circ}\text{C}$ e $T = 27^{\circ}\text{C}$.

spesso scisse in due elementi. (V. fig. 1 le bande III e IV delle perle).

Le soluzioni a bassa e uguale concentrazione di composti diversi non presentano dunque differenze spettrali profonde, ma solo lievi spostamenti di posizione delle quattro bande segnalate.

La tabella I presenta lo spettro d'assorbimento di vari composti di praseodimio in soluzione acquosa liquida e solida. I dati delle colonne 3, 4, 5, 6 sono riportati da un recente lavoro di EPHRAIM e BLOCH ⁽¹⁾ riguardante l'azione chimica sulla posizione delle bande del praseodimio; gli altri sono stati ottenuti per osservazione diretta.

⁽¹⁾ « Ber. d. D. Chem. Ges. », 61-65-72-80, 1928.

Spettro d'assorbimento delle soluzioni di sali di praseodimio

TABELLA I

$P_r(NO_3)(NO_3)$ $Ti_3(NO_3)$	$P_r(SO_4)_3$	$K[P_r(SO_4)_3]$	$(NH_4)P_r(NO_3)$	P_rCl_3	P_rJ_3	$P_r(B_2O_3)_3$ perla	Frequenza media in cm^{-1}	Osservazioni
$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 5950 \\ \text{a } 5850 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} 5970 \\ \text{da } 5910 \\ \text{a } 5880 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 5950 \\ \text{a } 5880 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 5965 \\ \text{a } 5950 \\ \text{da } 5915 \\ \text{a } 5880 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 5965 \\ \text{a } 5940 \\ \text{da } 5915 \\ \text{a } 5860 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 5970 \\ \text{a } 5940 \\ \text{da } 5915 \\ \text{a } 5860 \end{array} \right\}$		$\left\{ \begin{array}{l} 16700 \\ 17000 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{debolissime} \\ \text{sfumate} \end{array} \right\}$
$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4890 \\ \text{a } 4790 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4825 \\ \text{a } 4810 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4834 \\ \text{a } 4812 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4840 \\ \text{a } 4807 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4836 \\ \text{a } 4810 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4830 \\ \text{a } 4810 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4840 \\ \text{a } 4800 \end{array} \right\}$	20700	intensa netta
$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4750 \\ \text{a } 4650 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4691 \\ \text{a } 4670 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4706 \\ \text{a } 4670 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4710 \\ \text{a } 4670 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4702 \\ \text{a } 4677 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4700 \\ \text{a } 4675 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4710 \\ \text{a } 4640 \end{array} \right\}$	21250	debole
$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4478 \\ \text{a } 4390 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4450 \\ \text{a } 4415 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4478 \\ \text{a } 4402 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4490 \\ \text{a } 4390 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4467 \\ \text{a } 4407 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4470 \\ \text{a } 4407 \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{da } 4450 \\ \text{a } 4350 \end{array} \right\}$	22450	intensissima sfumata

Se nelle soluzioni in acqua dei sali di praseodimio considerati si può supporre che lo jone Pr''' sia in condizioni confrontabili fra loro, la stessa cosa non può ripetersi pel caso delle perle in cui l'idratazione dello jone è completamente assente. Se integriamo questi risultati con altri ottenuti da EPHRAIM e BLOCH a mezzo di sali disidratati (spettri di riflessione) appare l'indipendenza relativa della posizione media delle quattro bande citate dallo stato chimico in cui lo jone si trova impegnato.

Queste due prime osservazioni ci dicono che è perfettamente sostenibile l'ipotesi, già avanzata da LINDEMANN, che le bande delle terre rare in generale, e quelle del praseodimio qui elencate in particolare, siano da attribuire ad assorbimento dello jone trivalente della terra e che, se il resto della molecola ha un influsso, come lo ha, esso è di second'ordine.

Gli spettri d'assorbimento dei composti di terre rare formano cioè una categoria separata da quella degli spettri d'assorbimento dei composti degli altri elementi, pei quali la natura della molecola chimica o lo stato di idratazione del complesso cristallino è causa determinante del colore del composto. Se disidratiamo infatti il solfato di rame esso perde la sua bella colorazione azzurra. Il colore del solfato di rame è infatti dovuto, secondo FAJANS, non allo jone Cu , ma al complesso $[Cu(H_2O)_4]''$. È noto che altri composti del rame bivalente hanno colore diverso da quello del solfato, cosicchè può dirsi che con la natura dello jone complesso cambia senza altro il colore del composto. Invece la maggior parte dei composti di terre rare cristallini o in soluzione, idratati o disidratati (e in quest'ultimo caso è da osservare lo spettro d'assorbimento per riflessione), come è stato osservato da lungo tempo e confermato nelle ricerche recenti di EPHRAIM e BLOCH, hanno sempre il medesimo colore, ossia rimandano luce a composizione spettrale sempre simile. A rigore non tutti i composti di terre rare soddisfano a questa condizione. Ad esempio il cerio tetravalente deve essere incolore in generale nei suoi composti, come il lantanio trivalente; invece presenta talvolta nei suoi sali spettro con qualche banda d'assorbimento nel violetto. L'ossido di praseodimio è di color bruno rossastro come tanti altri ossidi. In questi casi il colore del composto non è proprio dello jone, ma, come nel caso generale, è caratteristico di un complesso. Noi ci occupiamo qui esclusivamente di quei composti del praseodimio il cui comportamento spettrale sembra veramente dare indicazioni relative allo stato dello jone trivalente di praseodimio legato nella molecola chimica.

2. *Il rapporto e la distribuzione di intensità delle bande visibili presso le perle non presentano differenze notevoli se si passa dalla temperatura ambiente a quella dell'aria liquida.*

La fig. 1 rappresenta le fotometrie degli spettrogrammi presi nei due diversi stati termici. Il cambiamento di temperatura esalta il contrasto delle singole bande in maniera notevole. Lo spessore e la concentrazione della perla esaminata erano stati scelti in modo tale che a temperatura ambiente anche la banda più intensa, la violetta (IV), fosse assai lontana dalla sua saturazione pur rimanendo presente nello spettro almeno una traccia della successiva banda (III), per sua natura assai debole. Tuttavia a temperatura ambiente si ha per le tre bande azzurro-violette (II, III, IV) i rapporti

$$0,92 : 1 : 18,4$$

mentre a temperatura prossima a quella dell'aria liquida si ha

$$0,91 : 1 : 22,2.$$

La piccola differenza dei rapporti $1/18,4$ e $1/22,2$ cade entro gli errori sperimentali, provenendo dalla difficoltà di un apprezzamento esatto della intensità della banda più debole a temperatura ambiente (III) presa come unitaria. Relativamente alle bande gialle non è stata fatta che una osservazione oculare. Ma non si ha ragione di dubitare che la conclusione fatta a proposito delle bande azzurro-violette non sia valida anche per esse.

Da questo possiamo dedurre che le radiazioni visibili nello spettro d'assorbimento dello jone Pr''' sono connesse tutte con il suo stato quantico fondamentale e non esistono a temperatura ambiente stati quantici eccitati dello jone praseodimio. Se infatti una delle bande in questione provenisse da uno stato eccitato a temperatura ambiente, l'abbassamento di circa 190° avrebbe dovuto alterare notevolmente il rapporto di intensità delle bande connesse col livello eccitato rispetto a quelle connesse col livello fondamentale.

La conclusione a cui per via spettroscopica siamo pervenuti è conforme a quanto si può attendere dal confronto delle costanti della legge di CURIE teorica e sperimentale per lo jone trivalente praseodimio.

La seconda dalle misure di B. CABRERA risulta eguale a 1,62 con un errore di 0,5 %, se la suscettività è riferita a una grammomolecola. La costante teorica si calcola dalla relazione

$$C_j = \frac{N\mu_0^2}{N} g^2 j(j+1) \quad \text{ove} \quad g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

tenendo conto che il livello triplo è caratterizzato dal numero quantico $l = 5$ e dai numeri interni $j = 4, 5, 6$, il sottolivello $j = 4$ essendo il più basso e cioè quello dello jone nello stato normale.

Nella formula N è il numero di atomi, R la costante di BOLTZMANN per grammomolecola e μ_0 il magnetone di BOHR.

Il calcolo dà poi tre sottolivelli $C_4 = 1,6$; $C_5 = 4,00$; $C_6 = 7,14$. Il valore molto elevato delle costanti relative ai livelli superiori al fondamentale e l'estrema vicinanza dei valori sperimentale e teorico relativo al sottolivello normale dicono appunto che i sottolivelli superiori a quello $j = 4$ non possono essere a temperatura ambiente eccitati in modo sensibile.

3. *Lo spettro d'assorbimento del composto cristallino a temperatura ambiente differisce da quello della soluzione per il fatto che a ognuna delle radiazioni di questo si sostituisce nel composto un multipletto di righe spesso sottili e definite, che conserva « grosso modo » la posizione della corrispondente banda della soluzione.*

Quando il cristallo è portato in aria liquida, oltre a una definizione migliore e lievi spostamenti delle radiazioni presenti si ha la comparsa di nuove radiazioni accanto a quelle che si osservano con identico spessore cristallino a temperatura ambiente.

Come è stato osservato in precedente lavoro le radiazioni di ogni multipletto si dividono in due gruppi: alcune delle radiazioni sono polarizzate parallelamente all'asse del cristallo, se questo ha un asse di simmetria principale, le altre sono polarizzate in un piano ortogonale alla direzione dell'asse principale di simmetria cristallina. La distribuzione dell'intensità delle radiazioni polarizzate nel piano ortogonale all'asse principale del cristallo è uniforme in tutti gli azimut. Questo ha indotto chi scrive a ritenere che le radiazioni di tale secondo tipo siano talvolta passibili di assorbimento nello jone cristallino secondo onde circolari con senso indefinito (rotazione destrogira sovrapposta alla sinistrogira).

Segue di qui che con tutta probabilità gli joni responsabili dell'assorbimento secondo onde polarizzate sono orientati nel cristallo in modo che uno degli assi jonici di simmetria coincida con quello del cristallo, così come vuole anche il principio di simmetria. Si è nel lavoro citato lasciato incerto quale sia l'asse connesso con lo jone che si sovrappone a quello del cristallo: vale a dire se si tratta dell'asse del vettore J corrispondente al numero quantico interno o se invece è l'asse di un vettore di campo M .

È parso allora di potere *a priori* avventurare l'ipotesi che la seconda interpretazione sia più conforme all'idea che ci si può formare delle condizioni in cui uno jone si trova nell'interno

della molecola cristallina di un composto polare e che l'eventuale vettore di campo connesso allo jone orientato sia di origine elettrica.

Per portare qualche contributo alla risoluzione di questa questione è parso utile confrontare la struttura dei multipletti polarizzati in cristalli di composizione chimica o cristallografica diversa.

Il risultato di questo esame è contenuto nel seguente paragrafo.

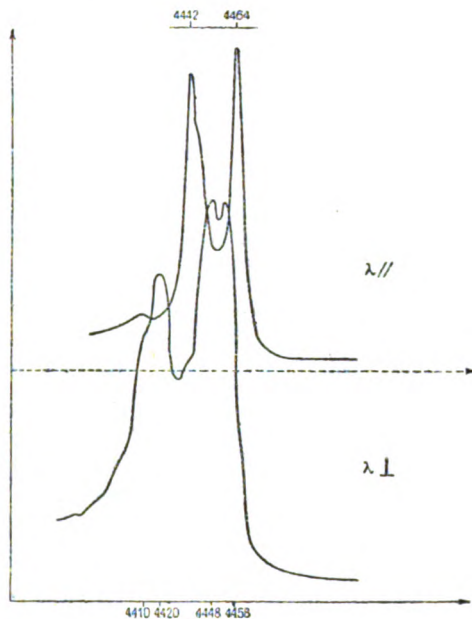


Fig. 2

Didascalia: Fotometria delle componenti parallele (superiori) e ortogonali (inferiori) della banda IV in solfato di praseodimio pentaidrato.

4. *Nel passare da un composto cristallino all'altro i gruppetti delle radiazioni a diversa polarizzazione mutano struttura pur conservandosi nelle vicinanze di una radiazione di frequenza determinata, ma non in generale nel medesimo stato di polarizzazione.*

Questa osservazione è dedotta dai risultati raccolti nella tabella 2.

In essa i segni $\parallel$ e $\perp$ si riferiscono alla direzione dell'asse cristallografico. La banda IV esiste presso tutti i composti cristallini esaminati, ma non ne è stata sempre possibile l'analisi a causa della densità delle sue componenti anche presso gli spessori cristallini più sottili (decimi di millimetro). Presso solfato ottoidrato di praseodimio la determinazione della posizione dell'asse cristallografico in

campioni minuti è assai difficile. Non si ritiene tuttavia di errare ritenendo che la polarizzazione delle radiazioni elencate non è com-

TABELLA II

Spettro d'assorbimento di alcuni cristalli di praseodimio

Soluzione di $Pr_2(SO_4)_3$	$Pr_2(SO_4)_3 + 5H_2O$		$Pr_2(SO_4)_3 + 8H_2O$		$Pr_2(BrO_3)_3 + xH_2O$		
	λ_{11}	λ_1	λ_{11}	λ_1	λ_{11}	λ_1	
{ da 5970 a 5910 a 5880	5992	5975	6000	5981	5975	5993	I banda
	5931	5903	5945	5919	5902	5893	
	5892	5878	5851				
		5748	5825				
			5802				
			5780				
{ da 4825 a 4810		4841		4860			II
	4824		4822	4822 deb.	19	4819	
		4815	4811 deb.	4811	11		
{ da 4691 a 4670	4724						III
		4719	4710				
		4704					
	4693		4689		4691	96	
		4674			88	4688	
{ da 4450 a 4415		4653	4662			4677	IV
						4666	
						4628	
	4464	4458	—		—		
		4448					
	4442	4420					
		4410					

pleta. Questo s'intende nell'ordine di risoluzione assai limitato di cui si è fatto uso. Abbiamo già visto nel lavoro citato che a temperatura dell'aria liquida alcune delle bande del solfato pentaidrato di

praseodimio appaiono diverse anche se di posizione prossima nei due spettri ortogonale e parallelo all'asse. I risultati qui elencati sono quelli che si ottengono a temperatura ambiente.

Osserviamo che la numerazione dei gruppi corrisponde a quella delle bande della soluzione, ma non alla numerazione già presentata nel lavoro citato in quanto si è riconosciuto che la banda allora indicata con II (verde) proveniva da impurità di neodimio.

Nella figura 2 è riportata la fotometria della banda IV a componenti polarizzate separate.

Particolarmente curioso e forse un poco sconcertante è il fatto che la banda I è composta presso il bromato di praseodimio di quattro elementi con le medesime lunghezze d'onda di 4 degli elementi della corrispondente banda del solfato pentaidrato (a meno di qualche unità Angstrom); ma che quelle componenti che presso il solfato sono polarizzate parallelamente all'asse cristallografico, presso il bromato sono polarizzate ortogonalmente ad esso. Traccia di questo scambio di stato di polarizzazione si ritrova forse ancora presso gli stessi elementi nella banda II, se si stabilisce fra di essi la corrispondenza seguente: 4819 del bromato e 4825 del solfato, ecc. Alla banda III non pare che la presenza di tale scambio possa ancora essere sostenuta; essa anzi è completamente scomparsa.

Nel passare da solfato pentaidrato a solfato ottoidrato cioè per semplice cambiamento del numero delle molecole d'acqua di cristallizzazione nelle bande I e II si conserva una certa analogia di struttura, alla banda III il numero delle componenti e la loro distribuzione è già completamente cambiato insieme con lo stato di polarizzazione.

Quando si pensi che entro il cristallo dominano campi elettrici molecolari a seconda della struttura cristallina e molecolare diversi non solo pel valore dell'intensità, ma altresì per la loro distribuzione spaziale, i risultati sperimentali delle osservazioni qui esposte, per quanto non possano essere messi in relazione diretta con la teoria, parranno perfettamente consistenti con l'ipotesi che la struttura delle singole bande sia dovuta a una scissione per azione elettrostatica delle radiazioni caratteristiche dello jone trivalente praseodimio.

E in tal caso non è dubbio che l'asse di simmetria dello jone che si adatta alla struttura cristallina è l'asse relativo a un vettore di campo.

5. *Quando si aumenta la concentrazione delle soluzioni le larghe bande di cui è costituito il loro spettro a poco per volta si saturano e si allargano in modo asimmetrico e precisamente in prevalenza*

dalla parte ove esistono radiazioni nello spettro del cristallo. Queste dunque esistono già nello spettro della soluzione che allo stato diluito mette in evidenza solo alcune delle componenti non risolte dei multipletti rilevabili nella forma cristallina.

Ad esempio le bande III e IV tendono a saldarsi insieme assai prima che non le II e III a causa delle radiazioni appartenenti alle due bande che tendono a colmare la lacuna spettrale fra di esse. Così la banda gialla presso tutte le soluzioni si estende preferibilmente dalla parte del rosso.

Concludiamo quindi che l'ordine della struttura cristallina soltanto permette di risolvere le componenti delle singole bande; al caso della distribuzione ionica corrispondendo sempre nelle soluzioni liquide e solide allargamento e conseguente reciproca sovrapposizione di elementi spettrali vicini.

Se si fa astrazione dall'agitazione termica, infatti nei cristalli lo jone metallico occupa una posizione ben definita dello spazio e le distanze dagli joni della propria e delle altre molecole rimane invariata da istante a istante. Il campo elettrico a cui il suo elettrone ottico è assoggettato ha quindi valore non nullo, ma determinato e stabile. Esso così darà luogo a scissione delle radiazioni dello jone metallico in componenti di natura elettrica secondo leggi dipendenti dagli stati quantici impegnati nell'assorbimento e dalla distribuzione spaziale dell'intensità della forza elettrica.

L'agitazione termica riduce la definizione del campo cui è assoggettato l'elettrone assorbente a causa degli spostamenti che tutto lo jone subisce. Ne segue allargamento delle righe del cristallo e alterazione di intensità o di posizione quando il cristallo stesso passa da bassa ad alta temperatura.

J. BECQUEREL ha verificato che fra la temperatura dell'aria liquida e la temperatura ambiente questo allargamento è proporzionale a $\sqrt{T}$. K. F. HERZFELD ⁽¹⁾ ha giustificato appunto questa legge di variazione della larghezza delle righe spettrali presentata da cristalli contenenti terre rare ammettendo variazioni del campo elettrico che agisce sullo jone assorbente, quando questo oscilla intorno alla sua posizione di riposo.

Nelle soluzioni liquide, in cui i movimenti termici sono traslatori e più liberi che nel cristallo, è naturale che tale allargamento possa essere esaltato al punto da non permettere più di distinguere una componente di un multipletto di scissione dall'altra. Nelle soluzioni solide come le perle si ha ancora spostamenti oscillatori come

⁽¹⁾ « Phys. Z. S. », 22, 544, 1921.

nel cristallo, tuttavia qui la distribuzione degli joni non è uniforme, ma è quella caotica propria della perla all'atto della sua formazione ad alta temperatura a cui prossimamente essa si è fissata durante il raffreddamento. Di qui l'analogia d'aspetto delle bande d'assorbimento delle perle e quelle delle soluzioni diluite ⁽¹⁾.

Istituto Fisico « A. Righi », Bologna, settembre 1928.

(¹) Per quanto riguarda le soluzioni è da tener presente quanto sta alla base della teoria di DEBYE e HÜCKEL e che qualitativamente può essere espresso come segue: Se si considera un elemento di volume nell'interno del liquido a causa dei movimenti termici il numero degli joni positivi e negativi che esso contiene è soggetto a fluttuazioni nel tempo, ma in media esso contiene tanti joni positivi quanti joni negativi. Ora consideriamo un elemento di volume a distanza finita da uno jone positivo determinato. Gli joni positivi e negativi che esso contiene subiscono fluttuazioni nel tempo, ma in media il numero degli joni negativi in esso supera quello dei positivi, perchè mentre questi ultimi sono respinti dallo jone positivo che si considera, gli altri sono attratti. Il grado di questa prevalenza numerica dipende (per data concentrazione della soluzione e data distanza dell'elemento di volume dallo jone) essenzialmente dalla temperatura; poichè più alta è la temperatura tanto più fortemente è perturbata l'azione ordinatrice delle forze elettriche.

SU DI UN FENOMENO FOTOELETTRICO CONSTATABILE CON GLI AUDION

Nota del Prof. QUIRINO MAJORANA

Sunto. - *Un raggio di luce, periodicamente interrotto, che batte su di un audion con griglia libera, provoca in certi casi la formazione del relativo suono, dipendentemente da una particolare sensibilità fotoelettrica del filo di connessione della griglia contenuta nell'interno dell'audion. Ulteriori ricerche fanno constatare lo stesso fenomeno, quando si connettano opportune sostanze alla griglia, e si faccia battere su di esse la luce periodicamente interrotta.*

Il fenomeno fotoelettrico che ora descriverò, è stato da me constatato sperimentando con un amplificatore a bassa frequenza a trasformatori fornito di tre lampade termojoniche od audion.

Per quanto taluna delle contingenze necessarie per l'osservazione dei fatti di cui ora dirò, possa apparire a prima vista troppo particolare o strana, ritengo opportuno richiamare l'attenzione dei fisici sul fenomeno in parola.

Lo schema dell'amplificatore, del tipo consueto, è indicato in figura 1. I tre audion impiegati sono della casa Philips, e preferibilmente del tipo A 409, od A 425, cioè triodi *miniwatt*, aventi filamento toriato e parete di vetro con « getter » ossia metallizzata all'interno nella parte superiore. Come è noto in tali audion ed in altri consimili, resta visibile dall'esterno l'attacco dei tre elettrodi (filamento, griglia e placca), ma non gli elettrodi stessi, che rimangono quasi completamente nascosti allo sguardo dalla detta metallizzazione. Il coefficiente di amplificazione di tali audion è 9. Dirò subito che per la ripetizione delle esperienze che ora descriverò, non è necessario servirsi esclusivamente di tali lampade od audion; altri tipi in commercio della stessa casa o di altre case possono essere impiegati, ma ve ne sono di quelli che non si prestano affatto o quasi allo scopo, mentre il tipo indicato appare forse il migliore.

La griglia dell'audion *I* è lasciata libera, cioè senza connessioni esterne. Così il suo potenziale rimane determinato dalle particolari condizioni di funzionamento dell'audion stesso, in relazione con l'isolamento elettrico (mai perfetto) della griglia dal filamento e dalla

placca. In causa di ciò l'amplificatore è particolarmente sensibile alle minime cause che possono perturbare tale potenziale, ed occorre regolare bene l'accensione dei filamenti delle tre lampade perchè, pur conservando una buona sensibilità, non si ascolti alla cuffia telefonica *C* alcuna perturbazione o suono dovuto all'innescarsi di oscillazioni elettriche proprie del sistema.

Sperimentando con tale amplificatore mi sono accorto che quando la luce di una lampada elettrica periodicamente interrotta da un disco a fori rotante, è opportunamente concentrata sopra agli audion, si ascolta al telefono un suono esattamente corrispondente alla frequenza di interruzione della luce stessa. Principalmente è efficiente per la constatazione dell'effetto, che la luce cada sul primo audion.

Con una lampada a incandescenza di circa 800 candele, si arriva facilmente ad ottenere una intensità luminosa periodicamente interrotta, di una ventina di lumen, ed una illuminazione di qualche centinaio di migliaia di lux, concentrata nel fuoco (di circa 1 cmq.) di una lente. Questa luce è fatta cadere sull'audion *I*; muovendo la lente si può illuminare una piccola zona della superficie vitrea dell'audion.

Si osserva anzitutto che l'ascoltazione del suono dipende dal fatto che la luce penetra effettivamente nell'interno dell'audion: se essa colpisce la parte metallizzata o come si dice il « getter » di magnesio (che è completamente opaco), il suono cessa del tutto. Con la intensità luminosa anzidetta, e quando si ha a che fare con audion molto sensibili e ben regolati nella loro accensione, il suono al telefono è tanto intenso da provocare una vera molestia all'udito. Esso è perciò udibile anche fuori del telefono e può benissimo essere ascoltato in altoparlante. In tali condizioni basta dunque che la luce penetri nell'audion, colpendo una località qualsiasi del congegno, perchè il suono sia udito. Ma non tutte tali località sono egualmente attive. Nella fig. 2 è segnata la parte inferiore di un audion Philips A 409; la parte superiore, mancante nel disegno, è opaca per la presenza del « getter » di magnesio. Si scorgono nella figura i fili adduttori di corrente dei quattro elettrodi della lampada: uno *L* per la lamina, due *F* per il filamento, uno *G* per la griglia; e si vedono inoltre altri cinque fili di sostegno meccanico delle stesse parti. In complesso vi sono dunque 9 di tali fili, costituiti da nichel o ferro al nichel, aventi tutti funzioni meccaniche, e di essi i detti quattro, anche funzione elettrica. Questi ultimi sono però costituiti da filo di ferro al nichel speciale, detto filo « *dumet* », di diametro più sottile nella parte centrale annegata nel tratto di vetro al piombo stampato, *ABCD*. Al disotto di *CD* emergono i quattro reofori che fanno capo in basso, attraverso lo zoccolo, alle quattro spine di fis-

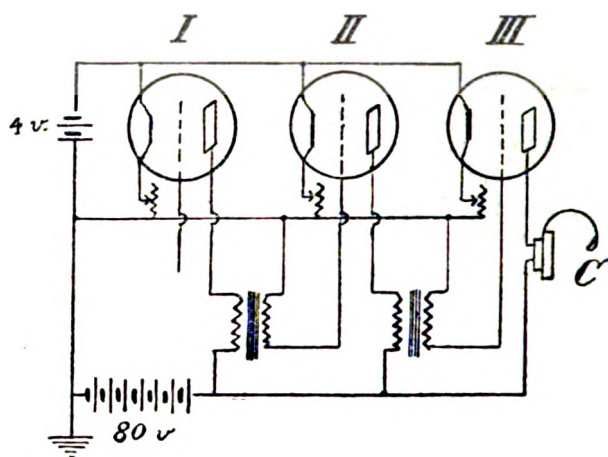


Fig. 1

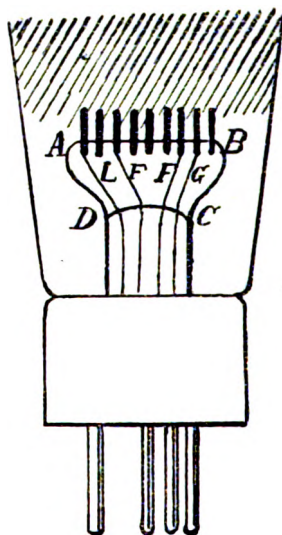


Fig. 2

saggio. Ha particolare importanza rendersi conto della costituzione del filo « *dumet* ». Esso, come è noto, ha sostituito da qualche tempo il platino nella fabbricazione delle lampade elettriche e degli stessi audion. Consiste in un filo di ferro al nichel di circa 0,2 mm. di diametro ricoperto, per trattamento con solfato di rame, da rame metallico; il rame viene poi leggermente ossidato e trattato con una soluzione di borace. Con ciò il conduttore viene ad essere rivestito da uno strato sottile di un borato di rame, presentandosi con un aspetto rosso cupo. Quando il filo è imprigionato a caldo nel vetro, questo assorbe il borato di rame, realizzandosi una tenuta perfetta, migliore di quella che si aveva col platino. I tratti di filo *L*, *F*, *F*, *G* presentano dunque la colorazione rossa caratteristica dell'ossido rameoso Cu_2O o cuprite.

Ho descritto minutamente tale parte della lampada per poter ora dire che l'effetto massimo, ossia l'ascoltazione del suono più intenso, si ha quando la luce batte sull'attacco in vetro *ABCD*. Inoltre il suono è straordinariamente intenso quando la luce, traversando l'involucro esterno della lampada e poi lo spessore del detto attacco, va ad illuminare il filamento rosso *G* che, come si è detto, fa capo alla griglia. Da un attento esame del percorso della luce che arriva sull'audion, che si riflette nel suo interno, o, ancora, si rifrange dentro l'attacco *ABCD* (rimanendovi imprigionata per qualche tratto in seguito a riflessioni multiple totali), ho potuto convincermi che in grandissima parte l'effetto è dovuto all'azione della luce sul filo rosso *G*.

Al fine di indagare le più intime modalità del fenomeno, collego in seguito le quattro singole spine dello zoccolo della lampada *I* con le spine analoghe di una quarta lampada non appartenente al sistema di amplificazione. Illuminando col fascio di raggi periodicamente interrotto questa lampada quando il suo filamento è spento, si constata che anche così si fa luogo alla produzione del suono, quantunque in misura notevolmente più debole. Ed anche ora il suono ha la massima intensità quando la luce colpisce il filamento rosso facente capo alla griglia. Se la lampada sussidiaria è accesa, essa viene naturalmente a lavorare in parallelo colla lampada *I* del sistema amplificatore. Ed allora è indifferente illuminare l'una o l'altra di queste due lampade per ottenere il suono con la stessa intensità di prima.

Successivamente rompo l'involucro della lampada sussidiaria facendovi così rientrare l'aria. L'effetto persiste come quando la lampada è integra ed il suo filamento spento. Anzi, basta servirsi dell'attacco di un audion fuori uso, che è stato ridotto semplicemente alla parte *ABCD* della fig. 2; collegando insieme i quattro

suoi fili rossi col filo rosso *G* della lampada *I*, l'effetto si appalesa illuminando uno qualsiasi dei fili del troncone di lampada adoprato.

Sembra dunque che l'effetto sia caratteristico della sostanza rossa che ricopre il filo d'attacco della griglia all'audion. Per assicurarmi di tale conclusione, derivò all'esterno dell'audion *I*, sulla griglia di esso, un tratto di filo « *dumet* » come viene adoprato dalle fabbriche di lampade ad incandescenza, e su tale filo faccio cadere la luce pulsante. L'effetto si manifesta, ma in modo assai debole. Per contro se adopro del filo « *dumet* » preventivamente circondato da vetro fuso (sia al piombo che di Turingia), si constata l'effetto in modo simile a quando si illuminava la lampada sussidiaria spenta.

Ma anche del filo di rame preventivamente ossidato all'aria, e connesso con la griglia esternamente all'audion *I*, dà una traccia di effetto. Altri fili metallici, puliti ed ossidati, non danno effetto sensibile. Inoltre, una lamina di platino viene ricoperta da minutissimi cristallini di cuprite per lenta elettrolisi del solfato di rame non acido, come già ebbi occasione di indicare molti anni addietro ⁽¹⁾.

Tale lamina, collegata alla griglia di *I* e colpita dalla luce, dà l'effetto in misura discreta.

Gli audion che non sono stati costruiti mediante attacchi con filo ramato, di altre case che non la Philips, non danno effetto o, se mai, ne danno appena una traccia.

Rimane dunque accertato che l'effetto è dovuto ad una particolare proprietà fotoelettrica del rame ossidato, e più precisamente del rame che trovasi imprigionato nella massa vitrea, come avviene negli audion o nelle lampade elettriche.

Ma a parte il fatto che tale effetto fotoelettrico non è simile a quelli sinora studiati (in quanto che manca il gas ambiente nel quale gli elettroni possono sfuggire, o non si tratta di variazione di resistenza elettrica come avviene nella cellula al selenio o nella tallophide o simili), rimane da spiegare perchè l'effetto ottenuto illuminando un audion sussidiario spento, è più debole che non illuminando direttamente l'audion *I*. Dopo accurate e lunghe prove, credo poter affermare che tale differenza, pur essendo assai cospicua, è dovuta alla seguente ragione. La griglia dell'audion *I* è molto più prossima al proprio filamento rosso di attacco *G* che non all'altro filamento rosso della lampada sussidiaria. Ora, per quanto sia accurato l'isolamento delle varie parti, si comprende facilmente che esso non essendo perfetto, questo fatto possa nuocere di più alla manifestazione dell'effetto, quando la sede di questo è nella lampada sussidiaria, che

(1) « Rendiconti R. Accademia dei Lincei », vol. IV, pag. 371, 1895.

trovasi al di là della fuga inevitabile proveniente dall'accennata deficienza d'isolamento.

L'effetto presenta differenti sensibilità per le varie lunghezze d'onda. Da ricerche fatte, interponendo sul percorso del raggio luminoso pulsante dei vetri colorati, o meglio servendosi di un prisma, risulta che esso ha un massimo per le radiazioni gialle o verdi. Esso è ancora abbastanza sensibile per le radiazioni appena ultraviolette mentre per le ultrarosse, lo è meno.

L'effetto è constatabile, come si è detto, illuminando il primo audion amplificatore avente la griglia libera. Se si sopprime tale audion *I* e si rende libera la griglia del *II*, l'effetto è ancora constatabile con ottima intensità, ma naturalmente in misura di molto affievolita, quando si illumina *II*. Così pure, sopprimendo anche l'audion *II* e liberando la griglia di *III*, basta questo solo audion, se illuminato, per ascoltare il suono, quantunque in modo debole. Ma se si illumina *III* quando *I* e *II* sono schermati e spenti, ma collegati come nello schema con *III*, il suono è inudibile. Ciò va interpretato ammettendo che le connessioni metalliche esistenti sulla griglia di *III*, rendono questa insensibile all'effetto fotoelettrico. Inoltre se, ferme restando tutte le connessioni indicate nello schema, si schermano le lampade *I* e *II* in guisa che su esse non batta la luce, e se ne accendono i filamenti, insieme con quello della *III*, mentre questa è colpita dalla luce pulsante, si riode il suono al telefono abbastanza fortemente. Ciò dipende evidentemente da un effetto amplificatore retroattivo, cioè propagantesi dalla *III* in *II* e in *I* e ritornante al telefono.

Come ho già detto, col sistema amplificatore a tre valvole, è marcatissimo e violentemente sonoro l'effetto constatabile, quando si adopera l'intensità luminosa di circa 20 lumen. Volendo assicurarmi della sensibilità ultima dell'effetto ho diminuito tale intensità, sostituendo alla lampada di circa 800 candele una piccola lampada di 50 candele ed ho osservato che ponendo tale lampada a circa tre metri dall'audion *I*, e senza l'uso di alcuna lente per concentrare la luce, interrotta come sempre dal disco girante a fori, il suono è nettamente udibile.

L'intensità della luce, quando il raggio non è interrotto dal disco girante, cadente sulla parte utile dell'audion *I*, è allora solo di circa 1/100 di lumen.

Da quanto precede, si rileva la notevole sensibilità dell'ossido di rame nelle accennate condizioni; ma rimane a vedere se i descritti fenomeni sieno peculiari di tale sostanza, e se per la loro constatazione sia indispensabile che la sostanza stessa sia contenuta nell'interno dell'audion.

Per rispondere a tali quesiti ho ancora adoperato le disposizioni della fig. 1, montando il primo audion di essa col bulbo rivolto in basso e lasciando rivolti verso l'alto i quattro attacchi che emergono dalla guarnizione isolante. Tre di tali attacchi sono connessi col resto del circuito amplificatore e quello facente capo alla griglia è lasciato libero. Su tale attacco si possono connettere direttamente, e senza aumentare eccessivamente la capacità elettrica della griglia, varie sostanze da studiare. Frammenti di minerali, o di sostanze preparate in precedenza, sono così successivamente esaminate; e cioè si ascolta ogni volta l'effetto al telefono connesso con l'ultimo audion amplificatore, quando la sostanza in esame è colpita dalla luce, periodicamente interrotta. Questa luce ha in generale l'intensità indicata precedentemente: solo quando l'effetto è molto forte la si indebolisce opportunamente. Detti frammenti offrono alla luce una superficie utile dell'ordine del cm. q. Trovo così, che parecchi solfuri come galena, bismutina, antimonite, molibdenite, argentite, solfuro di tallio, presentano l'effetto, analogamente alla cuprite od al filo di rame circondato da vetro fuso. L'effetto è di intensità diversa, da caso a caso; ma mai esso è così intenso, come quando si fa cadere la luce direttamente nell'interno dell'audion.

Col solfuro di tallio di recente preparazione (ma che probabilmente è un ossisolfuro), il fenomeno è particolarmente sensibile. Buoni effetti danno anche la molibdenite, l'argentite ed anche il solfuro di argento preparato artificialmente.

L'effetto è altresì constatabile col selenio, preparato come nelle cellule sensibili alla luce per variazione di resistenza.

L'effetto aumenta di intensità, se nelle vicinanze della sostanza colpita dalla luce, si collocano dei corpi conduttori, in connessione col suolo. Così, spianando la superficie di una delle citate sostanze, ricoprendola con una sottile lastra di mica, e ponendo al disopra di questa una rete metallica a maglie fini in connessione col suolo, l'effetto si accresce di molto. Si tratta evidentemente di una favorevole conseguenza della accresciuta capacità del sistema.

Ma l'effetto può anche constatarsi, ponendo la sostanza attiva in contatto promiscuo, a guisa di ponte, con il conduttore di griglia e con quello del filamento, e cioè con la terra. In tale dispositivo la luce deve naturalmente battere nel tratto di sostanza che è compresa fra i due contatti. L'effetto, con tale dispositivo, è tanto maggiore quanto più sottile è lo strato della sostanza attiva. Con certe sostanze come molibdenite o solfuro di argento artificiale, è possibile sperimentare con spessori di qualche decimo di millimetro. Inoltre, una particolarità interessante si può rilevare, così disponendo l'esperienza; e cioè, che non tutti i punti della sostanza sono egualmente attivi.

Concentrando con una piccola lente il fascio luminoso su di un tratto di circa 1 mm.q., e spostando la lente, è facile rilevare un grandissimo rinforzo dell'effetto, per certe località di tutta la superficie.

Se nel circuito filamento, sostanza attiva, griglia, realizzato come ora si è detto si inserisce una forza elettromotrice, si ha in generale un aumento di effetto. Ma quest'aumento dipende sia dal valore della f. e. m. impiegata, che dal senso. Il senso più opportuno può variare da sostanza a sostanza.

L'indicato dispositivo può subire un'interessante variante. Si può connettere con la griglia la sostanza, e toccare questa con l'estremità acuminata di un sottile filo metallico connesso col filamento. Il raggio di luce viene concentrato ancora con la piccola lente, proprio sul punto di contatto tra filo e sostanza. Perchè ciò sia possibile, si tiene la sostanza con la sua superficie utile esposta normalmente al fascio di luce, e si inclina a circa 45°, il filo in connessione col filamento. Per tentativi, come nei ricevitori per radiotelegrafia a cristallo, si riesce a trovare dei punti particolarmente e straordinariamente attivi. La galena sembra la sostanza meglio indicata per tale esperienza.

Si lasci ora la griglia completamente isolata; e al suo conduttore esterno all'audion, si avvicini una sostanza attiva colpita dalla solita luce periodicamente interrotta e in connessione col suolo. Quando la distanza tra conduttore e sostanza è di qualche millimetro, si incomincia di nuovo a sentire l'effetto. Questo cresce col crescer della vicinanza, ossia coll'aumentare della capacità elettrica fra sostanza e conduttore di griglia. Si comprende da tale constatazione, la possibilità di invertire la posizione del condensatore più sopra realizzato; ponendo cioè la rete metallica in connessione con la griglia, e la sostanza attiva al suolo. L'esperienza conferma tale previsione.

Tutte le descritte esperienze hanno di comune il fatto dell'arrivo di luce periodicamente interrotta, su sostanze chimicamente non semplici. Esperienze tentate con metalli presentanti il classico fenomeno fotoelettrico HALLWACHS-RIGHI, non mi hanno dato sinora risultati positivi. Sembra dunque trattarsi di una perturbazione di carattere elettrico provocata dall'arrivo della luce, ma che non corrisponda a liberazione esterna di elettroni. Questi, invece, sono perturbati nell'interno della sostanza stessa, o per meglio dire sulla sua superficie, sino ad una profondità corrispondente a quella a cui la luce può penetrare. Si tratta in genere di sostanze opache o per lo meno fortemente assorbenti.

Non è da ritenersi che l'effetto sia dovuto al riscaldamento prodotto dalla luce. Infatti, mentre è facile constatare che esso è massimo per certe radiazioni che possono non essere le più calde (come si è detto

più sopra), ricoprendo qualcuna delle sostanze citate di nerofumo, l'effetto quasi sparisce.

L'effetto è dunque, nelle sue varie manifestazioni, dipendente dalla natura delle materie impiegate, le quali tutte presentano il fenomeno della semiconducibilità; oppure, come nel caso del solfuro di argento, di una netta conducibilità elettrolitica. È noto infatti che questa sostanza, percorsa da corrente elettrica, si carica come un accumulatore.

Non sembra facile dare una teoria unica dei vari fatti constatati. E in vista di tale difficoltà ho in corso altre ricerche ed esperienze tendenti a chiarire per altra via la natura intima di tali fatti.

PER DETERMINARE RAPIDAMENTE IL SENSO DELLO SPETTRO NEGLI SPETTROSCOPI A GRADINATA

Nota di V. RONCHI

Sunto. - *Si indicano due procedimenti che permettono di determinare in qual senso diminuiscono le lunghezze d'onda nel brevissimo intervallo di spettro osservabile nel campo di un spettroscopio a gradinata: apprezzare la curvatura quando è possibile; oppure determinare la minima deviazione delle righe, quando si inclina la gradinata.*

Negli spettroscopi con reticolo a gradinata del MICHELSON, il fatto che il campo di spettro esaminabile sia ridottissimo (raramente supera $0,5 \text{ \AA}$) rende difficile decidere in qual senso diminuiscono le lunghezze d'onda delle righe che si osservano. Per es., talvolta, dopo aver misurata la differenza $d\lambda$ tra una riga e un satellite, non si sa se aggiungere o sottrarre questa alla lunghezza d'onda della radiazione principale.

Crediamo di far cosa utile agli spettroscopisti, indicando due processi molti semplici che risolvono subito il problema.

Supponiamo che l'asse del collimatore e del cannocchiale, le pedate dei gradini e la fenditura siano orizzontali e che gli spigoli dei gradini siano normali all'asse del collimatore. Nel campo del cannocchiale si vedono tante immagini della fenditura sensibilmente diritte, orizzontali, parallele, equidistanti (se la luce è monocromatica a sufficienza) e distribuite lungo una linea verticale. Sia k_0 l'ordine dell'immagine centrale e non si tenga conto delle altre, che tanto seguono questa in ogni manifestazione. In realtà le righe sono piuttosto archi di parabole ⁽¹⁾ e in pratica non se ne apprezza la curvatura perchè si opera con fenditura molto corta (appena qualche mm.).

⁽¹⁾ Cfr. V. RONCHI, *Lezioni di Ottica Fisica*, § 170. Bologna, Zanichelli, 1928.

Ma se la fenditura stessa viene allungata a sufficienza, la curvatura diviene presto ben apprezzabile, anche ad occhio; ed è facile dimostrare che la concavità delle righe è rivolta verso le lunghezze d'onda decrescenti.

Infatti l'angolo β_{k_0} che un'onda piana diffratta dal reticolo a gradinata fa coll'onda piana emergente dal collimatore è dato da

$$\beta_{k_0} = \frac{k_0 \lambda}{a} - \frac{e(n-1)}{a} \left(1 + \frac{\psi^2}{2n^2}\right)$$

essendo e lo spessore dei gradini, a l'altezza, n l'indice di rifrazione del vetro e ψ l'angolo nel piano orizzontale che il piano dell'onda incidente fa con quello verticale delle lamine della gradinata.

Se l'onda è normale all'asse del collimatore, come quella che proviene dal punto della fenditura su quest'asse, si ha $\psi = 0$ e β_{k_0} assume il valore relativo al vertice della parabola. Cambiando la lunghezza d'onda di $d\lambda$, la riga nel campo si sposta e possiamo domandarci che segno deve avere $d\lambda$, perchè il vertice della nuova parabola cada dalla parte della concavità della precedente. Se chiamiamo β'_{k_0} l'angolo relativo a questo vertice, per risolvere il problema basta porre che questo β'_{k_0} deve essere uguale a un certo β_{k_0} per $\psi \neq 0$ della parabola precedente. Ossia, poichè

$$\beta'_{k_0} = \frac{(\lambda + d\lambda)k_0}{a} - \frac{e(n-1)}{a},$$

si deve porre

$$\beta'_{k_0} = \beta_{k_0}$$

e, semplificando, si trova

$$\lambda k_0 - \frac{e(n-1)}{2n^2} \psi^2 = (\lambda + d\lambda)k_0.$$

Ne segue subito

$$d\lambda = - \frac{e(n-1)}{2n^2 k_0} \psi^2,$$

che dimostra appunto come la concavità delle righe sia rivolta verso le lunghezze d'onda decrescenti.

Supponiamo $\psi = 0$ e studiamo ciò che avviene quando la gradinata viene ruotata di un piccolo angolo α intorno ad un asse orizzontale e parallelo alle alzate dei gradini.

L'angolo di diffrazione β''_{k_0} si può scrivere ora

$$\beta''_{k_0} = \frac{k_0 \lambda}{a} - \frac{e(n-1)}{a} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2n^2} \right),$$

e con un ragionamento analogo a quello del caso precedente si può dimostrare ora che al crescere di α in valore assoluto le righe nel campo si spostano verso il violetto. Infatti domandandoci quale valore si deve dare a $d\lambda$ perchè

$$\beta_{k_0} = \frac{(\lambda + d\lambda)k_0}{a} - \frac{e(n-1)}{a}$$

sia uguale a β''_{k_0} si trova subito

$$d\lambda = - \frac{e(n-1)}{2n^2 k_0} \alpha^2.$$

Dunque variando l'inclinazione α della gradinata nel piano verticale facendola passare per lo zero, si vedono le righe nel campo avvicinarsi ad una posizione di « minima deviazione », per $\alpha = 0$, per poi allontanarsene di nuovo: il senso del movimento quando se ne allontanano è verso le lunghezze d'onda decrescenti.

Arcetri, Istituto di Ottica, ottobre 1928.

PROPRIETÀ OTTICHE DELLE LAMINE LIQUIDE NELLO SPAZIO NERO DI NEWTON

Nota del Prof. SILVIO CHELLA

Sunto. - *Le lamine liquide, nella plaga denominata spazio nero di NEWTON hanno proprietà ottiche diverse dal liquido dal quale provengono. La dispersione è notevolmente maggiore di quella dell'acqua e di ogni altro liquido conosciuto. Si presenta una banda di assorbimento presso 2300 Å non spiegabile mediante l'assorbimento dell'acqua o dell'acido oleico. Il loro spessore non può quindi essere di cm. 5×10^{-7} e forse è notevolmente minore.*

Le belle esperienze che per suggerimento di MICHELSON furono eseguite da JOHNOTT ⁽¹⁾ sulle lamine liquide, mi fecero sorgere il dubbio che le proprietà ottiche di una lamina assottigliata al punto da presentare la macchia nera di NEWTON, possano essere diverse da quelle della regione ove lo spessore è di poco inferiore a quello di una lunghezza d'onda.

Vero è che il DRUDE ⁽²⁾ da misure sulle ampiezze relative delle componenti per un fascio di luce polarizzata ellitticamente per riflessione sulla superficie di una lamina liquida, e le corrispondenti differenze di fase, ha creduto di poter concludere che l'indice di rifrazione dello spazio nero è di poco inferiore a quello dello spazio riflettente e che la differenza è minore di un'unità della seconda cifra decimale. Noterò che il DRUDE nelle sue lamine adopera una soluzione di PLATEAU, e, come ulteriori esperienze dimostrano, che in tal caso lo spessore della lamina è per lo meno 4 volte maggiore che non adoperando liquidi senza glicerina. Ma indipendentemente da questo, mi sembra che alle deduzioni del DRUDE possa farsi qualche obiezione. Sono note l'esperienze del RAYLEIGH, le quali stanno a provare che la polarizzazione ellittica, che si produce per riflessione sulla su-

⁽¹⁾ « Phil. Mag. », 1899, pag. 50 ; « Phil. Mag. », 1906, pag. 760.

⁽²⁾ « Annalen der Physik », t. 43, 1891, pag. 158.

perficie dell'acqua, sparisce quasi completamente, se si ha cura di avere una superficie ben netta. Esperienze più recenti di LUMMER e SORGE mostrano che per alterare la polarizzazione ellittica di un fascio riflesso da una delle faccie di un prisma, basta lo strofinamento di un'altra faccia, o semplicemente una compressione sulle basi.

È quindi probabile che tale polarizzazione dipenda da una specie di tensione superficiale (anche nel caso dei solidi) più che da una pellicola intermedia di indice di rifrazione gradualmente variabile dal primo al secondo mezzo, come suppone il DRUDE.

C'è poi da dubitare se esista questo secondo mezzo quando la lamina sia ridotta a pochi strati di molecole (quattro o due od anche uno). Le misure del DRUDE quindi più che altro starebbero a indicare che la tensione superficiale della lamina nella macchia nera di NEWTON è leggermente diversa da quella della parte riflettente. Ciò che del resto è provato anche da misure dirette.

Certo non si comprende agevolmente come le proprietà ottiche delle due parti, riflettente e nera, possono esser uguali e cioè quelle dell'acqua nelle condizioni ordinarie, dopo le ultime esperienze di JOHNNOTT.

Infatti in queste esperienze eseguite con l'interferometro di MICHELSON, un raggio di luce dopo aver due volte attraversato più di 200 lamine, il che fa 800 superfici di separazione, era abbastanza intenso da poter interferire con un raggio propagantesi liberamente nell'aria.

Ora se la lamina rispetto alla riflessione si comportasse ancora come l'acqua nelle condizioni ordinarie, con un indice di rifrazione sensibilmente pari a $\frac{4}{3}$, come si dedurrebbe dalla teoria e dalle cor-

rispondenti esperienze del DRUDE, la formola di FRESNEL $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$

per la frazione di luce riflessa sotto l'incidenza normale ci dà $\frac{1}{49}$ di

luce riflessa per ogni superficie ossia 48/49 per la frazione di luce trasmessa. Quindi dopo 800 riflessioni la intensità del fascio sarebbe

$\left(\frac{48}{49}\right)^{800} = \frac{1}{14584000}$ di quella del fascio incidente; cioè praticamente

nulla. Da questo mi sembra poter concludere che, per quanto riguarda la trasmissione della luce, una lamina liquida si potrebbe comportare diversamente dal liquido di cui proviene; e che le conclusioni del DRUDE, basate su un fenomeno variabile sotto circostanze non ben definite, quale la polarizzazione ellittica alla superficie, non possono essere accettate senza una prova più diretta.

D'altra parte il DRUDE stesso sembra non avere attribuito molta importanza a questa sua teoria, in tempi posteriori.

La prova, se il raggio rifratto venga ritardato in egual misura dalla lamina liquida e dalla soluzione, si può avere nel modo seguente:

Sia s lo spessore dello strato attraversato da un raggio di luce di lunghezza d'onda λ ed n l'indice di rifrazione dello strato. Detto δ il numero delle lunghezze d'onda di cui il raggio rifratto viene ritardato in confronto di un altro che si propaga nel vuoto, si ha la nota relazione

$$(1) \quad \delta = (n - 1) \frac{s}{\lambda}$$

ed è su questa formola che si basano le misure di REYNOLD e RÜCKER prima, e poi quelle più precise di JOHNNOTT per la determinazione dello spessore S delle lamine liquide, assumendo per n l'indice di rifrazione del liquido o meglio dell'acqua.

Ora dalla (1) si ricava

$$\lambda \delta = (n - 1)s$$

ossia il prodotto $\lambda \delta$ del ritardo per la corrispondente lunghezza di onda per s costante deve riuscire proporzionale al rispettivo indice di rifrazione diminuito di un'unità: quindi, senza conoscere lo spessore della lamina, il confronto dei prodotti $\lambda \delta$ ottenuti per le lamine per diverse lunghezze d'onda coi relativi indici di rifrazione accertati per la soluzione, ci permette di verificare se la lamina ha le stesse proprietà ottiche della soluzione stessa.

Ove la proporzionalità non sia verificata (e tale è appunto, come vedremo, il caso), la prova diventa decisiva.

Tutta la difficoltà sta nel misurare i diversi valori di $\lambda \delta$ con sufficiente precisione.

Mi sono indotto a tali misure tanto più di buon grado, in quanto che, se alla macchia nera di NEWTON si può ancora attribuire un indice di rifrazione vero e proprio, o, per meglio dire, se il ritardo da quella prodotto sul fascio di luce che l'attraversa è dovuto ad una reale diminuzione di velocità, e non ad un semplice effetto sulla fase, da quelle stesse determinazioni è possibile dedurre ad un tempo il valore assoluto dell'indice di rifrazione e lo spessore della lamina liquida.

Ecco in breve su che si basa tale misura.

Siano AB , CD due fasci paralleli di luce monocromatica proveniente da un'unica fenditura F . Il primo si propaghi nel vuoto, e l'altro attraversi una lamina di cui si debba determinare lo spessore e l'indice di rifrazione; siano AB e CD i cammini dei fasci

compresi fra i due piani paralleli limitanti la lamina. Sia λ la lunghezza d'onda nel vuoto e n il corrispondente indice di rifrazione della lamina. Sia N il numero di lunghezze d'onda comprese

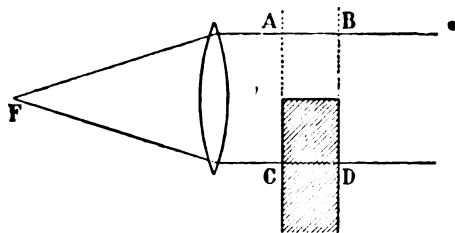


Fig. 1

nel tratto AB ed $N + \delta$ il numero di quelle nel tratto CD . Se i fasci AB , CD interferiscono δ è evidentemente il numero delle frangie di interferenza di cui si sposta la frangia centrale. Poichè la lunghezza d'onda nella lamina è $\frac{\lambda}{n}$ avremo:

$$s = AB = CD = N\lambda = (N + \delta) \frac{\lambda}{n}.$$

Ora introduciamo una formola di dispersione: $n^2 = f(\lambda)$, dove f è funzione della sola variabile λ ; allora dalla precedente si deduce

$$\frac{N + \delta}{\sqrt{f(\lambda)}} = N.$$

Quindi, sostituendo alla sorgente monocromatica una sorgente di luce bianca o composta, detti N_1, N_2, N_n i numeri delle lunghezze d'onda comprese nel tratto AB relative alle lunghezze d'onda $\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n$ e $\delta_1, \delta_2 \dots \delta_n$, il numero delle frangie di cui si sposta la frangia centrale (non la frangia sensibilmente acromatica) del sistema nelle diverse regioni dello spettro avremo:

$$\frac{N_1 + \delta_1}{\sqrt{f(\lambda_1)}} = N_1$$

$$\frac{N_2 + \delta_2}{\sqrt{f(\lambda_2)}} = N_2$$

.....

$$\frac{N_n + \delta_n}{\sqrt{f(\lambda_n)}} = N_n,$$

o anche

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{\delta_1}{N_1}\right)^2 = f(\lambda_1) \\ \left(1 + \frac{\delta_2}{N_2}\right)^2 = f(\lambda_2) \\ \dots \dots \dots \\ \left(1 + \frac{\delta_n}{N_n}\right)^2 = f(\lambda_n). \end{array} \right.$$

Ma d'altra parte è

$$N_1\lambda_1 = N_2\lambda_2 = \dots = N_n\lambda_n = s,$$

ossia

$$N_1 = \frac{s}{\lambda_1}, \quad N_2 = \frac{s}{\lambda_2} \dots N_n = \frac{s}{\lambda_n};$$

e perciò le (2) divengono

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} f(\lambda_1) = \left(1 + \frac{\delta\lambda_1}{s}\right)^2 \\ f(\lambda_2) = \left(1 + \frac{\delta\lambda_2}{s}\right)^2 \\ \dots \dots \dots \\ f(\lambda_n) = \left(1 + \frac{\delta\lambda_n}{s}\right)^2. \end{array} \right.$$

In ultimo ponendo

$$\delta\lambda_1 = a_1 \dots \delta\lambda_n = a_n \quad \text{e} \quad \frac{1}{s} = x,$$

avremo il sistema

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1 + a_1x)^2 = f(\lambda_1) \\ (1 + a_2x)^2 = f(\lambda_2) \\ (1 + a_nx)^2 = f(\lambda_n). \end{array} \right.$$

Le a_1 , a_2 , a_n sono note immediatamente, note le deviazioni determinate mediante l'interferometro. Allora le (4) permetteranno di determinare x e cioè s e le costanti che figurano nella formola di dispersione.

Il numero delle equazioni (4) perciò dovrà essere superiore di un'unità a quello delle costanti che figurano in f .

Non vi sarebbe quindi altra difficoltà ove le formole di dispersione potessero essere applicate in un tratto abbastanza ampio dello spettro e se le a fossero sufficientemente grandi e perciò misurate con conveniente approssimazione.

Ora mi accorsi durante i calcoli che per la determinazione di x , e cioè dello spessore, la formola di dispersione deve essere assai più approssimata di quella che non si richieda, per esempio, per calcolare la posizione approssimativa della banda di assorbimento, e d'altra parte la funzione f è adoperata qui non come formola di interpolazione, ma per determinar una quantità fisica quale lo spessore della lamina, e si comprende perciò che non tutte le formole si prestino ugualmente bene.

Disgraziatamente, dovrei concludere che la massima parte delle formole servono assai male se non fosse quella di SELLMAYER che sembra valer meglio delle altre, forse in ragione del piccolo numero e per la natura delle costanti che essa contiene. Ciò dà luogo a qualche difficoltà nella risoluzione del sistema (4), come vedremo in seguito.

Per la misura di $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ mi sono servito di una disposizione di rifrattometro interferenziale del tipo di quella usata da FIZEAU per la misura della velocità della luce in un mezzo mobile, con le modificazioni indicate dal WOOD.

Sopra una lente acromatica L (un obbiettivo di cannocchiale astronomico) della distanza focale di m. 1,10 era disposto un diaframma

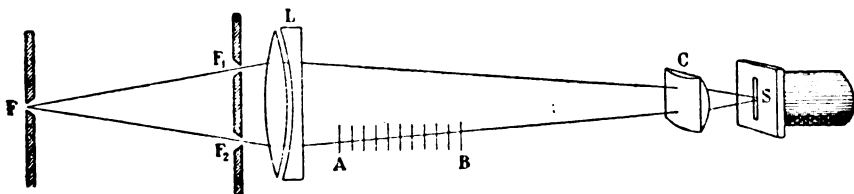


Fig. 2

solcato da due fenditure orizzontali F_1, F_2 della larghezza di circa 1/2 mm. e distanti l'una dall'altra 6 mm. Esse venivano illuminate dalla luce solare proveniente da una fenditura orizzontale F molto stretta e di fattura accuratissima posta da L alla distanza di m. 1,40; i fasci provenienti da essa vengono a cadere alla distanza di circa 4 metri da L sulla fenditura S (verticale) del collimatore di uno spettrografo, formandovi sopra un fascio di frangie orizzontali.

Attraverso i prismi dello spettrografo si ha uno spettro frangiato che viene fissato sulla lastra fotografica.

Per accogliere una maggiore quantità di luce e per ottenere frangie un poco più larghe, i due fasci interferenti, prima di cadere su S , attraversano in C un sistema di due lenti cilindriche della distanza focale di circa 25 cm. disposte l'una con le generatrici

parallele ad S e l'altra ortogonalmente a questa in modo da formare una vera e propria lente di Fresnel.

Sul percorso del fascio più basso AB poteva essere interposto un sistema di circa 300 lamine liquide che all'occorrenza potevano venir rotte l'una dopo l'altra.

Sulla fenditura S erano poi tesi orizzontalmente due fili in maniera da intercettare la luce in due punti. Si formavano così per tutta la lunghezza dello spettro due linee orizzontali oscure parallele alla frangia acromatica e che servivano di segni di riferimento per la misura degli spostamenti delle frangie sulla lastra fotografica.

Descritto così in modo sommario come era disposta l'esperienza, mi sembra bene aggiungere qualche particolare sui diversi apparecchi, per dare conto adeguato della precisione che potevo raggiungere.

La fenditura F veniva illuminata dalla luce solare riflessa sullo specchio di un eliostato e concentrata su F da una lente acromatica di circa 15 cm. di diametro su 70 di distanza focale.

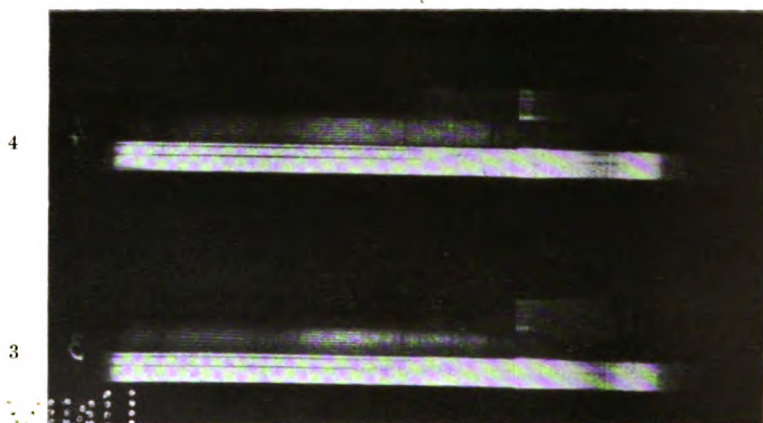
La fenditura era aggiustata al centro di un diaframma metallico fissato a sua volta ad un robusto telaio di legno mediante un diametro orizzontale per impedire che la dilatazione dovuta al riscaldamento spostasse la fenditura nel senso verticale producendo così un movimento di frangie; trattandosi di misure eseguite per confronto ciò poteva sembrare superfluo, ma richiedendosi di misurare almeno i centesimi di frangia bisognava garantirsi dalle più piccole perturbazioni.

Lo spettrografo usato in queste prime esperienze era un apparecchio di grande modello, con lente collimatrice e obbiettivo fotografico di 1 metro di distanza focale. L'apparato rifrangente era costituito da due prismi equilateri del lato di 100 mm. Tutte le parti ottiche sono di vetro Uviol; ma non potei sfruttare completamente l'apparecchio a causa della lente L e delle altre parti ottiche che erano di vetri ordinari. Lo spettrografo era reso perfettamente astigmatico nella regione compresa tra le righe C e H .

Sulla fenditura S del collimatore, sopra i due fili f e f' mediante i quali si ottengono le righe di riferimento sulle lastre fotografiche, erano adattati due piccoli prismi a riflessione totale, come si usa per avere uno spettro di confronto negli ordinari spettroscopi, e questi prismetti venivano illuminati da una sorgente luminosa laterale. Le frangie di interferenza cadevano sulla fenditura nello spazio compreso fra i due prismi, così si avevano sulla lastra tre spettri: quello centrale frangiato, e, sopra e sotto a questo, due spettri ordi-

THE
OF
THE

TAV. I



3 Con 279 lamine - 4 Senza lamine.

nari solcati da due tratti rettilinei come mostra la fotografia (Tav. I).

Per seguire il movimento delle frangie durante la rottura delle lamine, lo spettro prodotto dal primo dei prismi grandi dello spettrografo e riflesso parzialmente sulla faccia anteriore del secondo prisma, veniva inviato in un cannocchiale fornito di reticolo.

Per ottenere il sistema delle lamine liquide da interpersi sul fascio di luce AB mi son servito di una disposizione analoga a quella

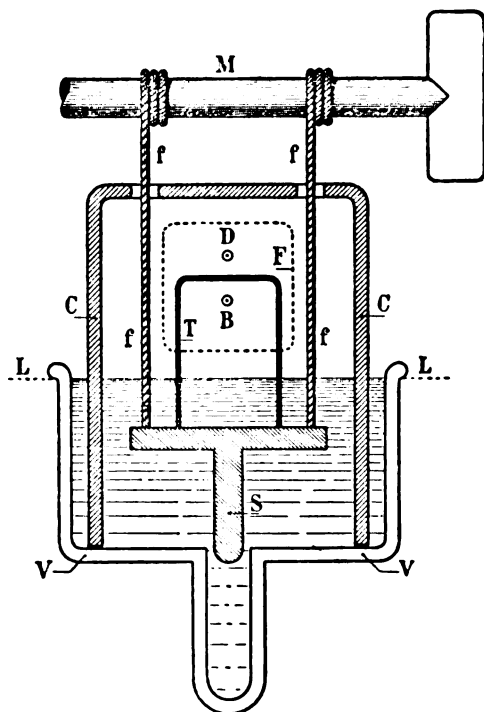


Fig. 3

JOHNNOTT; essa è mostrata nella figura 3 il cui piano è normale a quello dei fasci AB della figura.

Sopra una sbarra S di ferro a T della lunghezza di due metri vennero saldati 300 telaietti TT larghi cm. 1,5 e alti cm. 2,5 fatti di filo di ottone stagnato. La distanza di un telaioetto dall'altro è di 6 mm. Così si ha una specie di galleria di 1,80 di lunghezza. Dopo la saldatura dei telai, alla sbarra S fu data una vernice di celluloidi perchè la soluzione non s'intorbidasse. La sbarra col sistema dei telai è sommersa nella soluzione di sapone contenuta nella va-

schetta V lunga circa m. 2,50, poi, facendo svolgere i fili su due arganelli M , i telai si potevano fare emergere in parte dal livello LL della saponata o sommergerli completamente. Così si ha un sistema di lamine liquide costantemente alimentato.

Un coperchio C chiudeva tutto il sistema delle lamine. Questo coperchio alle due estremità porta due finestre F , punteggiate in figura, e attraverso le quali passano i fasci luminosi D e B come mostra la figura stessa. Il fascio B sfiora quasi il tratto orizzontale superiore dei telai un poco al disotto. Le due finestre F sono chiuse da due lastre di vetro a faccie il più possibile parallele. Per evitare ogni causa di errore, cioè per assicurarmi che il cammino attraverso il vetro non mutasse per i due fasci interferenti anche per un lieve spostamento dell'apparecchio, queste due lastre erano tagliate da una stessa lastra di vetro col taglio comune rivolto dalla stessa parte, per es. in alto, ma in modo che le faccie prima comuni restassero dalla stessa parte, per esempio in avanti per chi guarda la figura. In questo modo, anche se la lastra primitiva fosse stata tagliata a bietta, lo spessore del vetro nel sistema delle due lastre riesce perfettamente uniforme. Il coperchio C inoltre porta due lunghe finestre laterali, interrotte solo di tratto in tratto per assicurare al coperchio la dovuta solidità, le quali corrono per tutta la lunghezza della vasca. Queste finestre, chiuse da una pellicola di celluloido, permettono di contare le lamine liquide rimaste aderenti ai telaietti. Tutta la vasca è incastrata in un travicello di legno sorretto da 2 treppiedi a viti calanti per gli aggiustamenti necessari.

L'esperienza era eseguita così: Si faceva una fotografia dello spettro a telai abbassati e cioè senza lamine liquide. Si innalzavano poi i telai mediante gli arganelli e, quando le lamine si erano convenientemente assottigliate, il che succedeva dopo qualche mezz'ora se la saponata era buona e la temperatura al disopra di 24° o 25° , si procedeva ad una seconda fotografia. Poi, aperta una delle finestre F si rompevano le lamine ad una ad una osservando al cannocchiale laterale aggiustato allo spettrografo il numero delle frangie che passavano sulla riga C dello spettro. Così era evitata ogni confusione tra la frangia centrale e quella sensibilmente acromatica. Mostrerò poi come per questo si poteva avere anche un controllo in via indiretta.

Gravi difficoltà incontrai nel procurarmi soluzioni convenienti. Il calcolo fatto da principio mostra quale sarebbe l'effetto di 300 lamine, se le loro superficie fossero anche leggermente imbrattate. Le soluzioni fatte nel modo ordinario, anche usando tutte le cure e impiegando oleato puro di soda, sia fornito dalla casa Erba, sia preparato nell'Istituto di Chimica Farmaceutica, non mi dettero soluzioni che facessero al caso mio. Con esse ottenni sistemi di lamine attra-

verso i quali la luce era estremamente indebolita. Avrei forse potuto fare osservazioni, mediante un interferometro a sorgente luminosa estesa come quelli di JAMIN o di MICHELSON, ove mi fossi contentato di misurare ad occhio gli spostamenti delle frangie, come hanno fatto gli altri che mi precedettero in queste misure.

Dopo molto tentare riuscii a preparare una soluzione buona mediante il sapone fornitomi dalla Casa Conti di Livorno. Scioglievo in 5 litri d'acqua distillata 250 grammi di sapone fabbricato con puro olio d'oliva e lasciavo riposare la soluzione per 4 o 5 giorni. La decantavo poi mediante un sifone di cui l'orificio che pescava nel liquido era rivolto in alto per non trascinare nel travasamento il deposito. Dopo filtravo la parte decantata con una candela di BERKFELD come si usa in batteriologia per filtrare le colture. La soluzione così ottenuta è perfettamente limpida, e solo si intorbida se la temperatura si abbassa al disotto di 20°, come ebbi a riconoscere dopo.

Le esperienze avvennero sempre nel mese di luglio, con una temperatura che variava dai 28 ai 32 gradi e cioè nelle condizioni migliori per avere le lamine assottigliate al massimo, come insegnano le esperienze di JOHNNOTT. Il fascio di luce che passa attraverso a 300 lamine ottenute con questa soluzione è intenso quasi quanto quello che si propaga nell'aria e presenta una luce lievemente più giallastra. Potei eseguire le fotografie ottenendo frangie nette come quelle che mostra la figura, anche limitando di pochissimo il fascio che non attraversava le lamine.

Sulle spettrografie così ottenute gli spostamenti delle frangie per le varie lunghezze d'onda sono stati misurati direttamente sulle righe dello spettro solare. Ho scelto le righe ben note, quali la *C*, *D*, *E*, 4670, *F*, *G* e la 4050. Usavo lastre pancromatiche, poco sensibili per l'ultravioletto, che d'altra parte era quasi completamente assorbito dal sistema di lenti adoperate per l'interferometro e per il concentramento della luce.

Sulla lastra lo spostamento delle frangie veniva misurato con una vite del passo di un mezzo millimetro e con la testa divisa in 200 parti la quale comandava un microscopio telecentrico munito di reticolo bifilare. La lastra veniva posta sopra un supporto munito di due viti ad angolo retto tra loro, così si poteva con tutto comodo puntare il microscopio sulla frangia e nella riga voluta dopo aver disposto le righe di riferimento normalmente all'asse della vite micrometrica.

L'osservazione diretta fatta col cannocchiale laterale dello spettrografo mi indicava quali frangie si corrispondessero nei due spettrogrammi, ottenuto l'uno con l'interposizione delle lamine e l'altro senza. Per evitare ogni errore dovuto alla inclinazione della lastra rispetto all'asse della vite e a quello del microscopio misuravo la di-

stanza, sopra una data riga dello spettro, tra una delle frangie e la linea di riferimento, poi la larghezza di una frangia, desumendola dalla distanza di 3 o 4 frangie sempre sulla stessa riga dello spettro. Il rapporto tra le due misure, mi dava la distanza in frazioni di

LASTRA N. 1 - RIGA C.

Spettrogramma 3 con 279 lamine frangia centrale: la terza completa nella C dalla parte del segno				Spettrogramma 4 frangia centrale: la quarta completa nella C dalla parte del segno			
Puntata	frangia	segno	Distanza tra frangia e se- gno in passi e 200esimi di passo	Puntata	frangia	segno	Distanza tra frangia e segno
1 ^a	19.106	$\left\{ \begin{array}{l} 23.123 \\ 24.105 \end{array} \right.$	4.108	1 ^a	19.102	$\left\{ \begin{array}{l} 24.113 \\ 25.98 \end{array} \right.$	5.93
2 ^a	19.109	$\left\{ \begin{array}{l} 23.122 \\ 24.104 \end{array} \right.$	4.104	2 ^a	19.102	$\left\{ \begin{array}{l} 24.112 \\ 25.96 \end{array} \right.$	5.92
3 ^a	19.106	$\left\{ \begin{array}{l} 23.121 \\ 24.104 \end{array} \right.$	4.106	3 ^a	19.102	$\left\{ \begin{array}{l} 24.113 \\ 25.95 \end{array} \right.$	5.92
4 ^a	19.107	$\left\{ \begin{array}{l} 23.123 \\ 24.102 \end{array} \right.$	4.106	4 ^a	19.103	$\left\{ \begin{array}{l} 24.113 \\ 25.95 \end{array} \right.$	5.92
media 4.106 pari a divisioni 906				media 5.92 pari a divisioni 1092			
Per tre frangie							
1		2		1		2	
16.193 20.86		16.196 20.83		18.74 21.142		18.72 21.140	
3.93		3.87		3.68		3.70	
media 3.91 cioè divisioni 691				media 3.69 cioè divisioni 669			
Distanze in frangie							
$\frac{906}{691} \times 3 = 3,933$				$\frac{1092}{669} \times 3 = 4.897$			
$\lambda = 4.897 - 3.933 = 0.964$							

frangia ed è naturalmente esente da ogni errore dovuto all'inclinazione. La differenza tra le due distanze dalla linea di riferimento per due frangie corrispondenti nei due spettrogrammi mi dava lo spostamento δ relativo alla lunghezza d'onda della riga.

Nel campo del microscopio le frangie ingrandite apparivano alquanto slabbrate, il che ne ostacolava un poco il giusto puntamento. Per questo adoperavo un reticolo bifilare di cui la distanza per i fili appariva nel campo all'incirca uguale alla larghezza di una frangia. Così potevo coglierne l'andamento medio più facilmente. Inoltre mi accorsi che illuminando la lastra, invece che con la luce del cielo, con quella filtrata attraverso un vetro violaceo o verde i contorni delle frangie avevano un aspetto più uniforme quindi il puntamento riusciva molto migliorato. La linea di riferimento era puntata prima con l'uno e poi con l'altro filo del reticolo; delle due puntate facevo la media. A dare un'idea dell'esattezza del puntamento riporterò le letture fatte per la misura di una δ avvertendo che le distanze sono espresse in passi e duecentesimi di passo.

Così procedendo per le altre righe ottenni i valori riportati nella seguente tabella:

Riga	λ in $1 \text{ \AA}$	δ	$\lambda\delta$
<i>C</i>	6563	0,964	632 (7)
<i>D</i>	5893	1,066	628 (3)
<i>E</i>	5269	1,342	707 (0)
<i>F</i>	4861	1,660	806 (8)
4670	4670	1,727	806 (6)
<i>G</i>	4308	1,912	823 (8)
4050	4050	2,144	868 (4)

Voglio notare che le puntate sopra una certa frangia e una certa riga sono tra di loro concordanti sino ad avere uno spostamento massimo al più del tre o quattro per mille, cosicchè dalle medie si potrebbero dedurre le cifre dei millesimi quasi con sicurezza; ma l'andamento delle frangie non è però così regolare da permetterci di contare sui millesimi; solo la cifra dei centesimi si potrà ritenere esatta a meno di un'unità.

I valori $\lambda\delta$ sono proporzionali a $n - 1$ come si è avvertito, e, nell'ordine dell'approssimazione in cui siamo, ci danno abbastanza bene l'andamento di una curva di dispersione. Per maggiore scrupolo

pole volli farmi un'obiezione, per assicurarmi di non avere commesso un errore sistematico e grossolano che si sarebbe ripercosso sulla misura di tutte le lastre. Come ho detto, per contare il numero intero delle frangie di cui si sposta la centrale per effetto delle lamine, aprivo una delle finestrelle di vetro per rompere ad una ad una le frangie. È vero che durante la fotografia, le finestre non erano chiuse a tenuta e che ad ogni modo l'interno della vasca è in comunicazione con l'esterno, mediante i fori per cui passano i fili, che sorreggono il sistema dei telai. Ma bisognava accertarsi che l'apertura di una finestretta, non potesse aver determinato una diminuzione della tensione di vapore in presenza del liquido, e che questa diminuzione non avesse provocato una diminuzione nello spessore delle lamine, in maniera da farmi commettere uno sbaglio di un numero intero di frangie.

La cosa era invero assai poco probabile, perchè la vaschetta col suo coperchio costituivano un tubo lungo e stretto, chiuso ad una delle estremità. Tuttavia volli togliere ogni dubbio. Come facilmente si vede, l'unico caso possibile può esser solo quello dello sbaglio di una intera frangia contata da me in meno, che cioè gli spostamenti fossero rispettivamente dati da

Righe	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	4670	<i>G</i>	4050
Spostamenti	1,964	2,066	2,342	2,660	2,727	2,912	3,144
$\lambda\delta$	12890	12170	12340	12930	12730	12730	12740

Come si vede confrontando il primo e l'ultimo termine della serie, l'indice di rifrazione per la lunghezza d'onda più breve sarebbe risultato minore di quello relativo alla più lunga; e ciò senza che sulla lastra ci fosse il menomo indizio di banda di assorbimento tra una e l'altra lunghezza d'onda. Questa è l'immediata conseguenza di uno sbaglio in più nel contare le frangie. Ma oltre a ciò, se si confronta il valore ottenuto per la *C* con quello per la *D*, per i quali presumibilmente l'indice di rifrazione è assai prossimo, nella misura delle frazioni avrei dovuto commettere un errore di quasi un decimo di frangia completa, mentre i dati stanno a provare che i centesimi almeno riescono esatti. Per ciò i valori della prima tabella si debbono ritenere per sicuri come del resto risulterà confermato da ulteriori calcoli ed esperienze. È superfluo notare, perchè si rileva a prima vista, che i valori $\lambda\delta$, o meglio, i loro rapporti sono assai diversi da quelli che si dovrebbero avere se l'indice di rifrazione della lamina liquida fosse quello dell'acqua o della saponata.

Mediante uno spettrometro dell'approssimazione di due secondi, messo a mia disposizione dal prof. Nasini dell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, per la saponata che serviva nelle mie esperienze

avevo determinato l'indice di rifrazione alla temperatura di 25° centigradi, servendomi come sorgente luminosa di un arco a mercurio. Gli indici di rifrazione per le rispettive lunghezze d'onda sono dati dalla tabella:

λ	$\left\{ \begin{array}{l} 5769,6 \\ 5790,6 \end{array} \right.$	5461	4916	4368
μ	1,3391	1,3403	1,3458	1,3484

come si vede l'andamento è assai diverso da quello delle lamine ed è vicino a quello dell'acqua.

Se questi valori si confrontano con quelli di $\lambda\delta$ riportati nella precedente tabella, si vede innanzi tutto che l'andamento della dispersione delle lamine è molto diverso da quello dell'acqua o della saponata.

I $\lambda\delta$, cioè i ritardi dovuti alle lamine, hanno in confronto di $n - 1$ della saponata un andamento più rapidamente saliente verso il violetto, quale potrebbe essere dato da una sostanza che presentasse un notevole assorbimento selettivo nell'ultravioletto secondo le note regole della dispersione.

Un criterio di analogia mi suggeriva quindi di ricercare se mai tale assorbimento si presentasse realmente. Ma non possedendo uno strumento adatto fui costretto a tenere questo lavoro lungamente sospeso.

Solo in questa estate ho potuto disporre di un eccellente spettrografo in quarzo, che nel frattempo era stato acquistato dall'Istituto di Fisica a cura del prof. Puccianti e messo a mia disposizione per la ricerca, e col quale ho potuto condurre a fine il lavoro interrotto.

Queste ultime esperienze furono su per giù condotte come le prime: Per produrre le lamine mi servii ancora dell'apparecchio usato avanti. La disposizione varia di poco, salvo che tolsi tutte le fenditure che servivano a produrre le frangie di interferenza e feci tutte le parti ottiche di quarzo. La luce di un arco a elettrodi di ferro è sensibilmente resa parallela da una lente di quarzo e dopo avere attraversato le 300 lamine, da un'altra lente di quarzo della distanza focale di circa 30 cm. è concentrata sulla fenditura dello spettrografo. La fotografia dello spettro è eseguita ora con l'interposizione delle lamine ora senza e con esposizioni diverse per gli opportuni confronti. Talvolta sugli spettri di assorbimento è battuto contemporaneamente quello di un arco a mercurio per il più facile riconoscimento delle lunghezze d'onda.

Come si vede dalle spettrografie riportate (Tav. II, 1 e 2) esiste effettivamente un assorbimento che potrebbe forse attribuirsi ad

una frequenza caratteristica per la quale la luce non è più trasmessa oltre i 2300 Å.

La mia congettura è così pienamente confermata.

Questa costante si potrebbe porre nella formula di dispersione per il calcolo degli spessori, mediante le formule (3) o (4). Mi riservo in altra nota di tornare su questo argomento che forse riguarda la teoria della dispersione da un punto di vista un poco più generale di quello che porterebbe questo lavoro.

Tutto quello che per ora si può dire è che, se ancora si può attribuire a uno strato di poche molecole un indice di rifrazione, la forte dispersione potrebbe essere anche indizio di forte rifrangenza e quindi di spessore estremamente esiguo.

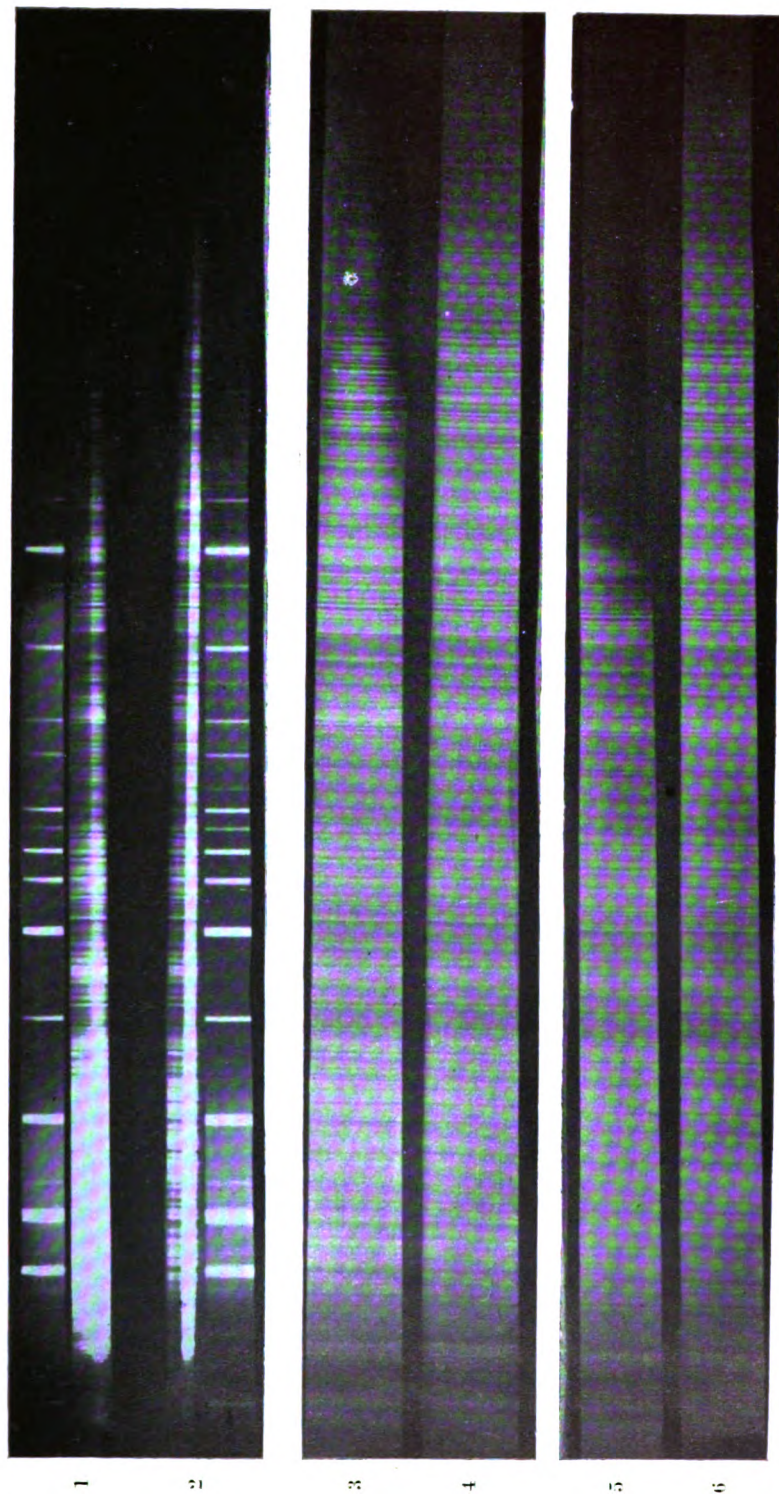
Nel frattempo ero venuto a conoscenza di una nota del PERRIN ⁽¹⁾ sulla stratificazione delle lamine liquide, e che prima mi era sfuggita perchè pubblicata nel 1918 mentre io ero alle armi per la guerra di indipendenza.

Il PERRIN, dalle sue osservazioni al microscopio sulle lamine liquide, nell'ipotesi che *l'indice di rifrazione delle lamine sia quello stesso della saponata o dell'acido oleico*, calcola che il valore di un foglietto elementare della lamina sia di 4 o 5 millieron, e ne deduce che alla superficie della lamina si trova probabilmente uno strato d'acido oleico formatosi per idrolisi. Lo strato avrebbe lo spessore di due molecole dell'acido oleico, e il più piccolo spessore della lamina presumibilmente sarebbe il doppio o uguale a quello del foglietto.

Nelle lamine osservate dal PERRIN lo spessore doveva essere maggiore di quello che avevo osservato io. Volli vedere a fondo la questione, cioè volli vedere se l'assorbimento ormai accertato potesse attribuirsi alla saponata, o all'acido oleico, sotto gli spessori presunti dal PERRIN o dalle mie esperienze, le quali non facevano certamente propendere per uno spessore maggiore di quelli prospettati dal PERRIN o dal WELLS.

Perciò davanti alla fenditura dello spettrografo adattai un sistema formato da una lente biconcava e da una lente biconvessa di raggi di curvatura poco diversi appoggiate l'una all'altra in modo da formare gli anelli di NEWTON. In tal modo io potevo, nell'aria, determinare l'intervallo corrispondente ad una certa distanza dal centro compreso tra l'una e l'altra lente. Però ebbi cura di non comprimere troppo le lenti l'una sull'altra in modo che l'anello centrale presentasse nell'aria il colore ranciato corrispondente a un quarto di lunghezza d'onda, affinché il liquido potesse distendersi più facilmente e occupare lo spazio lasciato fra l'una e l'altra lente.

(¹) PERRIN, « Annales de Physique », 1918.



Lamine 2 e 6 aria - 3 Acido oleico spessori sottili - 5 Idem, grossi spessori - 4 Saponata.

UNIVERSITY OF CHICAGO

Il sesto anello, chiaro per riflessione usando la luce del sodio, aveva il diametro di circa quattro millimetri nell'aria, il che vuol dire che a due millimetri di distanza dal centro degli anelli lo spessore del liquido compreso fra le lenti è già il $11/4$ di lunghezza d'onda, vale a dire $16.000 \text{ \AA}$; più assai di $12.600 \text{ \AA}$ come vogliono le ipotesi del PERRIN per 300 lamine quali impiegavo nelle esperienze. Il centro degli anelli è disposto nel mezzo della fenditura dello spettrografo. Lo spettrogramma si dovrebbe assottigliare dai due lembi al mezzo mano a mano che lo spessore raggiunge il valore per cui diventa capace di assorbire la radiazione corrispondente. E come si vede dagli spettrogrammi l'assorbimento presentato dalla soluzione di sapone è addirittura nullo. In quanto all'acido oleico che, è un liquido giallo, sotto spessori di qualche centesimo di millimetro presenta una banda di assorbimento netta per una lunghezza d'onda di circa $2500 \text{ \AA}$.

Sotto lo spessore di $16.000 \text{ \AA}$ esso è però completamente trasparente fino alla lunghezza d'onda 2.110 per la quale già la lastra fotografica ordinaria stenta ad essere impressionata.

La spettrografia dimostra che per avere un assorbimento verso 1300 lo spessore dell'acido oleico corrisponde agli anelli di NEWTON del diametro di circa 10 mm . cioè a uno spessore delle lamine più del quadruplo di quello supposto dal PERRIN.

Mi sembra a questo punto di poter concludere:

1°) Che la dispersione delle lamine liquide è molto superiore a quella dell'acqua e tutte le loro proprietà ottiche divengono profondamente diverse da quelle del liquido di provenienza, quando esse hanno raggiunto il minimo spessore.

2°) Rimane accertata la presenza di un assorbimento e forse di una riflessione metallica verso la lunghezza d'onda $2300 \text{ \AA}$; che questa banda non è spiegabile mediante le proprietà dell'acqua o dell'acido oleico nel loro stato ordinario di aggregazione.

3°) Che gli spessori debbono essere assai piccoli, e che su questo punto rimane ancora aperta la questione.

La spiegazione di tale comportamento sfugge, o almeno sfugge alla mia conoscenza, forse sarà data quando sapremo qualche cosa di positivo sull'influenza che ha la distribuzione della energia per quanta sulle fasi. Ma questo trascende i limiti della presente nota.

Debbo di gran cuore ringraziare il prof. Puccianti, Direttore dell'Istituto di Fisica di Pisa, ove ho compiuto per intero queste ricerche.

Dall'Istituto di Fisica dell'Università di Pisa.

5 settembre 1928.

SUSCETTIVITÀ MAGNETICA DI ALCUNE SOLUZIONI DI SOLFATO DI PRASEODIMIO

Nota del dott. ORAZIO SPECCHIA

Sunto. - *L'A. descrive un metodo interferenziale per la misura della suscettività magnetica dei liquidi. Si dispongono due vaschette fra loro comunicanti: una, tra le espansioni polari di un elettromagnete; l'altra, in una regione dove il campo magnetico da questo prodotto, può ritenersi nullo. Questa vaschetta porta il dispositivo interferenziale, che consiste in una lamina d'aria a faccie semiargentate che può contenere una lamina liquida. All'eccitazione del campo, si ha un movimento del liquido da una vaschetta verso l'altra e questo movimento determina una variazione dello spessore della lamina liquida, cui corrisponde un passaggio di frange. Inoltre l'A. applica il metodo descritto alla determinazione della suscettività magnetica di alcune soluzioni di solfato di Praseodimio, e in base ai risultati ottenuti, calcola il numero di magnetoni di BOHR dell'elemento Pr^{+++} .*

In una nota pubblicata nei *Rendiconti della R. Accademia dei Lincei* (Vol. VII, serie 6^a, 1° sem., fasc. 7, aprile 1928) indicavo un'applicazione della frange di FABRY e PEROT alla misura del coefficiente di suscettività magnetica dei liquidi. La disposizione sperimentale allora descritta, essendo stata da me, in seguito, perfezionata sì da renderla suscettibile di una notevole precisione nella misura dei coefficienti di suscettività magnetica, nonostante il valore poco elevato delle intensità dei campi magnetici impiegati, l'ho voluta utilizzare alla determinazione del valore di χ di alcune soluzioni di solfato di praseodimio.

L'interesse di queste misure deriva dalle notevoli differenze che si riscontrano, per il praseodimio, tra il valore teorico della costante di CURIE e i vari valori sperimentali, solo eccettuato quello che risulta dalle misure del CABRERA.

La disposizione sperimentale di cui mi son servito deriva da quella classica del QUINCKE. In questa, il liquido è contenuto in due vasi comunicanti; dei quali, uno, di notevole sezione, è collocato fuori del campo magnetico; l'altro, capillare, è disposto in modo che il menisco del liquido si trovi in un campo d'intensità H . Si eserciterà allora sull'unità di superficie del liquido, la pressione $\frac{1}{2} (\chi - \chi_1) H^2$

dove χ è la suscettività magnetica del liquido e χ_1 quella del gas che lo sovrasta.

Per effetto di tale pressione, si verificherà un movimento del liquido da un recipiente verso l'altro (il senso di tale movimento dipendendo dal segno di χ) finchè fra le due superfici libere non si sarà stabilita una differenza di livello h che soddisfi alla relazione:

$$\frac{1}{2}(\chi - \chi_1)H^2 = hgd,$$

dove $g = 981$ cm., e d rappresenta la densità del liquido.

Molte sono le modificazioni apportate dai vari sperimentatori alla disposizione descritta: esse o sono state introdotte allo scopo di rendere la misura dei dislivelli indipendente da complicazioni di natura capillare (metodi di JÄGER, di STEFAN MEYER, etc.) oppure

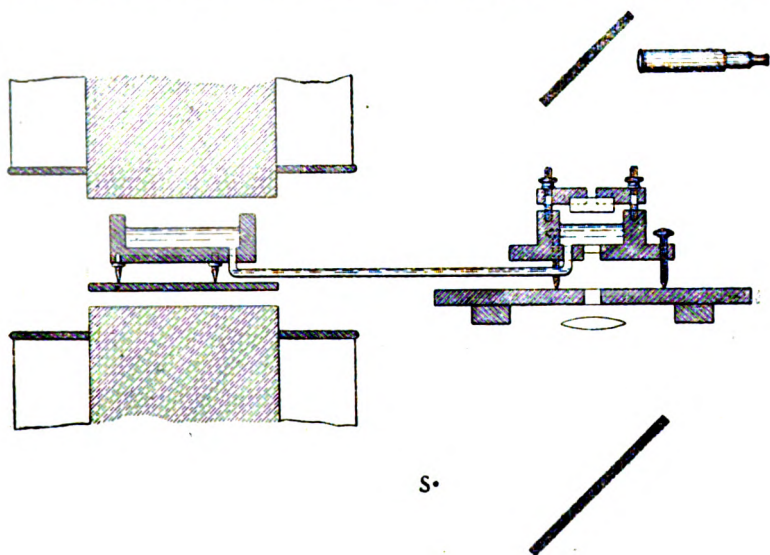


Fig. 1

raccomandano artifici per aumentare lo spostamento di livello del liquido, in modo da renderne più precisa la misura.

Nella mia disposizione, il movimento del liquido da un recipiente verso l'altro, determina una variazione di cammino ottico fra due superfici semiargentate disposte in modo da realizzare una lamina a facce piane e parallele di FABRY e PEROT: alla variazione di cammino ottico, corrisponde uno spostamento di frange dal centro verso la periferia, o in senso opposto, dipendentemente dal segno del coefficiente di suscettività magnetica del liquido su cui si speri-

menta. Dal numero delle frange che passano, e conoscendo le costanti dell'apparecchio, si può facilmente calcolare il dislivello h .

Per precisare, la disposizione sperimentale definitiva, come risulta dopo avere apportate tutte quelle modificazioni che l'impiego della disposizione stessa via via suggeriva, è la seguente (vedi fig. 1).

Un'elettrocalamita è stata installata in uno dei sotterranei dell'Istituto di Fisica di Bologna, su uno zoccolo in muratura, completamente isolato dai muri dell'Istituto stesso: la direzione del campo magnetico da essa prodotto è verticale; l'intraferro è di cm. 3; le espansioni polari, cilindriche, hanno cm. 15 di diametro. In uno spazio cilindrico, che ha per asse quello del magnete, per base un cerchio di cm. 6 di diametro e per altezza la distanza fra le due espansioni polari, il campo è risultato, da controlli eseguiti col metodo della bobina indotta, rigorosamente uniforme.

Su una mensola di legno, fissata in muratura in una delle pareti del sotterraneo, e sufficientemente estesa sì da attraversare lo spazio compreso fra le due espansioni polari del magnete, mantenendosi per altro da questo completamente isolata, è collocata, col suo asse in coincidenza con quello dell'elettrocalamita, una vaschetta cilindrica di bronzo, fortemente dorata per evitare azioni chimiche fra essa e il liquido sul quale si sperimenta. Le dimensioni della vaschetta (diametro della base, cm. 6; altezza cm. 1) sono tali che nella regione da essa occupata il campo magnetico è uniforme. In comunicazione con questa, mediante un tubicino di vetro di mm. 3 di diametro, un'altra vaschetta, pure di bronzo fortemente dorata, è disposta su un'altra mensola, fissata anche questa in muratura, e ad una distanza tale dal magnete da poter ritenere nulla l'azione di questo su essa. È questa seconda vaschetta che porta la disposizione interferenziale, realizzata in questo modo: nella parte centrale del fondo è praticato un foro circolare di cm. 1 di diametro, chiuso da una lastra di vetro semiargentata: l'altra lastra semiargentata è portata da un disco metallico, la cui posizione rispetto alla prima lastra può essere regolata mediante tre viti. Questo sistema di due superfici semiargentate affacciate, le quali, mediante le tre viti, possono essere rese parallele, costituisce una lamina di FABRY e PEROT; il mezzo interposto essendo l'aria e una lamina liquida di spessore variabile. Inoltre il parallelismo, del resto, come vedremo in seguito, non necessario, tra i due specchi e la superficie libera del liquido, può essere ottenuto mediante tre viti calanti di cui l'apparecchio è munito.

Le frange all'infinito prodotte dal sistema vengono osservate per trasmissione, ed hanno quindi l'aspetto di anelli brillanti su fondo oscuro.

La disposizione ottica comprende inoltre: una sorgente monocromatica (lampada a vapori di mercurio, e opportuni filtri — soluzione di cloruro di didimio e soluzione di acido picrico — che permettono di utilizzare, della sorgente, soltanto la radiazione 5460 Å); uno specchio a 45° che invia, attraverso un foro praticato nella mensola, il fascio luminoso verso l'apparecchio interferenziale, dove viene concentrato da una lente a cortissimo fuoco; un altro specchio a 45° che permette di fare l'osservazione delle frange mediante un cannocchiale disposto col suo asse orizzontalmente.

Le dimensioni della seconda vaschetta sono: diametro della base, cm. 3; altezza, cm. 1. Sarebbe vantaggioso, ai fini di una maggiore sensibilità della disposizione, ridurre ancora la sezione: ma ciò non è possibile, rappresentando il diametro di cm. 3 il limite, al disotto del quale la curvatura del menisco, al centro, diverrebbe sensibile impedendo di ottenere le frange.

Infine, per evitare che le argentature delle lastre, in contatto coi vari liquidi, si deteriorino, esse sono state protette da lastre di vetro di circa mm. 2 di spessore fissate con balsamo del Canada dalla parte dell'argentatura. Il parallelismo tra le facce di ciascuna di

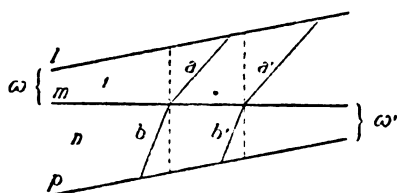


Fig. 2

queste lastre è stato controllato col metodo interferenziale di LUMMER: ma ho dovuto accontentarmi di un parallelismo approssimato, non potendo, d'altronde, pretendere che lastre da specchio del commercio, fossero, in una regione alquanto estesa, a facce rigorosamente parallele.

Comunque, queste lastre, anche se le loro facce non soddisfano rigorosamente alla condizione del parallelismo, non hanno sensibile influenza sulla nettezza delle frange.

Si può effettuare il regolaggio dell'apparecchio interferenziale operando in due modi. I. In assenza del liquido, si rendono prima paralleli i due specchi, agendo sulle viti di regolaggio; poi, introdotto il liquido, si porta, mediante le viti calanti, la superficie libera di questo ad essere parallela alle altre due. II. Senza preoccuparsi preventivamente del parallelismo degli specchi, è sempre possibile, mediante le viti di regolaggio, realizzare un sistema aria-liquido

che equivalga ad una lamina d'aria a facce piane e parallele. È evidente che, perchè questa condizione sia soddisfatta, è necessario che nessuna coppia delle tre superfici sia parallela; ma che occorre che si produca un compenso fra l'inclinazione degli specchi e la prismaticità della lamina liquida.

Se indichiamo (fig. 2) con l , m , p le sezioni delle tre superfici col piano della figura, la condizione che deve essere soddisfatta perchè i cammini ottici $a + nb$ e $a' + nb'$ si possano considerare, in prima approssimazione, uguali, è:

$$(1) \quad n \operatorname{tg} \omega' = \operatorname{tg} \omega,$$

purchè l'inclinazione dei raggi non sia troppo grande.

Questa condizione, che dipende solo dall'indice di rifrazione n del liquido, una volta realizzata, si conserva per qualsiasi spostamento parallelo della superficie liquida. La (1) comprende, come caso particolare, il caso in cui si abbia $\omega' = 0$. Allora, perchè essa sia soddisfatta, è necessario che sia anche $\omega = 0$; cioè le tre superfici devono essere parallele. Nel caso generale, qualunque sia il valore di ω' , per ottenere le frange, basta regolare lo specchio superiore in modo che faccia con la superficie liquida un angolo ω che soddisfi alla condizione (1).

L'obiezione che si può fare al metodo descritto riguarda l'influenza del liquido sulla stabilità delle frange: le variazioni continue di livello che subisce la superficie liquida per effetto di varie cause accidentali, traducendosi in una trepidazione continua delle frange, renderebbe illusoria la precisione del metodo.

Ma a questo inconveniente si ovvia facilmente. Già il MICHELSON nella celebre memoria sulla rigidità della terra (*Astrophysical Journal*, 1919) aveva segnalato che era possibile ottenere una buona stabilità delle frange, purchè lo spessore dello strato liquido fosse dell'ordine di qualche decimo di millimetro. Nel mio caso, in cui la superficie del liquido è notevolmente inferiore a quella dell'esperienza del MICHELSON, si ottiene una soddisfacente stabilità anche con spessori della pellicola liquida dell'ordine del millimetro. Inoltre, se lo specchio superiore è molto vicino alla superficie liquida, la viscosità dello strato d'aria interposto cospira con quella dello strato liquido a smorzarne le oscillazioni. La stabilità risulta poi molto più grande, se le osservazioni vengono fatte un po' di tempo dopo che l'apparecchio interferenziale sia stato regolato; ciò che s'accorda con quanto era stato già osservato da Lord RAYLEIGH relativamente al tempo che impiega una lamina liquida ad assumere la posizione d'equilibrio.

Con gli accorgimenti indicati si possono rendere le oscillazioni del liquido inferiori ad una piccola frazione di frangia, cosicchè, nella misura, si può, con sicurezza raggiungere la precisione della mezza frangia.

Costante dell'apparecchio. - Per stabilire la relazione che permette di calcolare il dislivello h dal computo delle frange, indichiamo con S_1 e S_2 le sezioni delle due vaschette. Per effetto del campo, il livello del liquido nell'apparecchio interferenziale (vaschetta S_2) subirà uno spostamento l cui corrisponderà il passaggio di N frange.

Il dislivello totale h sarà quindi:

$$h = l \left(1 + \frac{S_2}{S_1} \right);$$

ed essendo, nel nostro caso, $S_1 = 4S_2$, sarà ancora:

$$h = \frac{5}{4} l.$$

D'altra parte, essendo anche $l = \frac{N \cdot 5460 \text{ Å}}{2(n-1)}$ si avrà infine:

$$(2) \quad h = \frac{5}{4} \frac{N \cdot 5460 \text{ Å}}{2(n-1)} = \text{cm. } 0.000034 \frac{N}{n-1}.$$

La (2) mostra come la determinazione del dislivello h dipenda, oltre che dal numero N delle frange, anche dall'indice di rifrazione del liquido. Per la misura dell'indice può venire utilizzata la stessa disposizione descritta per la misura di χ .

Supponiamo, infatti, noto con precisione l'indice di rifrazione di un liquido, per es. l'acqua, relativo alla radiazione λ . Allora, ad una certa variazione Δh del livello liquido, si osserverà il passaggio di un numero N di frange: e tra N e l'indice di rifrazione n sussisterà la relazione:

$$(3) \quad N\lambda = 2(n-1)\Delta h.$$

Per un altro liquido d'indice n' , alla stessa variazione di livello Δh corrisponderà il passaggio di N' frange, e sussisterà la relazione analoga alla (3):

$$N'\lambda = 2(n'-1)\Delta h.$$

Da questa e dalla (3) si ricava:

$$\frac{N'}{N} = \frac{n'-1}{n-1},$$

dove n è noto ed N ed N' sono dati dall'esperienza. Si può ottenere il dislivello costante Δh o con l'artificio descritto nella nota citata, che consiste nell'aggiungere, con opportune precauzioni, al liquido contenuto nelle due vaschette un determinato volume dello stesso liquido, oppure immergendo completamente nella vaschetta posta nel campo un corpo solido, insolubile nel liquido. Perchè la misura sia possibile è necessario che il passaggio delle frange non sia troppo rapido; a tal fine occorre scegliere di piccola sezione il tubo di comunicazione fra le due vaschette e operare in modo che l'immersione del corpo solido avvenga gradualmente.

Misura dell'intensità del campo. - Essendo la costante di suscettività magnetica dell'acqua nota con estrema precisione, mi son servito di questa per la misura dell'intensità del campo magnetico impiegato nelle mie determinazioni: campo corrispondente all'intensità di 10 ampères della corrente magnetizzante. Tracce di impurità nell'acqua non potevano influire sensibilmente sulla precisione della misura, essendo esse ordinariamente rappresentate da sali diamagnetici, la cui costante di suscettività è poco diversa da quella dell'acqua.

Per eliminare l'errore dovuto al magnetismo residuo dell'elettrocalamita, ogni misura rappresentava la media di quattro determinazioni effettuate: dando il campo; togliendolo; invertendolo; togliendolo ancora. Le variazioni della corrente magnetizzante dall'intensità zero all'intensità di 10 ampères e viceversa, si facevano avvenire molto lentamente, in modo che anche il passaggio delle frange fosse così lento da poterle agevolmente contare.

Per l'acqua, la temperatura ambiente essendo di 25°, ho ottenuto, come media di numerose misure, ciascuna delle quali, a sua volta, rappresentava la media di quattro determinazioni effettuate nel modo indicato, il passaggio di 265 frange. Il movimento di queste avveniva dal centro alla periferia per valori crescenti del campo magnetico; in senso inverso per valori decrescenti: e ciò conformemente al diamagnetismo dell'acqua.

Per calcolare il valore di H , poniamo nella espressione:

$$\frac{1}{2}(\chi - \chi_1)H^2 = hgd = 0.000034 \frac{N}{n-1} gd,$$

χ suscettività magnetica dell'acqua a 25°. Il suo valore, calcolato in base al valore corrispondente a 20° dato dalle tabelle del LANDOLT-BÖRNSTEIN, e in base alla formula del CABRERA, che dà la variazione del coefficiente di suscettività dell'acqua con la tempe-

ratura $\left(-\frac{\delta x}{x} = [(1.67 + 0.0016(t - 20^\circ))(t - 20^\circ)10^{-8}]\right)$ è risultato uguale a $0.7187 \cdot 10^{-6}$.

χ_1 coefficiente di suscettività magnetica dell'aria a 25° è dato dalla formula: $\chi = 308 \frac{P}{T^2} 10^{-7}$ (dove P è la pressione espressa in centimetri di mercurio): si ha per χ_1 il valore $0.025 \cdot 10^{-6}$

$g = 981$ cm.

δ (densità dell'acqua a 25°) = 0.99707

n (indice di rifraz. dell'acqua a 25° , relativo alla $5460\text{\AA}$) = 1.334.

Si deduce per H il valore di 8700 Gauss.

Suscettività magnetica del Solfato di Praseodimio. - Di questo sale (formula di costituzione: $\text{Pr}_2(\text{SO}_4)_3 + 8\text{H}_2\text{O}$; provenienza Istituto Chimico della R. Università di Firenze) ho preparato due soluzioni, sciogliendo:

sol. A) gr. 0.9	in 45	cm. ³ d'acqua	} temperatura 25° .
sol. B) gr. 0.425	in 28.3	» »	

Per la soluzione *A* ho ottenuto il passaggio di 153 frange; di 182 per la soluzione *B*. Per tutte e due le soluzioni, tale passaggio avveniva, per campi crescenti, dal centro alla periferia, indicando il prevalere del diamagnetismo dell'acqua.

Il valore di χ_1 si calcola dalla relazione:

$$\frac{\frac{N}{n-1}}{\frac{N_1}{n_1-1}} = \frac{\chi}{\chi_1}$$

Si ottiene, per le due soluzioni:

$$\chi_A = -0.413 \cdot 10^{-6}; \quad \chi_B = -0.493 \cdot 10^{-6}.$$

Si passa dalla costante di suscettività della soluzione a quella del sale disciolto, applicando la formula di KÖNIGSBERGER:

$$\chi_1 = \frac{p}{100} \chi' + \left(1 - \frac{p}{100}\right) \chi,$$

dove χ_1 è la costante di suscettività magnetica della soluzione, χ' quella del soluto, χ quella dell'acqua; e p rappresenta il numero di grammi di sostanza disciolta in 100 grammi di soluzione.

Si ottiene:

$$\chi'_A = 18,76 \cdot 10^{-6}; \quad \chi'_B = 18,49 \cdot 10^{-6}.$$

La media tra questi due valori dà per la costante di suscettività magnetica del solfato di praseodimio il valore: $18,625 \cdot 10^{-6}$.

Questo valore, moltiplicato per 570 (peso molecolare del sale) dà la costante di suscettività molecolare χ_m che risulta uguale a $10,616 \cdot 10^{-3}$.

Inoltre, essendo $\chi_m = \chi_{\text{catione}} + \chi_{\text{anione}}$, si può determinare il coefficiente di suscettività magnetica dello jone P_r^{+++} , conoscendo quello del radicale SO_4 che è uguale a $-0,040 \cdot 10^{-3}$. Si ottiene per P_r^{+++}

$$\chi = 5,36 \cdot 10^{-3}.$$

L'applicazione della legge di CURIE:

$$\chi_m T = C_m$$

(si trascura la costante Δ della legge di CURIE modificata, essendo i valori di Δ , per le terre rare, molto piccoli) porta alla determinazione della costante di CURIE.

Si ha:

$$C_P, 5,36 \cdot 10^{-3} \times 298 = 1,59.$$

Infine la relazione di LANGEVIN:

$$\mu_0 = \sqrt{3RC_m},$$

dove μ_0 rappresenta il momento magnetico della grammimolecola, ed $R = 8,3 \cdot 10^7$ g. c. s. la costante dei gas per la stessa massa, permette di determinare il momento magnetico dello jone P_r^{+++} . Si trova per μ_0 il valore 19900, il quale, diviso per 5584, dà 3,56, numero dei magnetoni di BOHR.

La tabellina seguente permette di fare il confronto tra il valore teorico e i vari valori determinati sperimentalmente per il numero di magnetoni di BOHR del P_r^{+++} .

NUMERO DEI MAGNETONI DI BOHR.

Elemento	Val. teor. dedotto da: $g\sqrt{j(j+1)}$	Valori sperimentali dedotti da $2,83\sqrt{C}$			
		Stef. Meyer	Ugo Decker	B. Cabrera	Specchia
P_r^{+++}	3,58	3,47	3,41	3,60	3,56

FRANGE ANALOGHE ALLE FRANGE D'OHM

Nota di O. SPECCHIA

Sunto. - *Si descrivono frange d'interferenza che si ottengono con una lente piano-convessa, di cui la faccia curva sia stata resa piana in una piccola regione normalmente all'asse ottico.*

Le frange che descrivo si ottengono mediante una lente piano-convessa (sferica o cilindrica), di cui la faccia curva sia stata resa piana in una piccola regione centrale normalmente all'asse ottico. La sorgente che s'impiega è una sorgente puntiforme o lineare, di piccolo diametro apparente; e il fenomeno d'interferenza è non localizzato. L'osservazione delle frange si fa mediante l'oculare di FRESNEL: esse sono o circolari (lente sferica e sorgente puntiforme), o rettilinee (lente cilindrica e sorgente lineare). Corrispondendo tali frange, per la ragione che vedremo, ad un ordine di interferenza elevato, esse non sono visibili in luce bianca: è quindi necessario l'impiego di una sorgente monocromatica (fiamma sodata, arco a mercurio, etc.).

Le frange risultano più brillanti con la disposizione: lente cilindrica — sorgente lineare; ed è di questa disposizione che passo ad occuparmi.

La lente cilindrica che adopero è una lente piano convessa da occhiali per la correzione dell'astigmatismo; sulla faccia curva essa è resa piana in una regione rettangolare che ha le dimensioni: 1 cm. per la dimensione della lente secondo la direzione di curvatura nulla. Siccome non occorre che questa regione piana sia lavorata con grande precisione, la disposizione che descrivo può essere realizzata con estrema facilità.

Sia L la lente cilindrica (vedi fig. 1) resa piana nella regione MM' . Una linea luminosa S , normale all'asse ottico, dà, attraverso la lente L , un'immagine reale S' ; attraverso la lastra MM' , un'immagine virtuale S'' , che coincide con S . Le sorgenti che interferiscono sono S ed S' . Esse sono coerenti, ma non sincrone, dipendentemente dal fatto che la lastra non ha lo stesso spessore che avrebbe la lente in corrispondenza del suo centro ottico. La differenza di fase, costante, fra le due sorgenti dipende dalla differenza di cammino ottico

$\epsilon(n-1)$, dove ϵ rappresenta lo spessore massimo del vetro asportato, ed n il suo indice di rifrazione. Il fenomeno di interferenza si produrrà nelle regioni dello spazio nelle quali si ha sovrapposizione dei due volumi luminosi che emanano da S e da S' .

I. Osserviamo il fenomeno in un piano σ_1 , normale all'asse ottico, e situato fra la lente e la sorgente S' , ad una distanza x_1 da questa. Il campo di interferenza avanti S' è rappresentato nella fig. 1 dalla zona tratteggiata. Sia d la distanza SS' fra le due sorgenti e consi-

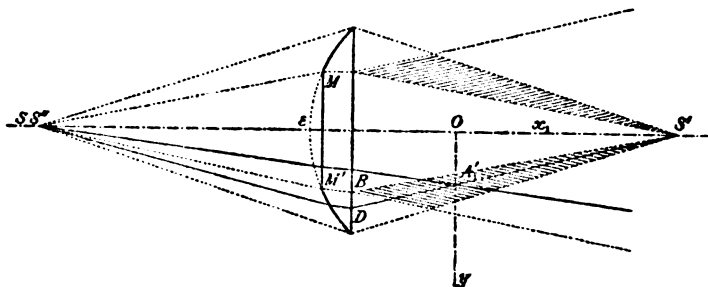


Fig. 1

deriamo i due raggi SDA_1 ed SBA_1 che convergono sul piano σ_1 in un punto A_1 alla distanza y da O . Calcoliamo i ritardi.

Per il raggio SDA_1 si ha:

$$\begin{aligned} SDA_1 &= SDS' - S'A = SS' + \epsilon(n-1) - \sqrt{x_1^2 + y^2} = \\ &= d + \epsilon(n-1) - \sqrt{x_1^2 + y^2}. \end{aligned}$$

Per il raggio SBA_1 si ha invece:

$$SBA_1 = \sqrt{SO^2 + OA_1^2} = \sqrt{(d-x_1)^2 + y^2}.$$

La differenza Δ dei ritardi risulta:

$$\Delta = SBA_1 - SDA_1 = \sqrt{(d-x_1)^2 + y^2} + \sqrt{x_1^2 + y^2} - d - \epsilon(n-1).$$

Sviluppando in serie i due radicali, si ha infine:

$$\Delta = \frac{y^2 d}{2x_1(d-x_1)} - \epsilon(n-1).$$

Da questa espressione, ponendo $\Delta = \lambda m$, si ottiene la relazione

$$y = \sqrt{\frac{2x_1[\lambda m + \epsilon(n-1)](d-x_1)}{d}}$$

tra l'ordine m di una frangia qualsiasi e la sua posizione sul piano σ .

II. Osserviamo ora il fenomeno in un piano σ_2 posto al di là della sorgente S' , ad una distanza x_2 da questa. Il campo di interferenza al di là di S' è rappresentato nella fig. 2 dalla zona tratteggiata.

Considerando i due raggi SDA_2 ed SA_2 convergenti in A_2 sul piano σ_2 , si giunge con procedimento analogo a quello seguito pel

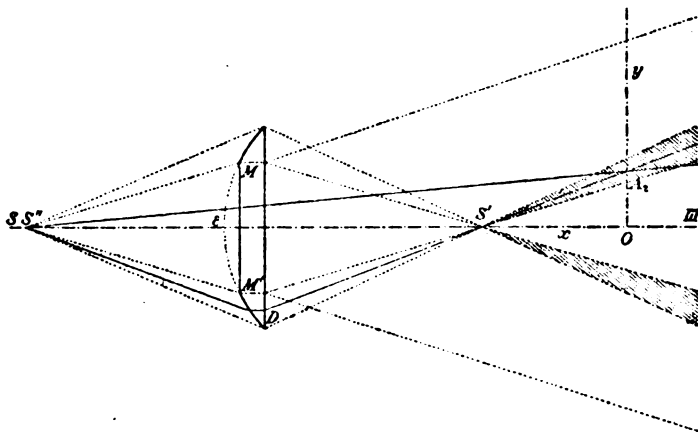


Fig. 2

caso I, e, trascurando la variazione di fase che subisce il raggio SDA_2 al passaggio per S' , all'espressione:

$$\Delta = \frac{y^2 d}{2x_2(d+x_2)} - \varepsilon(n-1)$$

che dà la differenza dei ritardi, e all'altra:

$$y = \sqrt{\frac{2x_2[\lambda m + \varepsilon(n-1)](d+x_2)}{d}}$$

che stabilisce la relazione fra l'ordine m di una frangia e la sua posizione sul piano σ_2 .

Oltre alle frange descritte, altre sono osservabili nella regione III, separate dalle II dalle frange della caustica. Esse appartengono al sistema II, come si può verificare osservando che: scompaiono se si occulta o solo la regione centrale piana della lente o ambedue le regioni curve; permangono se si occulta una o l'altra delle regioni curve.

INDICE

BARTORELLI A. - Un modo di rendere visibili le leggi di variazione delle correnti variabili	pag. 1
CARRELLI A. - Sul calcolo dell'energia di dissociazione delle molecole biatomiche »	9
CICCONI A. - Saggio di applicazione delle frangie di combinazione allo studio degli obiettivi microscopici . . »	14
POLARA V. - Sull'influenza del gradiente termico del dielettrico nei fenomeni di triboelettricità »	26
AMERIO A. - Ancora a proposito delle leggi sulla dilatazione dei gas e sulle tensioni dei vapori »	39
VOLTERRA V. - In memoria di H. A. LORENTZ »	41
GIAMBALVO V. - Una possibile spiegazione del doppio segno del coefficiente di HALL »	44
GRAFFI D. - Sui problemi della ereditarietà lineare . . »	53
CARRELLI A. - Sulle relazioni intercedenti fra le varie statistiche e la meccanica ondulatoria »	73
ARIANO R. - La resistenza a compressione della gomma. . »	77
MADIA G. - La teoria dinamica dell'elettromagnetismo nei riguardi delle forze ponderomotrici »	108
BONINO G. B. e VAGLIO V. - Osservazioni sul calcolo dei calori di diluizione secondo la teoria di DEBYE-HÜCKEL »	115
POLARA V. - Sull'influenza dell'estensione e dello stato di contrazione della superficie nel fenomeno di triboelettricità del mercurio »	127
MARTINOZZI L. - Su di un nuovo modello di igrometro a condensazione »	137
POCHETTINO A. e FULCHERIS G. - Su alcuni fenomeni osservati nella scarica a bagliore in corrente alternata . »	143

GIORGIO G. e ROSATI M. - Osservazioni critiche alle teorie sulla composizione dei colori proposte da NEWTON sino ai giorni nostri	pag. 167
FERRIER F. - Le scalaire Ampérien »	181
VALLE G. - Diagramma teorico delle fasi stazionarie e transitorie della scarica elettrica nei gas »	195
ROSTAGNI A. - Su la deformazione di un campo di corrente in un suolo omogeneo provocata da una sfera di diversa conduttività »	204
MAZZARI A. - L'effetto di HALL in campi magnetici molto intensi »	215
CARRARA N. - Sopra i miscugli gassosi »	224
RANZI I. - Attinometro totalizzatore con cellula fotoelettrica »	234
MALAGOLI R. - Oscillazioni proprie del triodo in accoppiamento magnetico »	239
POLVANI G. - Alcune immediate conseguenze termodinamiche della quantizzazione del gas ideale monoatomico »	256
RONCHI V. e GIOTTI G. - Sulla localizzazione degli anelli di NEWTON »	265
GIOTTI G. - Sulla dimostrazione del teorema di MALUS-DUPIN »	271
SIRACUSANO N. - Spettro continuo e spettro d'arco del bromo »	272
PASTORELLO S. - I metalli Fe, Co, Ni, Cu usati come reticoli di diffrazione delle corrispondenti radiazioni X . »	284
CAMPETTI A. - Sugli spettri di scintilla nei liquidi. Regione ultravioletta »	291
POLVANI G. - La nuova teoria quantistica del gas ideale monoatomico e la legge di AVOGADRO »	307
GRAFFI D. - Sulla teoria delle oscillazioni elastiche con ereditarietà »	310
MARTINOZZI L. - Sulla misura del potere riflettente del suolo col fotometro di RICHARDSON »	318
RANZI I. - Nuovo registratore di atmosferici e primi risultati con esso ottenuti »	326

POLVANI G. - Forma generale dell'equazione caratteristica del gas ideale monoatomico	pag. 331
CARRELLI A. - Sull'enunciato del principio di NERNST . . »	341
MONTÙ M. C. - Sulla causa dell'anormalità termo-triboelettrica del vetro	» 347
POLARA V. - Influenza del riscaldamento del mercurio nel fenomeno di triboelettricità col vetro	» 352
SPECCHIA O. - Sull'ellitticità della vibrazione trasmessa dalle lamine di ferro magnetizzate	» 361
TODESCO G. - Sull'applicazione delle cellule fotoelettriche alle misure polarimetriche	» 376
BRUNETTI R. - Osservazioni sullo spettro d'assorbimento di composti di praseodimio in diversi stati termici e di aggregazione	» 391
MAJORANA Q. - Su di un fenomeno fotoelettrico constatabile con gli audion	» 404
RONCHI V. - Per determinare rapidamente il senso dello spettro negli spettroscopi a gradinata	» 413
CHELLA S. - Proprietà ottiche delle lamine liquide nello spazio nero di NEWTON	» 416
SPECCHIA O. - Suscettività magnetica di alcune soluzioni di Solfato di Praseodimio	» 432
SPECCHIA O. - Frange analoghe alle frange d'OHM . . »	441

RIVISTA

LE NUOVE CONCEZIONI STATISTICHE

Nota di A. CARRELLI

La termodinamica, e cioè quella parte della Fisica che aveva raggiunto un notevole grado di perfezione, ha subito anch'essa negli ultimi tempi una grande trasformazione. I concetti statistici infatti introdotti in questa branca hanno modificato com'è ben noto la vecchia concezione classica ed hanno permesso di chiarire un gran numero di concetti e di costruire un nuovo ramo di dottrina, la termodinamica statistica. Questo nuovo campo della Fisica si è rapidamente sviluppato ed ha acquistato importanza grandissima in numerose quistioni di Fisica teorica.

Il primo decisivo risultato ottenuto dall'indagine statistica fu quello ricavato dal BOLTZMANN sul significato fisico dell'entropia e sul modo come essa possa calcolarsi. D'altra parte l'entropia è collegata com'è ben noto ad altre funzioni termodinamiche, quindi basta arrivare alla determinazione della entropia per poter conoscere tutto il comportamento del sistema che si considera. Qual'è il significato fisico dell'entropia? BOLTZMANN mostrò come questa funzione fosse collegata alla cosiddetta probabilità; e cioè considerando il corpo in esame, per esempio una certa massa gassosa, come formato da un insieme disordinato di particelle, egli mostrò come la probabilità di realizzazione di un certo stato fosse collegata al valore dell'entropia di tale stato. In questa esposizione delle moderne statistiche non ci fermeremo su tale quistione, ma partiremo appunto dal teorema fondamentale di BOLTZMANN modificato da PLANCK, che dà l'entropia

$$S = k \log W,$$

e ci soffermeremo principalmente sul modo col quale bisogna determinare W .

Come si è già detto la concezione nuova che permette di chiarire i concetti fondamentali della termodinamica è fondata sull'applicazione delle idee statistiche. I corpi materiali sono costituiti da un insieme di monadi, atomi o molecole, e recentemente anche la radiazione è stata considerata come costituita da tante monadi, i quanti di luce. Volendo studiare le proprietà dell'insieme in base ai concetti statistici significa in sostanza considerare una certa proprietà degli individui, diciamo per esempio la posizione o la velocità delle molecole di una certa massa gassosa oppure la posizione e l'energia dei quanti di luce e dividendo la grandezza in esame, per esempio la velocità, in tanti piccoli intervalli, ricercare come sono distribuiti gli individui in ciascuno di questi intervalli: la determinazione di questa distribuzione è basata su vari principi che man mano esporremo.

Incominceremo dalla prima determinazione fatta, e cioè dalla statistica formulata per la prima volta da BOLTZMANN e detta anche statistica naturale. Vediamo in che cosa questa consiste. Per fissare le idee supponiamo che l'insieme delle monadi sia un insieme di masse materiali non sottoposte a nessuna forza, supponiamo che si abbia una certa massa di gas ideale il quale occupa un volume V , e vogliamo conoscere lo stato di questa massa gassosa: intendiamo con questa espressione di voler stabilire come le varie molecole, che costituiscono il gas in esame, sono per esempio distribuite nel volume diviso in un certo numero di cellette elementari e potremo dire di conoscere lo stato del gas quando conosceremo quante molecole si trovano nei vari volumi elementari. Evidentemente fra tutte le distribuzioni che si possono pensare, quella che può realizzarsi nel maggior numero possibile di modi sarà quella che più probabilmente assumerà il gas. Per noi adunque è della massima importanza conoscere in quanti modi può realizzarsi una certa distribuzione delle molecole fra i vari volumi elementari; ma per tale scopo è evidentemente necessario conoscere soltanto il numero delle particelle che si trovano in ogni volume e non quali particelle effettivamente si trovano, se supponiamo per esempio di poter distinguere particella da particella. Se le molecole in tutto sono N di cui N_1 nel primo volume, N_2 nel secondo e così via, il problema che bisogna risolvere è di determinare in quanti modi si può ottenere questa distribuzione. Tale numero è detto *numero delle complessioni o probabilità termodinamica*; e conoscendo tale grandezza W è conosciuto di conseguenza anche il valore della entropia. Ora se si suppone che la probabilità che una molecola si trovi in un volume elementare è indipendente dalla presenza di un'altra molecola in un altro scompartimento, se cioè si ammettono come conseguenza logica del modo col quale si considera costituito un gas nella teoria classica, che le particelle non abbiano alcuna relazione fra di loro, si vede subito che il problema enunciato è presto risolto e il numero W di complessioni è dato dal numero di modi di distribuzioni di N oggetti in modo che N_1 occupi il primo posto, N_2 il secondo e così via, cioè si ha

$$W = \frac{N!}{N_1! N_2! N_3! \dots}$$

Questa statistica ha dunque per base fondamentale l'ipotesi che le varie molecole possono trovarsi nei vari volumi elementari indipendentemente l'una dall'altra, e cioè che posseggono probabilità di situarsi nei vari volumi elementari assolutamente indipendenti. Nel ragionamento fatto finora ci siamo soltanto preoccupati di determinare la posizione che le molecole avevano nei vari volumi elementari; abbiamo cioè considerato il caso nel quale si hanno soltanto tre variabili indipendenti; vediamo ora come bisogna estendere il ragionamento quando, volendo determinare lo stato del gas, non basta soltanto conoscere le coordinate, ma ancora altre variabili, come per esempio le tre componenti dell'impulso o i momenti magnetici o i momenti elettrici ecc. In

tal caso noi procederemo ugualmente; soltanto invece di dividere lo spazio tridimensionale in tanti volumi elementari ci riferiremo ad un'iperspazio che ha tante dimensioni quanti sono i parametri che devono impiegarsi per individuare completamente una monade. Nei casi che dobbiamo trattare basta conoscere la posizione delle molecole cioè le tre coordinate q_1, q_2, q_3 , e i tre momenti coniugati p_1, p_2, p_3 . Il volume dello spazio di fase sarà allora dato da

$$\iiint \iiint dq_1 dq_2 dq_3 dp_1 dp_2 dp_3.$$

Se si osserva che il prodotto $dq_i dp_i$ ha le dimensioni di un'azione possiamo fin da ora dire che le dimensioni dello spazio di fase sono date dalle dimensioni di una azione elevata al cubo. Per calcolare il valore di W bisogna quindi dividere lo spazio di fase in tanti volumi o cellette elementari e procedere analogamente a quanto è stato fatto per lo spazio tridimensionale. Possiamo ricavare dalle precedenti considerazioni che nella statistica di **BOLTZMANN** un elemento rimane non ancora fissato definitivamente, e precisamente il volume delle cellette rimane ancora arbitrario; questo elemento di indecisione si ritrova naturalmente nella relazione scritta che dà W perchè il numero dei fattoriali del denominatore, numero che determina appunto il numero delle cellette, non viene fissato.

• • •

Ma accanto a questa statistica sono ora note altre due di natura diverse: la prima di questa fu introdotta da **BOSE** che trattò il problema della radiazione nera e riuscì a determinare la legge di distribuzione dell'energia fra le varie frequenze soltanto in base all'ipotesi dei quanti di luce. Egli giunse infatti servendosi di una nuova concezione statistica alla legge di **PLANCK**; **EINSTEIN** applicò questa statistica alle monadi materiali, ottenendo così una nuova teoria del gas, ma il **FERMI** partendo da un principio che ha la massima importanza nella fisica dell'atomo, fondò un'altra statistica in contrapposizione a quella di **EINSTEIN** e costruì una nuova teoria del gas distinta da quella di **EINSTEIN**. Nello stato attuale della teoria pare che si possa sicuramente affermare che alla vecchia concezione di **BOLTZMANN** è da sostituire o la teoria di **BOSE** quando si tratta di quanti di luce, o la teoria di **FERMI** quando si ha da considerare un insieme di particelle materiali. Vediamo queste due nuove statistiche in che cosa consistono.

Incominciamo col considerare quella di **BOSE**. Come si è detto questo **A.** considera la radiazione contenuta in un involucro di volume V come costituita da corpuscoli, i quanti di luce d'energia ϵ , legati alla frequenza dalla celebre relazione di **PLANCK** $\epsilon = h\nu$. Ad ogni quanto d'energia ϵ compete un impulso $p = \frac{\epsilon}{c}$, e fra le tre componenti di p esiste la relazione

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 = \frac{\epsilon^2}{c^2}.$$

Un quanto sarà perfettamente individuato quando saranno note le tre coordinate che ne fissano la posizione nello spazio e le tre componenti del-

l'impulso, sarà così individuato da un punto dello spazio di fase e la distribuzione dei punti nello spazio di fase individua pienamente la distribuzione della energia raggiante nell'involucro. In questa statistica s'incomincia prima di tutto col determinare il volume dello spazio di fase in cui cadono tutti i punti che rappresentano i quanti di luce la cui energia è compresa fra ϵ e $\epsilon + d\epsilon$. Si avrà evidentemente che tale volume è dato da

$$\int_V dx dy dz \int_{p_x}^{p_x + dp_x} \int_{p_y}^{p_y + dp_y} \int_{p_z}^{p_z + dp_z}$$

e cioè

$$V \Delta \left(\frac{4\pi}{3} p^3 \right) = V 4\pi \frac{\epsilon^2}{c^3} \Delta \epsilon,$$

e se noi conosciamo o comunque assegnamo il volume di una celletta possiamo subito conoscere il numero delle celle che sono occupate dai quanti di luce compresi in detto intervallo $\Delta \epsilon$. Noi porremo il volume delle cellette uguale a h^3 dove h è la costante di PLANCK. Poichè questa costante ha le dimensioni di un'azione è verificata la condizione sopra cennata. Il numero ΔA delle cellette è allora

$$\Delta A = 4\pi V \frac{\epsilon^2 \Delta \epsilon}{h^3 c^3}.$$

Come vedesi, nella statistica di BOSE è determinazione essenziale il numero delle cellette; ed inoltre non si ricerca il modo come distribuire i quanti nelle varie celle ma invece, determinato il numero ΔA di celle, si passa a risolvere quest'altro problema: in quanti modi possiamo distribuire i quanti in maniera che $p_0 \Delta A$ celle siano vuote, $p_1 \Delta A$ siano occupate da un quanto, $p_2 \Delta A$ siano occupate da due quanti e così via? Fra le varie disposizioni possibili quella che sarà realizzabile in un maggior numero di modi sarà la distribuzione più probabile e calcolata tale distribuzione e cioè noti i valori di p_0, p_1, p_2 , ecc... conosceremo come i quanti sono distribuiti fra le varie celle, cioè conosceremo la distribuzione dell'energia. Dobbiamo allora conoscere il numero di modi nei quali può farsi una data distribuzione. Se si suppone che la probabilità perchè una cella sia occupata da un quanto è indipendente dall'occupazione di una cella da altri quanti, se cioè si ammette che le celle siano indipendenti, come nella teoria di BOLTZMANN si ammettevano le molecole, si vede subito che il numero di complessioni in tal caso è dato da

$$W = \frac{\Delta A!}{(p_0 \Delta A)! (p_1 \Delta A)! (p_2 \Delta A)! \dots}$$

Come vedesi in questo caso vi è tutto un altro modo di contare le complessioni; in tale calcolo non è più richiesto come prima l'indipendenza fra le varie monadi. Cerchiamo dunque di comprendere questa nuova concezione considerando un esempio concreto: si abbiano per esempio 4 quanti e

3 celle; secondo BOLTZMANN il problema fondamentale è di sapere in quanti modi si possono distribuire questi quanti in un modo determinato, per esempio il seguente: nessun quanto nella prima cella, tre nella seconda, uno nella terza, e queste disposizioni in numero di

$$\frac{4!}{0! 3! 1!} = 4$$

sono diverse fra di loro perchè gli elementi si scambiano fra di loro. Ma secondo BOSE il problema è diverso: per questo autore se una cella è vuota non importa quale essa sia e invece del calcolo precedente ora interessa sapere in quanti modi si può avere una cella vuota, una occupata da un quanto e una occupata da tre quanti, e tal numero è dato da

$$\frac{3!}{1! 1! 0! 1!} = 6.$$

In questa statistica si vede subito che contano per una sola tutte quelle distribuzioni che sono realizzate nello stesso modo ma con quanti differenti. Si è così introdotto in questa nuova statistica il postulato fondamentale seguente che le varie monadi perdono in certo modo la loro individualità; ciò che costituisce la parte fondamentale del problema non è più il numero di disposizioni delle varie monadi ma il numero di certi gruppi di monadi che costituiscono in certo modo delle unità inscindibili.

...

Abbiamo così visto in che nuova maniera si considerano le complessioni nella statistica di BOSE; ma si ha ancora un'altra statistica quella di FERMI che sembra sia quella da sostituire alla naturale nel caso che si debba trattare un problema relativo a particelle materiali. Per comprendere questa nuova statistica è da notare che per BOSE possono aversi più quanti nella stessa cella dello spazio di fase. Il postulato base della nuova teoria è invece il seguente: se una monade materiale occupa una certa cella non esiste nessun'altra monade che può occuparla; le celle dunque o sono vuote o sono completamente occupate da un'unica monade. Il FERMI fu condotto a questo enunciato dalle seguenti considerazioni. Se una molecola occupa una cella, ciò significa che il suo impulso e le sue coordinate sono compresi entro certi valori; se nessun'altra molecola può occupare la stessa cella, ciò significa che nessun'altra può avere gli stessi valori per gli impulsi e per le coordinate. Ora nella meccanica atomica si ha questo principio enunciato per la prima volta da PAULI: se nell'atomo vi è un elettrone caratterizzato dai quattro numeri quantistici n , n_z , n_y e n_x , non esiste nessun altro elettrone che possa avere gli stessi valori dei numeri quantistici. Per gli elettroni dell'atomo vige questo particolare principio di esclusione, il postulato enunciato dal FERMI è la estensione e generalizzazione alla materia di questo principio del PAULI. Stabilita dunque l'idea fondamentale vediamo come si procede nel ragionamento. Poichè BOSE ha considerato la radiazione come di natura

corpuscolare la prima parte del ragionamento può applicarsi anche in tal caso: il volume dello spazio di fase occupato dai punti il cui valore dell'impulso è compreso fra p e $p + dp$ è evidentemente

$$V\Delta\left(\frac{4\pi}{3}p^3\right) = V4\pi p^2\Delta p$$

ed esprimendo l'impulso p in funzione dell'energia $E = \frac{p^2}{2m}$

$$V4\pi p^2\Delta p = 4\pi V \frac{4E^2}{v^2} d\left(\frac{2E}{v}\right) = 2\pi V(2m)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} dE.$$

Il numero delle celle in questo caso, se il volume elementare è sempre dato da h^3 , è evidentemente

$$\Delta A = V \frac{2\pi}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}} dE.$$

Calcoliamo il numero di modi nei quali possiamo distribuire N molecole fra le ΔA celle in modo che ogni cella sia al massimo occupata da una sola molecola (in questa statistica evidentemente si ha la condizione $\Delta A > N$).

Il problema equivale allora al seguente: in quanti modi ΔA elementi, le celle, possono essere distribuiti su gli N posti (molecole gassose). W è allora

$$W = \frac{\Delta A!}{N!(\Delta A - N)!}.$$

Per considerare anche in questo caso un esempio si abbiano 5 celle e 3 molecole; il numero di distribuzione è

$$\frac{5!}{3! 2!} = 10$$

e anche in questo caso vi è differenza dalla statistica di BOLTZMANN. Sia dunque una di queste distribuzioni così caratterizzata: prima cella occupata, seconda e terza pure occupate, e quarta e quinta vuote. Secondo BOLTZMANN il numero di modi, in cui tale distribuzione è possibile, è dato da

$$\frac{3!}{1! 1! 1! 0! 0!} = 6,$$

e queste sei complessioni, distinte fra loro nella statistica di BOLTZMANN, contano in questa statistica come una sola perchè esse si differenziano soltanto per la distribuzione delle stesse molecole nelle varie celle, ma la disposizione delle celle occupate e vuote rimane la stessa.

• • •

Siamo ora in possesso di tre differenti espressioni per W ; vediamo ora come conoscinta l'espressione di W possiamo ricavare la distribuzione più probabile e cioè lo stato effettivo dell'insieme che consideriamo, la distribuzione dell'energia fra le varie monadi, siano esse quanti di luce o molecole gassose.

Poichè abbiamo ricavato tre espressioni diverse per W dobbiamo evidentemente ottenere tre diverse ripartizioni dell'energia.

Incominciamo dallo studio della distribuzione che deriva dalla statistica di **BOLTZMANN**. L'importanza che ha il numero delle complessioni W deriva dal fatto che conosciuto questo numero è subito conosciuta la entropia in base alla relazione di **BOLTZMANN-PLANCK**

$$S = k \log W.$$

Nel caso attualmente in esame si ha

$$S = k \log \frac{N!}{N_1! N_2! N_3! \dots}$$

Poichè N , N_1 , N_2 ecc. sono numeri molto grandi potremo applicare la formula di **STIRLING** e ritenere senza errore apprezzabile che

$$n! = \left(\frac{n}{e}\right)^n.$$

Noi supponiamo che la massa gassosa sia nello stato di equilibrio, e cioè S sia un massimo: accanto a questa condizione che si esprime

$$\partial S = 0$$

si ha ancora che l'energia del sistema ha un certo valore fisso E e che il numero totale di atomi è N e così le altre due condizioni

$$\partial E = 0, \quad \partial N = 0.$$

In base alla (2) la (1) diventa

$$S = k \log \left(\frac{N}{N_1}\right)^{N_1} + k \log \left(\frac{N}{N_2}\right)^{N_2} + \dots$$

oppure ponendo

$$w_i = \frac{N_i}{N}$$

$$S = -kN \sum_i w_i \log w_i.$$

L'energia totale E possiamo immaginarla costituita nella seguente maniera: nella prima cella immaginiamo raggruppate tutte le molecole d'energia ϵ_1 , nella seconda quelle di energia ϵ_2 ecc.... allora potremo porre

$$E = N_1 \epsilon_1 + N_2 \epsilon_2 + \dots = N \sum_i w_i \epsilon_i.$$

Per lo stato di equilibrio abbiamo dunque le tre condizioni

$$\partial S = -k \sum_i \log w_i \partial w_i - k \sum_i \partial w_i = 0 \quad \text{oppure} \quad \sum_i \log w_i \partial w_i = 0$$

$$\partial E = \sum_i \epsilon_i \partial w_i = 0$$

$$\partial N = 0 \quad \text{oppure} \quad \sum_i \partial w_i = 0.$$

Moltiplicando la seconda e la terza per moltiplicatori indeterminati β e $-\log \alpha$ si ha

$$\sum_i (\log w_i + \beta \epsilon_i - \log \alpha) \epsilon w_i = 0$$

da cui data l'indipendenza delle ϵw_i

$$\log w_i = -\beta \epsilon_i + \log \alpha$$

$$w_i = \alpha e^{-\beta \epsilon_i}.$$

In tal modo abbiamo ottenuto l'espressione di w_i ; questa contiene ancora due costanti arbitrarie α e β che elimineremo nel modo seguente: poichè

$$\sum_i w_i = 1 \quad \text{risulta} \quad \alpha = \frac{1}{\sum_i e^{-\beta \epsilon_i}}.$$

Per ottenere β ci serviremo della relazione seguente che si dimostra nella termodinamica classica

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE}.$$

Ponendo in S per w_i i valori ottenuti si ha

$$\begin{aligned} S &= -kN \sum_i \alpha e^{-\beta \epsilon_i} (\log \alpha - \beta \epsilon_i) = kN \sum_i \beta \alpha e^{-\beta \epsilon_i} - kN \sum_i \alpha e^{-\beta \epsilon_i} \log \alpha \\ &= k\beta E + kN \log \sum_i e^{-\beta \epsilon_i} \end{aligned}$$

e derivando

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{d\beta} \frac{d\beta}{dE} = k \left(\frac{d\beta}{dE} E + \beta \right) - \frac{kN}{\sum_i e^{-\beta \epsilon_i}} \sum_i \epsilon_i e^{-\beta \epsilon_i} \frac{d\beta}{dE}$$

ma

$$\frac{N \sum_i \epsilon_i e^{-\beta \epsilon_i}}{\sum_i e^{-\beta \epsilon_i}} = E$$

quindi

$$\frac{1}{T} = k\beta \quad \text{e} \quad \beta = \frac{1}{kT}.$$

Risulta allora

$$E = \frac{\sum_i \epsilon_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}}.$$

Così abbiamo conosciuta l'espressione della energia del sistema.

Per maggiore comodità nelle applicazioni conviene ancora determinare un'altra funzione termodinamica, l'energia libera, data dalla relazione

$$F = E - TS$$

e ci serviremo dell'espressione dell'entropia

$$S = \frac{E}{T} + kN \log \sum_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}},$$

da cui si vede subito che

$$F = -kN \log \sum_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}.$$

Sappiamo ora quale è l'espressione di E , S , F , e bisognerà soltanto effettuare il calcolo e cioè dobbiamo ricavare il valore della sommatoria che compare in F . Per il modo col quale è costruita la statistica che ora ci interessa non possiamo evidentemente stabilire senz'altro il valore della somma. Questa ha tanti termini quante sono le celle in cui è diviso lo spazio di fase, e tale numero non è stato ancora fissato, poichè non sappiamo ancora quali sono le dimensioni delle celle. Supponiamo che tale volume sia H e che inoltre sia molto piccolo rispetto al volume totale, e cioè lo possiamo considerare quasi come un infinitesimo. Il termine generale della somma può allora considerarsi uguale alla espressione

$$\frac{1}{H} dx dy dz dp_x dp_y dp_z e^{-\frac{\epsilon}{kT}}$$

dove ϵ rappresenta l'energia che compete ad un determinato punto dello spazio di fase di coordinate x, y, z, m_x, m_y, m_z , ed allora si otterrà

$$\sum_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}} = \frac{1}{H} \iiint \iiint dx dy dz dp_x dp_y dp_z e^{-\frac{\epsilon}{kT}}.$$

estendendo l'integrale a tutto il volume V e a tutti i valori delle velocità compresi fra $-\infty$ e $+\infty$. Ora se s'indica con ϵ_0 la quantità di energia di un atomo che non dipende dalla velocità

$$\epsilon = \frac{m}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \epsilon_0$$

$$dp_x = m \dot{x} \dots$$

e quindi

$$\begin{aligned} \sum_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}} &= \frac{V}{H} e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} \int_{-\infty}^{+\infty} m dx e^{-\frac{m \dot{x}^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} m dy e^{-\frac{m \dot{y}^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} m dz e^{-\frac{m \dot{z}^2}{2}} \\ &= \frac{V}{H} e^{-\frac{\epsilon_0}{kT}} (2\pi m kT)^{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

x

e quindi

$$F = -kNT \log \left\{ \frac{V}{H} (2\pi m kT)^{\frac{3}{2}} \right\} + N\epsilon_0.$$

Conosciuta l'energia libera in funzione della temperatura e del volume, è conosciuto il comportamento del gas. Così poichè la termodinamica classica permette di ricavare l'energia E in funzione di F mediante la relazione

$$E = F - T \frac{\partial F}{\partial T}$$

e la pressione p mediante la relazione

$$p = - \frac{\partial F}{\partial V},$$

applicando queste formule nel nostro caso si ottiene:

$$E = N \frac{3}{2} kT + N\epsilon_0$$

e

$$p = \frac{kNT}{V};$$

si ricavano cioè le celebri relazioni del gas ideale. Inoltre la frazione di atomi w_i d'energia uguale a ϵ_i è data da

$$w_i = \frac{e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{\epsilon_i}{kT}}} = \frac{N_i}{N} = \frac{H}{V} (2\pi m kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2kT}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)}$$

relazione che esprime la legge di distribuzione maxwelliana.

...

Vediamò invece quali diverse conseguenze si traggono dalla teoria di BOSE. Poichè in tal caso

$$S = k \log \frac{\Delta A!}{(p_0 A)! (p_1 A)! \dots}$$

procedendo analogamente si ha

$$S = - \Delta A \sum_i p_i \cdot \log p_i;$$

le condizioni secondarie ora sono

$$\Delta E = \sum_i \epsilon_i p_i \Delta A, \quad \sum_i p_i = 0.$$

La condizione di massimo dell'entropia dà

$$\sum_i \log p_i \delta p_i + \sum_i \delta p_i = 0$$

e le altre due condizioni

$$\sum_i i \varepsilon \partial p_i = 0, \quad \sum_i \partial p_i = 0$$

cioè

$$\sum_i \partial p_i (\log p_i + 1 + c + i \varepsilon \beta) = 0$$

con c e β moltiplicatori indeterminati.

Si ottiene allora analogamente

$$p_i = B e^{-i \varepsilon \beta}$$

e cioè perchè $\sum_i p_i = 1$

$$B = \frac{1}{\sum_i e^{i \varepsilon \beta}} = 1 - e^{-\varepsilon \beta}$$

$$p_i = (1 - e^{-\varepsilon \beta}) e^{-i \varepsilon \beta}.$$

L'energia totale sarà allora

$$E = \sum_i i \varepsilon (1 - e^{-\varepsilon \beta}) e^{-i \varepsilon \beta} \Delta A.$$

Il problema che si voleva risolvere era quello di trovare come erano distribuiti i quanti per ogni cella; possiamo quindi dire che l'energia $\bar{u}$ che in media possiede ogni cella è

$$\bar{u} = \frac{E}{\Delta A} = \sum_i i \varepsilon (1 - e^{-\varepsilon \beta}) e^{-i \varepsilon \beta} = 1 - e^{-\varepsilon \beta} \sum_i \frac{i \varepsilon}{e^{-i \varepsilon \beta}} = \frac{\varepsilon}{e^{\varepsilon \beta} - 1}.$$

Per trovare il significato di β ci serviremo come sopra della relazione

$$\frac{1}{T} = \frac{dS}{dE}$$

e si ottiene analogamente

$$\beta = \frac{1}{kT}$$

quindi nella statistica di BOSE applicata ai quanti di luce per i quali $\varepsilon = h\nu$ si ha come espressione dell'energia media di ogni cella

$$\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \bar{u}$$

da cui

$$\Delta E = \Delta A \bar{u} = V 8\pi \frac{h\nu^3}{c^3} \frac{d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

e con ciò è risolto completamente il problema proposto. La relazione scritta è la celebre formula di PLANCK ottenuta così in base alla nuova statistica e al concetto dei quanti di luce. Se avessimo applicata la vecchia concezione

di **BOLTZMANN** avremmo avuto, sempre ammettendo l'ipotesi dei quanti di luce, la stessa distribuzione che abbiamo trovato precedentemente e cioè

$$w_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}$$

da cui si potrebbe ricavare che l'energia media è data da kT e quindi

$$\Delta E = V 8\pi \frac{h\nu^2}{c^3} kT$$

e cioè in luogo della legge di **PLANCK**, quella di **LORD RAYLEIGH** in disaccordo con i dati sperimentali.

• • •

Vediamo infine come può calcolarsi l'energia totale, e l'energia libera di un insieme di monadi il quale segue la terza statistica: la statistica di **FERMI**. Nell'esposizione precedente dei concetti fondamentali di questa teoria noi abbiamo determinato il numero di complessioni relative alle monadi di energia comprese fra i valori diciamo E_i e $E_i + dE$; volendo ottenere il numero di complessioni relative ai vari valori di E bisognerà evidentemente fare il prodotto delle varie espressioni del numero di complessioni parziali e così si ottiene

$$W = \prod_i \frac{\Delta A_i!}{N_i! (\Delta A_i - N_i)!}$$

indicando con ΔA_i il numero di celle relative all'energia E_i e con N_i il numero relativo di monadi. L'espressione dell'entropia diventa in tal caso

$$S = k \log W = k \sum_i \{ \log \Delta A_i! - \log N_i! - \log (\Delta A_i - N_i)! \}$$

e cioè in base alla formula di **STIRLING**

$$S = k \sum_i \{ \Delta A_i (\log \Delta A_i - 1) - N_i (\log N_i - 1) - (\Delta A_i - N_i) [\log (\Delta A_i - N_i) - 1] \}$$

Abbiamo allora analogamente a quanto è stato fatto precedentemente

$$\partial S = 0, \quad \sum_i E_i \partial N_i = 0, \quad \sum_i \partial N_i = 0$$

ma dalla prima si ricava

$$\sum_i \log \left(\frac{\Delta A_i}{N_i} - 1 \right) \partial N_i = 0$$

e quindi indicando con α e con β due moltiplicatori indeterminati

$$\log \left(\frac{\Delta A_i}{N_i} - 1 \right) = \alpha + \beta E_i, \quad \text{e cioè} \quad N_i = \frac{\Delta A_i}{e^{\alpha + \beta E_i} + 1}.$$

Per avere il significato di β procederemo come prima ricercando l'espressione $\frac{dS}{dE}$ che è uguale a $\frac{1}{T}$ e così si ha come espressione di N_i

$$N_i = \frac{2\pi V(2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \frac{E_i^{\frac{1}{2}} dE_i}{e^{\alpha + \frac{E_i}{kT}} + 1};$$

l'espressione dell'energia totale sarà allora

$$E = \sum_i E_i N_i = \frac{V 2\pi (2m)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{E^{\frac{3}{2}} dE}{e^{\alpha + \frac{E}{kT}} + 1}.$$

Ponendo $\frac{E}{kT} = x$ e

$$F(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{e^{x+\alpha} + 1}, \quad G(x) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{x^{\frac{3}{2}} dx}{e^{x+\alpha} + 1}$$

risulta

$$E = \frac{3}{2} N k T \frac{G(\alpha)}{F(\alpha)}, \quad N = V \frac{(2\pi m k T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} F(\alpha).$$

Il comportamento termico del gas quindi dipende essenzialmente dalle due funzioni di α , $G(\alpha)$ e $F(\alpha)$; se supponiamo la costante α molto maggiore dell'unità può ritenersi

$$F(\alpha) = e^{-\alpha} - \frac{e^{-2\alpha}}{2^{\frac{3}{2}}} + \dots$$

quindi

$$N = \frac{V (2\pi m k T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \left\{ e^{-\alpha} - \frac{e^{-2\alpha}}{2^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

da cui

$$\alpha = \log \left[\frac{V}{N} \frac{(2\pi m k T)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \right] + \dots$$

e così ritenere α positivo e molto grande significa considerare il caso in cui T è molto grande e $\frac{N}{V}$, densità delle particelle, molto piccolo nel quale caso,

corrispondente al comportamento quasi classico del gas, può ricavarsi per S l'espressione

$$S = \frac{N}{V} \left\{ \frac{3}{2} \log T - \log \frac{N}{V} + \log \frac{(2\pi mk)^{\frac{3}{2}} c^{\frac{5}{2}}}{h^3} \right\}$$

che coincide con il valore calcolato in base alla statistica di BOLTZMANN qualora si ponga $H = h^3$. La teoria di FERMI quindi fissa il valore dell'entropia, il quale risulta in accordo ai dati sperimentali, ma essa prevede inoltre deviazioni dalla relazione fondamentale

$$pV = NkT,$$

poichè infatti, sempre nel caso che si considerino temperature non molto basse e densità piccole delle particelle, si può ricavare per p l'espressione

$$p = \frac{N}{V} kT \left\{ 1 + \frac{1}{16} \frac{h^3 N}{V(\pi mkT)^{\frac{3}{2}}} + \dots \right\}.$$

Nel caso opposto α negativo e molto grande si ricavano per E e per p le espressioni

$$E = \frac{3}{40} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2 N^{\frac{2}{3}}}{m} + \frac{2^{\frac{1}{3}} \pi^{\frac{8}{3}}}{3^{\frac{2}{3}}} \frac{mk^2 T^{\frac{2}{3}}}{h^2 N^{\frac{2}{3}}}$$

$$p = \frac{1}{20} \left(\frac{6}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2 N^{\frac{5}{3}}}{m} + \frac{2^{\frac{4}{3}} \pi^{\frac{8}{3}}}{3^{\frac{5}{3}}} \frac{m N^{\frac{1}{3}} k^2 T^{\frac{2}{3}}}{h^2},$$

dalle quali risulta un'energia e una pressione non nulla anche allo zero assoluto. In tal modo risulta fissata la teoria della degenerazione gassosa. Le conferme dirette sperimentali di queste deduzioni si presentano particolarmente difficili ma ormai può dirsi di avere dall'esperienza prove sicure della degenerazione. Notevolissime applicazioni di questa statistica sono state fatte dal PAULI sul paramagnetismo anomalo dei metalli alcalini, e le esperienze di MAC LENNAN hanno mostrato esatte le deduzioni teoriche, e recentemente il SOMMERFELD ha applicato gli stessi concetti alla teoria elettroica dei metalli riuscendo ad eliminare numerose contraddizioni.

Come vedesi adunque la vecchia statistica di BOLTZMANN deve essere abbandonata, e mentre una delle nuove, quella di BOSE, che ammette la contemporanea presenza di monadi nella stessa cella, porta alla legge di emissione del corpo nero qualora applicata ai quanti di luce, quella di FERMI, che si basa su di un principio di esclusione sembra che sia effettivamente caratteristica delle particelle materiali.

ASPETTO FISICO DELLA GRAVITAZIONE

G. DALLA NOCE

CAPITOLO II. Azione a distanza e di contatto ⁽¹⁾.

Un corpo esercita un'azione su un altro, quando per la presenza o per le variazioni di stato del primo, si manifestano anche nel secondo certe variazioni di stato. La prima osservazione delle azioni tra corpi alla superficie terrestre ci conduce a distinguere le azioni di contatto da quelle a distanza. Ma un'analisi più minuta del contatto fa sorgere il dubbio che anche le azioni di contatto più tipiche non siano che azioni a piccolissime distanze. L'urto e la mutua pressione fra corpi non si possono studiare a meno di considerazioni elastiche, cioè, per spiegare le variazioni di forma dei corpi, conseguenti ad urto e pressione, i corpi si debbono ritenere elastici e costituiti di particelle, aventi tra loro una certa distanza; i fenomeni della chimica, dell'elettrolisi, della dispersione ottica e, coll'interpretazione moderna, i fenomeni di radioattività e spettroscopia, si spiegano nel modo più comodo e caratteristico, supponendo la costituzione discontinua della materia. Ma come ci è ignoto l'intimo meccanismo molecolare ed atomico in un corpo, così ignoto ci è il meccanismo di contatto tra corpi. Nonostante questa difficoltà di principio, sembra giusto dal punto di vista fisico ritenere che si abbia contatto tra corpi, quando i più fini metodi di misura fisica non riescono a discernere distanza: così si avrà contatto tra le ultime particelle di uno stesso corpo, tra un fluido ed un solido e tra fluidi, mentre tra solidi si potrà definire il contatto con misure d'interferenza luminosa; per esempio nelle esperienze di AUERBACH e LAFAY per lo studio della deformazione reciproca di due corpi vicinissimi cogli anelli di NEWTON, si assume come punto o zona di contatto la macchia nera, circondata da anelli luminosi. Definito così il contatto, saranno azioni di contatto tra corpi distanti, separati da un mezzo, quelle che non avverrebbero senza quel mezzo, costituente una serie ininterrotta di contatti: per esempio la conduzione elettrica e calorifica, il suono, i fenomeni di radiazioni corpuscolari. Ma vi sono altre azioni a distanza, in cui la catena dei contatti materiali sembra non esserci, quindi neppure si potrebbero ricondurre a prima vista ad una serie ininterrotta di azioni a minima distanza. Queste sono le azioni a distanza propriamente dette, laddove le altre, in cui è evidente la necessità della materia frapposta, en-

(¹) Vedi Capitolo I, « Nuovo Cimento », Rivista (Maggio 1927, n. 5, pag. xc).

trano nella categoria di quelle a contatto. Per le radiazioni termooptiche, elettriche e magnetiche è stato dimostrato colle più fini esperienze di laboratorio che la materia interposta può modificarne l'azione, ma non è essenziale, in quanto esse si trasmettono, anzi in misura più forte, nel cosiddetto vuoto, cioè nello spazio in cui si pratici il più alto grado di rarefazione possibile. Quelle azioni nel vuoto sembrerebbero quindi vere azioni a distanza, tuttavia la teoria del contatto, istituita da MAXWELL, ha ottenuto conferma sperimentale, specialmente per opera di HERTZ, in seguito alla prova della loro velocità finita di propagazione. Perciò è evidente che nello spazio in cui si propaga l'effetto hanno luogo delle variazioni di stato, cioè l'effetto non è più immediato, ma mediato. Sono dunque caratteristiche dell'azione di contatto, anche a distanza, l'influenza sul valore dell'effetto propagato di materia sensibile interposta, oppure, con o senza materia interposta, il valore finito della velocità di propagazione.

La scoperta per la gravitazione, come per la luce e l'elettricità, dell'influenza del mezzo sul suo valore e di una velocità finita di propagazione, sarebbe della più grande importanza per decidere se la gravitazione debba considerarsi una vera azione a distanza oppure un'azione di contatto.

Nel caso che anche per la gravitazione si palesasse l'influenza del mezzo sul suo valore, la costante di gravitazione non sarebbe universale, ma una costante propria del mezzo.

La concordanza relativamente buona dei valori trovati per la costante di gravitazione, nonostante la forma molto diversa delle masse, e l'esecuzione delle esperienze nell'aria e nel vuoto più spinto, escluderebbero un'influenza notevole dei corpi, che si trovano tra le masse in reciproca azione. Tuttavia la questione se vi fossero corpi, che avessero diversa permeabilità che l'aria, fu espressamente sottoposta a studio sperimentale. Nel 1897 L. W. AUSTIN e C. B. THWING intrapresero questo studio mediante una bilancia di torsione, introducendo tra i corpi attiranti, dischi di sostanze diverse, il cui spessore raggiungeva un terzo della distanza tra le masse. Ne conclusero che la differenza in ogni caso doveva essere minore del 2 per mille. A. KLEINER nel 1905 racchiuse una bilancia di torsione entro sfere cave. Secondo la teoria di NEWTON l'attrazione è nulla all'interno di un involucro sferico di spessore costante, quindi si può studiare l'influenza della materia di detti involucri sull'azione deviatrice, prodotta da sfere esterne, senza che l'attrazione propria delle sfere cave modifichi quella che si deve studiare. Il risultato negativo ottenuto fu confermato dal KLEINER, pesando una sfera d'argento di 1,5 grammi all'interno o all'esterno di una sfera di piombo a pareti spesse; non gli fu possibile scorgere alcuna azione sulla sfera d'argento, ma doversi osservare che le esperienze non avevano il grado di precisione richiesto in questo campo, essendosi raggiunta soltanto una sensibilità di 10 divisioni per milligrammo.

Allo studio dell'influenza del mezzo sul valore della gravitazione è legato quello dell'assorbimento prodotto dal mezzo sulla forza di gravità e la conseguente modificazione della legge di NEWTON. Se il mezzo interposto tra

due elementi di masse m_1 ed m_2 , avesse il coefficiente di assorbimento H , secondo il LAPLACE la legge di gravitazione assumerebbe la forma

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} e^{-Hr}.$$

Questo coefficiente di assorbimento o di smorzamento attraverso il mezzo avrebbe il vantaggio di spiegare il movimento del perielio di Mercurio, come dimostrò H. SEELIGER nel 1895, quando si prendesse per H il valore 0.0000004, ma si avrebbe poi uno spostamento superiore al vero per il perielio di Marte. Inoltre la formula di NEWTON così modificata, potrebbe rimuovere la difficoltà della legge di NEWTON per masse infinitamente grandi, corrispondenti ad un universo infinito. Se si ammette che tutto l'universo sia cosparso di stelle, l'effetto gravifico di queste su un corpo interno, per esempio la terra, sarebbe indeterminato, perchè esso dovrebbe essere uguale all'attrazione di una sfera infinita di una certa densità sopra un suo punto interno. Questa difficoltà si elimina introducendo un fattore di smorzamento tanto piccolo, che in prima approssimazione non si renda manifesto entro il sistema planetario lo scostamento dall'effetto newtoniano. L'ipotesi d'assorbimento della forza di gravità attraverso il mezzo separante corpi celesti, non ha riscontro in alcun fenomeno fisico, posto che nessuna materia sensibile riempia lo spazio cosmico. Tenendo conto di quest'osservazione, QUIRINO MAJORANA ha iniziato nel 1919 un nuovo studio sperimentale intorno all'influenza del mezzo materiale sulla gravitazione: egli, conservando la formula esponenziale di LAPLACE e SEELIGER, suppone che l'assorbimento non abbia luogo lungo le distanze cosmiche, presumibilmente vuote, ma nell'interno delle masse materiali, dove soltanto il coefficiente H sarebbe diverso da zero: con ciò si dovrebbe rifare il calcolo per lo spostamento del perielio di Mercurio, tenendo conto del fatto che il coefficiente d'assorbimento apparirebbe soltanto nell'interno delle masse del sole e di Mercurio, e si dovrebbe pur modificare il ragionamento per le lontane masse. Ma l'importante per il MAJORANA era la ricerca di un eventuale assorbimento da parte della materia, constatabile con esperienze di laboratorio, in relazione ad una sua ipotesi sulla natura dell'azione gravitazionale. Il MAJORANA iniziò le esperienze per constatare un'assorbimento da parte della materia, usando una bilancia ad asse orizzontale, oscillante nel vuoto e portante appese agli estremi del giogo due sfere uguali di piombo di 1274 grammi, una delle quali poteva essere contornata da uno schermo di 104 Cg. di mercurio. Discusse ampiamente tutte le numerose cause di errore, alle quali l'esperienza può essere soggetta, egli giunse a scoprire, per la presenza del mercurio, una diminuzione di peso della sfera di piombo di millesimi di milligrammo, corrispondenti a miliardesimi del peso totale, e precisamente $7.6 \cdot 10^{-10}$ del peso totale, da cui dedusse che il coefficiente d'assorbimento doveva essere in unità assolute $H = 6,66 \cdot 10^{-12}$.

Nel 1921 furono dal MAJORANA eseguite altre esperienze con massa schermante molto maggiore, 9603 Cg. di piombo, ed ancora constatò un alleggerimento della sfera di piombo per la presenza della massa schermante, questa

volta di circa 2 millesimi di milligrammo, il che importa un valore del coefficiente d'assorbimento di $2,8 \cdot 10^{-12}$, dunque dello stesso ordine di grandezza di quello precedentemente trovato, con qualche differenza nel coefficiente intero. La delicatissima ricerca sperimentale, mentre da una parte rivela le qualità speciali dello sperimentatore e per la discussione accurata delle cause d'errore, non consente facili ragioni di critica, d'altra parte non permette, appunto per la sua finezza, di trarre una definitiva conclusione sulla validità del risultato. All'accettazione definitiva si potrà giungere colla ripetizione delle esperienze da vari sperimentatori, possibilmente in condizioni diverse, col controllo di esperienze affini e colla discussione delle obiezioni, basate su fatti ben accertati. Tra l'altro rivolgendo l'attenzione alla fisica delle stelle e specialmente del sole, l'ipotesi del MAJORANA può trovare degli argomenti in favore: l'energia gravitazionale assorbita entro la stessa massa del sole, sarebbe secondo l'Autore trasformata in calore, e questa trasformazione potrebbe in parte spiegare l'enorme quantità di calore emessa dal sole. Per questa trasformazione in calore dell'energia gravitazionale assorbita, non è improbabile che si possa realizzare un'esperienza di laboratorio, che riesca a rintracciare quel piccolissimo aumento di temperatura, dovuto all'assorbimento gravitazionale entro una massa relativamente piccola e non radioattiva. Circa le obiezioni, a cui hanno dato luogo i risultati sperimentali del MAJORANA, il RUSSELL in un lavoro apparso nel 1921 afferma dapprima che, accettando l'assorbimento gravitazionale, nella misura sopra riferita, bisognerebbe ammettere una corrispondente diminuzione della massa inerte nella materia attirata, perchè altrimenti vi sarebbero perturbazioni nel movimento dei pianeti e della luna, molto superiori a quelle realmente osservate.

Questa ipotesi della diminuzione della massa inerte corrispondente alla diminuzione della massa pesante è verosimile, anzi necessaria per la validità generale del principio di proporzionalità tra massa inerte e massa gravitazionale. Più importante sembra l'obiezione del RUSSELL riguardo alle maree lunari e solari, che con quell'assorbimento gravitazionale attraverso tutta la terra, dovrebbero manifestarsi in modo alquanto diverso da quello che le citate esperienze di MICHELSON e GALE paleserebbero quale conseguenza della semplice legge di NEWTON. Il MAJORANA risponde che in ogni caso per la spiegazione dei diagrammi reali delle maree, potrebbe introdursi qualche ipotesi sussidiaria, per esempio quella di una rifrazione dell'effetto gravifico. Infatti la questione di una possibile sorta di rifrazione dell'azione gravitazionale non è stata finora sottoposta ad un profondo studio, mentre si è sempre ammesso, come assioma, la propagazione rettilinea (¹). Nel campo astronomico a favore di un assorbimento del tipo MAJORANA vi è

(¹) Un recente studio sperimentale *Ueber die Abhängigkeit der Schwerkraft vom Zwischenmedium* di T. SCHLOMKA (« Zts. f. Geophysik », 1927, pag. 397) sembrerebbe appoggiare questa ipotesi sussidiaria di rifrazione dell'effetto gravifico, prospettata dal prof. MAJORANA, per quanto i risultati degli esperimenti dello SCHLOMKA meritino conferma.

uno studio di CURT FELIX BOTTLINGER del 1912 intorno alle perturbazioni lunari osservate nelle eclissi, allorchando i raggi gravitazionali, che partono dal sole, attraversano tutta la terra, dirigendosi alla luna. Quelle perturbazioni corrispondono, secondo il BOTTLINGER, ad un assorbimento in unità assoluta $H = 3.10^{-15}$, che è però circa mille volte inferiore a quello trovato dal MAJORANA.

EÖRWÖS ha pure studiato verso il 1900 il problema, se l'attrazione newtoniana sia modificata per l'interposizione di masse, usando la sua speciale bilancia di torsione, costituita da una barra orizzontale, in cui uno dei carichi è disposto lungo l'asse e l'altro è sospeso ad un'estremità mediante un filo di lunghezza conveniente. Con quest'apparecchio molto sensibile, usato dall'EÖRWÖS anche per stabilire la proporzionalità tra le masse inerte e gravitazionale, si può constatare se un certo strato, formato dalle parti superficiali della terra, alteri l'attrazione del sole. A tal fine si faceva una serie di osservazioni al sorgere e al tramonto del sole, ponendo la sbarra perpendicolare all'azimut solare. Quando ad esempio la retta congiungente il peso superiore della bilancia con un punto del sole, rasenta la superficie della terra, la retta che unisce lo stesso punto all'altro peso, posto un metro al disotto del primo, attraversa la terra su una lunghezza di 7 chilometri. Se gli strati della terra, attraverso i quali ha luogo l'attrazione, modificassero questa, dovrebbe manifestarsi una deviazione nell'oscillazione della bilancia, che EÖRWÖS non potè scorgere, a meno di quella corrispondente ad un centomillesimo dell'attrazione del sole per ogni chilometro attraversato. PEKÁR e FEKETE, i successori di EÖRWÖS, hanno pure cercato in altro modo di svelare direttamente un eventuale assorbimento della gravitazione per parte della massa. I risultati, da essi comunicati nel 1922, si riferiscono all'impiego di una bilancia di torsione, lunga 50 cm. con sfere di 30 grammi all'estremità, nello stesso asse della sbarra, ma ciascuna circondata da due masse di piombo, dette compensatori, a forma di quadranti cilindrici opposti. Supponendo la terra bisecata da un piano verticale, che contenga la barra e le sfere, una semisfera terrestre esercita la sua azione sulle sfere attraverso i quadranti compensatori, l'altra liberamente senza attraversare i quadranti. Ciascuna semisfera terrestre produce sulla sfera componenti orizzontali ed opposte, ma di valore diverso, se ha avuto luogo uno smorzamento attraverso il compensatore. È chiaro che con orientazione conveniente dei compensatori, si può ottenere nel piano orizzontale una coppia deviatrice massima, da cui dovrebbe risultare l'eventuale assorbimento.

Gli Autori affermano di aver constatato che l'attrazione della terra attraverso i quadranti compensatori poteva soltanto subire un indebolimento minore di un cinquantamila milionesimo del suo valore, il che importa che il coefficiente d'assorbimento per unità di lunghezza e di massa non può raggiungere $0,9.10^{-12}$.

Ma, come affermano gli stessi Autori, le esperienze da loro eseguite sono troppo poche, per potere assolutamente concludere sopra un fatto di tanta importanza. D'altra parte il MAJORANA, l'unico finora che ha ottenuto per l'assorbimento gravitazionale un risultato positivo, afferma anch'egli la

necessità di ripetere ancora, tanto da parte sua che da altri, le ricerche sperimentali, da cui deve soltanto attendersi il giudizio definitivo.

Altri esperimenti sull'influenza del mezzo sulla gravitazione, sono stati eseguiti da V. CRÉMIEUX, dal 1905 al 1907. L'Autore, osservando la costanza nell'avvicinamento generale di gocce liquide sospese in un liquido della stessa densità, nonostante che la spinta idrostatica dovesse equilibrare esattamente la loro mutua attrazione e le gocce restare quindi immobili, fu spinto ad eseguire l'esperienza di CAVENDISH, immergendo le masse attiranti fisse e mobili nel seno d'una stessa massa liquida. Dimostrato anzitutto sperimentalmente che è possibile ripetere nel seno dei liquidi l'esperienza di CAVENDISH nelle condizioni uguali a quelle realizzate nell'aria, concluse che le esperienze nell'aria e nell'acqua erano confrontabili. Ora se δ e δ' sono le deviazioni osservate nell'aria e nell'acqua, si dovrebbe avere secondo il principio di ARCHIMEDE $\frac{\delta'}{\delta} = \frac{d-d'}{d}$, dove d è la densità delle sfere mobili e d' quella del liquido che le bagna. Le prime esperienze del CRÉMIEUX dimostravano che il rapporto $\frac{\delta'}{\delta}$ era sempre nettamente superiore al valore

teorico, quindi sembrava che in un campo gravifico molto convergente un corpo immerso in un liquido fosse sottoposto a qualcosa di più che la differenza tra la pressione idrostatica e l'attrazione newtoniana. Ma la scoperta degli effetti della flessione ai punti d'attacco del filo della bilancia di torsione, ha convinto l'Autore che la forza supplementare, da lui supposta, era dovuta alla variazione degli effetti di flessione ai punti d'attacco sotto l'azione della spinta idrostatica.

Intorno all'influenza che potrebbero avere sull'attrazione dei corpi, i movimenti di masse gravifiche, il CRÉMIEUX nel 1917 ha eseguito una serie di esperienze con una bilancia di torsione, tanto movendo la massa attirante, col porre in rotazione di 1000 giri al minuto un cilindro di piombo di 50 Cg., agente sulle sfere mobili della bilancia, quanto *spazzando* lo spazio, che separa le masse fisse attraenti da quelle sospese al giogo, colle rette di forza emanate dal cilindro di piombo in rapida rotazione.

La variazione dell'effetto gravifico risulta nulla a meno di un centesimo, in condizioni di sensibilità molto superiore a quella del sistema terra-luna per il loro movimento relativo, ed ancora di gran lunga superiore a quella dello spazzamento prodotto dalle rette di forza gravifica, traccinate dal sole per il movimento proprio di rotazione, nella regione che separa la terra dalla luna.

Alcune teorie meccaniche della gravitazione lascerebbero prevedere che l'effetto di gravitazione fosse modificato dalla temperatura del mezzo. Una prova diretta di questo fatto non è stata ancora istituita, ma VON JOLLY nota che nelle sue esperienze la differenza di temperatura raggiunse 29°,6, senza che la differenza nei risultati oltrepassasse gli errori di osservazione (').

(1) Lo studio dell'influenza sull'attrazione, dovuta a variazioni di temperatura delle masse agenti, non entra nello studio del mezzo, ma in quello della massa.

L'altro campo di ricerca sull'influenza del mezzo, quello sul valore finito della velocità di propagazione dell'effetto gravifico, è di capitale importanza per decidere tra la concezione della gravitazione come azione a distanza o di contatto. La risposta affermativa assegnerebbe senz'altro la gravitazione tra gli altri fenomeni fisici di contatto, senza che fosse necessario stabilire se la materia interposta abbia influenza sul valore dell'attrazione. Nel caso che si dimostrasse la mancanza di qualsiasi influenza della materia interposta, la gravitazione resterebbe dipendente soltanto da una proprietà del cosidetto vuoto e dello spazio cosmico. Per le radiazioni elettromagnetiche fu dall'HERTZ trovata una velocità finita di propagazione nell'aria e nel vuoto e quindi dimostrata l'insussistenza dell'ipotesi di pura azione a distanza, considerando stati elettrici rapidamente variabili; un'esperienza di tal genere non è stata mai fatta per la gravitazione, perchè azioni gravifiche rapidamente variabili dovrebbero prodursi per mezzo di rapida oscillazione o in generale di celere movimento relativo di masse ponderabili, non come per l'elettricità per mezzo del movimento delle masse elettriche, cosidette imponderabili. Tali veloci movimenti di masse sufficientemente pesanti non si sono ancora potuti realizzare in esperienze di laboratorio. Eppure per constatare una velocità di propagazione, debbono considerarsi quei casi, in cui l'intensità della gravitazione varia col tempo, e ritenendo la massa invariabile nel tempo, restano da considerarsi soltanto i rapidi movimenti relativi dei corpi. Aperto finora ad un simile studio soltanto il campo astronomico, in cui le azioni si presumono avvenire nel vuoto, dalle perturbazioni nei movimenti dei corpi celesti si è tentato trarre conclusioni sulla velocità di propagazione della gravitazione. Già il LAPLACE nel 1805 cercò di applicare ad un movimento secolare della luna il calcolo, che dall'aberrazione e dalla velocità terrestre dà la velocità della luce. LAPLACE concluse che la gravitazione doveva propagarsi con velocità almeno 10 milioni di volte più grande che quella della luce; ma per le difficoltà inerenti alle perturbazioni lunari, di cui alcune sono normali, non si può dar molto peso a questo valore. Lo studio è stato ripreso nel 1885 da R. LEHMANN-FILHÈS e nel 1888 da J. v. HEP-
PERGER sulla base del movimento dei pianeti. Nei calcoli del primo si tiene conto della velocità assoluta del sole, in quelli del secondo, della velocità assoluta del centro di gravità del sole e dei pianeti, posto che lo studio di detti movimenti assoluti sia necessario per il giudizio di una velocità finita di propagazione dell'effetto gravifico. Conclusero che da una parte l'introduzione di una velocità finita di propagazione, conservando la legge di NEWTON, non spiegava le deviazioni dalla stessa legge, e d'altra parte la velocità dovrebbe essere molto maggiore che per la luce, perchè altrimenti si avrebbe una variazione secolare della lunghezza media delle orbite planetarie, in contraddizione a quella osservata. H. A. LORENTZ in uno studio apparso nel 1910 espone una teoria elettrica della gravitazione, in cui si dimostra che la forza di gravità può ascriversi ad azioni, che non si propagano con velocità maggiori di quella della luce. Ciò si deve, secondo l'Autore, al modo speciale con cui la materia che si trova in moto, modifica lo stato

del mezzo interposto; la legge di NEWTON viene però modificata in modo, che non dà conto del movimento del perielio di Mercurio.

Concludendo, non si può affermare con certezza che esistano nella gravitazione quei fenomeni, inducenti direttamente ad ammettere azioni di contatto: infatti è incerta l'influenza del mezzo e per di più non è convalidata dai dati astronomici l'ipotesi della velocità finita di propagazione.

Tuttavia si sono fatti molti tentativi per costruire dei modelli meccanici della gravitazione, che formalmente riducono questa ad azione di contatto propriamente detta; altri modelli tenderebbero a ridurre la gravitazione ad azione elettrica, quindi ancora ad azione di contatto; infine le teorie relativistiche della gravitazione immaginano che la materia sia immersa in un mezzo, alla cui idea possiamo giungere fondendo in un tutto i nostri concetti usuali di spazio e tempo: questo spazio-tempo si comporterebbe rispetto alla materia, come il campo elettrico rispetto all'elettricità, e le forze newtoniane, estrinsecazione di questo mezzo spazio-tempo, avrebbero riscontro nelle forze elettriche e magnetiche, agenti per opera del campo elettrico sulle masse elettriche e magnetiche. In questo senso la gravitazione sarebbe ancora un'azione di contatto.

CONGRESSO INTERNAZIONALE DEI FISICI

IN ONORE DI ALESSANDRO VOLTA

(Como-Pavia-Roma, 11-20 Settembre 1927)

Seguito al resoconto del N. 9, 1927, pag. cxcvi

Sulla mutua azione tra radiazione ed elettroni - A. H. COMPTON
(Chicago) — Nella produzione degli elettroni di rimbalzo abbiamo un esempio dell'azione della radiazione su elettroni liberi, mentre l'effetto fotoelettrico con raggi X è un esempio dell'azione della radiazione su una coppia di cariche positive e negative. In entrambi gli effetti l'esperimento indica che l'intero momento assorbito dalla radiazione è impartito all'elettrone, posto in movimento dalla radiazione, il che dimostra che la durata della radiazione è breve in confronto al periodo naturale dell'elettrone nell'atomo. Si suppone che l'azione sia sensibilmente istantanea. In contrasto colla previsione dell'equazione di forza di LORENTZ, che prevederebbe un impulso impartito ad un elettrone isolato quasi in direzione del vettore elettrico, gli esperimenti dimostrano che la direzione preferita degli elettroni di ritorno è perpendicolare al vettore elettrico. Un impulso sopra un elettrone libero nella direzione del vettore elettrico non sarebbe in accordo colla conservazione del momento.

I fotoelettroni d'altra parte hanno il vettore elettrico dell'onda incidente come loro direzione preferita di movimento (trascurando la pressione di radiazione), quantunque gli esperimenti dimostrano che l'impulso impartito all'elettrone dalla radiazione può fare un angolo considerevole col vettore elettrico. In questo caso la conservazione del momento lineare permette movimento in ogni direzione, dacchè impulsi eguali e contrari sono applicati alle parti positive e negative dell'atomo dal vettore elettrico; ma la conservazione del momento angolare del sistema richiede che l'impulso sia impartito in una direzione determinata dalla posizione istantanea dell'elettrone nell'atomo. Gli esperimenti di AUGER e BUBB sono in accordo con questa esigenza, ma indicano che l'equazione di forza di LORENTZ è soltanto statisticamente valida nel definire la direzione dell'azione del vettore elettrico sul fotoelettrone.

Nuove misure della radiazione solare - A. AMERIO (Pavia) —
L'A. espone alcuni dei risultati delle misure della radiazione totale, fatte sull'Aspromonte, in collaborazione coi Dott. ORESTE DE PASQUALE e VIN-

CENZO RICCA, adoperando il suo pireliometro integrale, e il nuovo metodo per dedurre l'assorbimento dell'atmosfera terrestre.

Con questo metodo vengono determinati i valori dell'assorbimento esercitato dal vapor d'acqua e dall'anidride carbonica, tenendo conto dei dati che si hanno dalle ricerche di laboratorio, della distribuzione di detti costituenti dell'atmosfera, e della distribuzione dell'energia nello spettro solare.

Egli espone inoltre alcuni risultati ottenuti nello studio dell'assorbimento dell'atmosfera solare, con delle ricerche iniziate da parecchi anni e tuttora in corso.

•••

Si ebbero inoltre comunicazioni di N. BOHR (Copenaghen), M. BORN (Göttingen), M. CANTONE (Napoli), W. HEISENBERG (Copenaghen), E. FERMI (Roma), H. A. KRAMERS (Utrecht), W. PAULI jr. (Amburgo) intorno allo stato attuale delle teorie sulla struttura della materia e delle radiazioni. O. M. CORBINO (Roma) trattò della sua teoria elettronica della pila (vedi il nostro Periodico, marzo 1927), Q. MAJORANA (Bologna) riferì sullo stato attuale delle sue ricerche sull'assorbimento gravitazionale e L. AMADUZZI (Parma) su alcune nuove esperienze di fotoelettricità. A. AMERIO riprese nella seduta di Pavia la questione della priorità del Volta nelle leggi della dilatazione e dei miscugli degli aeriformi, già prospettata nel numero giugno 1927 del nostro Periodico, e riportò l'unanime consenso dell'alto Congresso.

Infine nella stessa Pavia, H. A. LORENTZ, l'illustre Maestro di HAARLEM, di cui compiangiamo ora la morte avvenuta il 5 febbraio del corrente anno, fece una mirabile sintesi dei lavori compiuti e dei problemi dibattuti, presentemente aperti all'alacre opera dei fisici. G. D. N.

RIVISTA

SULLO STATO MESOMORFO

Nota di G. MAYR

Stato solido e liquido; amorfo e cristallino.

La scoperta di sostanze che, pur essendo fluide e scorrevoli rivelano una certa anisotropia, mostrata da fenomeni di birifrangenza, fa pensare ad uno stato di aggregazione intermedio fra il solido e il liquido.

Questa possibilità è anche appoggiata dal fatto che è noto che moltissime sostanze possono, a seconda delle condizioni di temperatura e pressione esistere allo stato solido o liquido o aeriforme ⁽¹⁾.

Il passaggio di una sostanza da uno stato avente le proprietà della fase solida ad uno stato avente le proprietà della fase liquida può avvenire o solo per condizioni di temperatura, o solo per aumento di pressione o per entrambe queste cause.

Dire le proprietà che caratterizzano la fase solida e quella liquida non è però così semplice come può sembrare e non si può fare una distinzione rigorosa e scientifica fra questi due stati.

Molti autori hanno cercato di esporre le caratteristiche distinzioni fra questi due stati:

il limite di elasticità nullo nei liquidi e non nei solidi i quali non possono venire scissi che con forte alterazione ⁽²⁾ ⁽³⁾,

la forma definita nei solidi, che non si lasciano facilmente dividere, contrariamente ai liquidi e ai gas ⁽⁴⁾ ⁽⁵⁾,

la forma fissa nei solidi e la scorrevolezza nei liquidi ⁽⁶⁾,

l'attrito interno, abbastanza rilevante nei solidi così che è rilevante il tempo perchè, sotto l'azione del peso, modifichino la forma ⁽⁷⁾.

⁽¹⁾ Questa possibilità fece appoggiare la così detta «ipotesi di continuità» per cui la struttura molecolare nei tre stati sarebbe identica. Questa teoria venne però combattuta, perchè fu notato (LEHMANN, «Phys. Zeits.», 1918 pp. 73-88) che, poichè fasi cristalline diverse di una sostanza polimorfa danno luogo alla medesima fusione, si deduce che necessariamente la molecola della sostanza fusa non può essere eguale a quella della stessa sostanza allo stato solido.

⁽²⁾ MARBACH, «Phys. Lexikon», Leipzig, 1851.

⁽³⁾ LEHMANN, «Molekular Physik», 1888.

⁽⁴⁾ CHWOLSON, «Lehrb. der Phys.»; RIECKE, «Lehrb. d. Phys.», 1902, p. 15.

⁽⁵⁾ WARBURG, «Lehrb. Experimental Physik», 1902, p. 52.

⁽⁶⁾ BOLTZMANN, «Vorlesungen über Gastheorie», 1896, p. 8.

⁽⁷⁾ TAMMAN, «Annalen», 62, 1897.

Ma nè la non scorrevolezza, nè la proprietà di non modificare la forma sotto l'azione del proprio peso e nemmeno l'attrito interno sono qualità sufficienti per caratterizzare lo stato solido.

Non mancano infatti esperienze che dimostrano che i solidi possono diventar scorrevoli e rivelare attrito interno in misura analoga a quello dei liquidi. Sono classiche le esperienze di TRESKA, iniziate nel 1864 nelle quali egli riuscì a far scorrere il piombo, l'alluminio a temperatura inferiore al punto di fusione, per solo effetto di pressione ⁽¹⁾.

Sotto la pressione di Kg. 100.000 il piombo poteva scorrere come massa pastosa a traverso un foro del diametro di 4 cm. obbedendo alle leggi dell'idrodinamica. Più recentemente TAMMAN, WERIGIN, LEWKOWYEFF ⁽²⁾ misurarono, a diverse temperature la velocità di efflusso di piombo, tallio, stagno, bismuto, cadmio, sodio, potassio zinco assoggettati a diverse pressioni notando che, coll'aumentare della plasticità, diminuisce l'attrito interno il quale appare anche nella fase liquida, benchè in misura diversa. Inoltre SPRING dimostrò sperimentalmente che molti corpi solidi a temperatura ordinaria, possono dimostrare proprietà conosciute come caratteristiche dei liquidi; egli, mettendo a contatto due dischi piani e puliti di oro o rame l'uno, di argento o zinco il secondo, a temperatura inferiore al punto di fusione, dopo qualche giorno li trovò saldati e mescolati.

Da queste esperienze si può dedurre che fra i liquidi poco vischiosi come l'acqua e i solidi dotati di forma propria, durezza, tenacità, esiste una serie di stati intermedi pei quali è giustificata l'opinione enunciata da SPRING al Congresso Internazionale di Fisica in Parigi fin dal 1900:

« L'état solide de la matière n'est pas un état réellement particulier; c'est plutôt un prolongement de l'état liquide... Une définition exacte de cet état ne peut encore être donnée... ».

Possiamo pensare che, se lo stato liquido, staticamente isotropo, ha i sei parametri relativi ad una molecola varianti incessantemente in modo disordinato, si può ammettere l'esistenza a temperatura bassissima di uno stato solido perfetto in cui il volume non dipende che dalla pressione, essendo in esso $\frac{dv}{dp}$ molto piccolo e costante e $\frac{dv}{dT} = 0$. Cosa questa possibile a pensarsi perchè si è sperimentalmente constatato che il coefficiente di dilatazione diminuisce con la temperatura e sembra tendere a 0 ⁽³⁾.

Ciò premesso è evidente che non può nemmeno considerarsi l'anisotropia come una caratteristica dello stato solido ed infatti vi sono sostanze fluide birifrangenti.

Si può forse fare una distinzione più sicura anzichè tra stato solido e liquido, fra stato amorfo e cristallizzato.

(1) « C. Rendus », 59 p. 754; 60, p. 398; 64, p. 809; 66, p. 263; 68, p. 1197; 70, p. 27 e 288. *Mémoires sur l'écoulement des solides*, Paris, 1872

(2) « Annalen », 10, 1903, p. 647.

(3) OLLIVIER, t. II, p. 102.

Già ROOZEBOOM⁽¹⁾ propose tale distinzione perchè lo stato cristallizzato si distingue da quello amorfo pel regolare orientamento delle molecole e noi oggi sappiamo che il primo è sicuramente caratterizzato dalla struttura reticolare.

Abitualmente lo stato amorfo e quello cristallino si considerano come due modi di essere della fase solida, ma sappiamo che non sono esclusivi di essa.

Lo stato amorfo è caratterizzato dalla isotropia in tutti i sensi: un esempio di sostanza perfettamente amorfa è il gas. Lo stato cristallino è caratterizzato da proprietà vettoriali discontinue cioè varianti con la direzione in modo discontinuo: in ogni porzione omogenea di materia cristallizzata esistono direzioni di piani (piani di sfaldatura, di scorrimento, di geminazione, piani riflettori di raggi X), le cui proprietà differiscono di una quantità finita da quelle dei piani infinitamente vicini: la struttura cristallina reticolare è triplamente periodica cioè le particelle cristalline sono allineate secondo i piani reticolari di una rete a tre dimensioni.

Un cristallo è una porzione omogenea di sostanza cristallizzata. Se una sostanza può esistere in fasi distinte, generalmente quella amorfa è la più stabile a temperatura superiore.

L'anisotropia ottica non è una caratteristica della materia cristallizzata.

Da un lato sappiamo che sostanze amorfe, isotrope, possono in determinate circostanze, per cause meccaniche o elettriche o magnetiche rivelare sia la birifrangenza sia il potere rotatorio.

È noto come il vetro compresso, diventi birifrangente: sottoposto invece ad un campo magnetico acquista potere rotatorio. Altri esempi ci son dati dai fenomeni di birifrangenza elettrica (fenomeno KERR), di birifrangenza magnetica (fenomeno di COTTON e MOUTON), di birifrangenza accidentale riscontrata nei colloidi in movimento⁽²⁾; della birifrangenza o potere rotatorio rivelati dalla gelatina di piede di vitello a seconda che sia assoggettata a lieve pressione o a torsione.

Dall'altro lato sappiamo che vi sono cristalli che non rivelano la birifrangenza (per es. quelli del sistema monometrico). Infatti la struttura cristallina presenta elementi di simmetria, diversi da caso a caso e a seconda di quelli che sono presenti può conseguire la birifrangenza o il potere rotatorio o entrambi questi fenomeni. La loro presenza non è però necessaria per denotare la natura cristallina.

Il fatto caratteristico dei cristalli, di avere fasci di piani a proprietà vettoriali discontinue trovò molte discordi spiegazioni nei tempi passati⁽³⁾. Più recentemente questo fatto, unito a quello per cui nei cristalli

⁽¹⁾ *Die Heterogenen Gleichgewichte vom Standpunkt der Phasenlehre*, Braunschweig, 1901, p. 153.

⁽²⁾ PONTREMOLI, « R. Lincei, 1926, p. 75.

⁽³⁾ LINNEO, (1768) pensò che i cristalli, come gli animali e le piante, fossero formati da una forza organica e contrassegnati dalla forma poliedrica. RETGERS

la geminazione, lo scorrimento, l'attitudine in due cristalli della stessa forma ad unirsi dando un cristallo di forma analoga⁽¹⁾, dimostrano la presenza di forze orientatrici nelle singole molecole, indusse il LEHMANN ad avanzare l'ipotesi che nei cristalli esistano *forze molecolari direzionali* (Molek. Richtkraft) le quali agiscono in contrasto con la tensione superficiale, che tende invece ad arrotondare le forme poliedriche dei cristalli (QUINCKE)⁽²⁾.

In seguito invece, in base alle ipotesi avanzate da CURIE, si ammise che non vi è contrasto fra le forze molecolari direzionali e la tensione superficiale, bensì che la tensione stessa, non essendo eguale in tutte le direzioni, è causa dei fatti suddetti ed anche della struttura poliedrica che è quella che rende minima la energia superficiale. Il fatto per cui la tensione superficiale e quindi la costante capillare non è eguale in tutte le direzioni ha la sua ragione d'essere nella struttura reticolare⁽³⁾.

Questa struttura fu resa tangibile dalle classiche esperienze di LAUE il quale pensò che le particelle ordinatamente disposte ai nodi di un reticolo a tre dimensioni dovevano produrre la diffrazione dei raggi X.

Le esperienze eseguite nel 1913 da LAUE, FRIEDRICH e KNIPPING consistevano nel far cadere un fascetto di raggi X, reso sottilissimo per il passaggio attraverso piccoli fori in lastra di piombo, sopra un cristallo, vicino al quale stava una lastra fotografica riparata dalle radiazioni dirette.

Le macchie scure, disposte ordinatamente, visibili dopo una posa sufficientemente lunga, si pensarono dovute alla riflessione dei raggi X operata dalle molecole; dal che si dedusse che la lunghezza d'onda dei raggi X sia dello stesso ordine di grandezza delle molecole cioè di circa $\frac{1}{1000}$ di

(« Neues Jahrb. f. Min. », 2, 1895); BRÖTSCHLI (« Mechanismus u. Vitalismus », 1901, p. 79) ammisero che i cristalli si potessero considerare come individui che possono crescere intorno ad un centro. L'ipotesi che ebbe però il sopravvento fu quella avanzata da HAÜY che fin dal 1784 mediante le sue leggi ammise che i cristalli sono formati da regolare riunione di molecole, ipotesi ripresa circa un secolo dopo da MALLARD che nel 1876 definiva un cristallo come una miscela isomorfa di uguali reticoli spaziali.

(1) LEHMANN, (« Annalen », 1906, n. 19 e 1911, n. 35).

(2) « Annalen », 2, 1877, p. 145.

(3) Si sa che, in base alla teoria GIBBS-CURIE (GIBBS « Thermodyn. Studien », 1892 p. 376; CURIE « Bull. Soc. Min. Franc. », 8, 1885, p. 145) la tensione superficiale, che esiste anche nei cristalli solidi è diversa su facce non equivalenti in modo che, a parità di volume del cristallo deve essere minima $\sum_n \sigma_n$ dove σ_n

è una superficie e σ_n la relativa tensione. Ai cristalli non si è ancora estesa la teoria di FRENKEL (« Phil Mag. », 33, 1917, p. 311) per la quale l'energia libera superficiale si identifica col doppio strato elettrico creato dagli elettroni periferici legati agli atomi superficiali: teoria questa che viene ad escludere le forze coesive delle teorie classiche e che forse non sarebbe vano tentare di applicare anche ai cristalli.

quella della luce; ed inoltre che la distribuzione delle macchie corrisponda all'orientamento delle molecole, anzi, alla posizione degli atomi nel cristallo.

Quindi questi studi permisero in un primo tempo di accertare la natura ondulatoria di queste radiazioni ed in seguito permisero di determinare mediante lo spettro d'alta frequenza la struttura di moltissime sostanze cristallizzate.

W. L. e W. H. BRAGG ai quali si deve un notevole contributo, deducono tale struttura dalla misura degli angoli di riflessione di un fascio monocromatico di raggi X rispetto a diversi piani reticolari di un cristallo, tenendo conto della intensità dei diversi fasci di raggi riflessi.

Un altro procedimento, che permette di esaminare la struttura, se è cristallina, anche di sostanze che non si presentano come cristalli, è quello di DEBYE-SCHERRER, che consiste nell'esame della sostanza polverizzata, contenuta in un'ampolla, circondata da una pellicola fotografica. La distanza dei piani riflettori si deduce dalla distanza degli archi ottenuti sulla pellicola.

Con tale procedimento vennero esaminate alcune sostanze mesomorfe, cioè il cui stato d'aggregazione può pensarsi come intermedio fra il solido e il liquido, o meglio, fra l'amorfo e il cristallino e venne constatata la struttura, per così dire, quasi periodica di alcune di esse.

Stato mesomorfo e sue proprietà generali.

Prime ricerche e teorie relative ad esso.

Fra lo stato comunemente detto solido e quello liquido studi relativamente recenti hanno permesso di scoprire un quarto stato di aggregazione che lo scopritore, il LEHMANN, chiamò liquido-cristallino e che oggi chiamiamo mesomorfo.

Il LEHMANN, nel 1889, osservando il benzoato di colesterina, notò, come anche il REINITZER che lo aveva preparato, che presentava due punti di trasformazione: un primo punto in cui i cristalli si trasformano in sostanza vischiosa, torbida e birifrangente ed un secondo punto in cui questa diventa liquida, limpida ed isotropa. Notò un comportamento analogo nell'oleato potassico ed ammonico ed anche nel p. azossianisolo e p. azossifenetolo, preparati dal Gattermann, solo che in questi ultimi la fase birifrangente non è vischiosa ma assai più scorrevole.

Dalla birifrangenza della fase torbida dedusse l'anisotropia e il carattere cristallino.

Il LEHMANN stesso classificò queste sostanze in due categorie, come si classificano tutt'ora:

la prima, in cui la fase birifrangente è vischiosa, costituisce i « fließende » o « schleimig flüssige Kristalle » (cristalli scorrevoli ovvero liquido-vischiosi) fase alla quale appartengono anche i saponi, dal cui nome $\sigma\mu\gamma\mu\alpha$ deriva il nome attuale di « smegmatica » dato a tal fase, la quale, dall'aspetto suo viene anche denominata « liquidi a cono ».

la seconda, in cui la fase birifrangente è fluida, costituisce i « flüssige » o « tropfbar flüssige Kristalle » (cristalli liquidi-gocciolabili) mostrata in modo caratteristico dal p. azossianisolo e dal p. azossifenetolo, la quale, dall'aspetto che presenta nella maggior parte dei casi in cui permette di osservare fili neri entro il preparato, (da νῆμα) viene detta fase « nematica » e costituisce i così detti « liquides à fils et à noyaux » dei francesi.

Queste sostanze, sempre anisotrope, manifestano questa loro proprietà con la birifrangenza. Ma la loro struttura che, come vedremo in seguito, non è reticolare triplamente periodica, le distacca dai cristalli e le avvicina allo stato amorfo. Per questo lo stato mesomorfo può considerarsi come intermedio fra l'amorfo e il cristallizzato. Eccetto alcuni smegmatici come i saponi, le lecitine, che sono tali a temperatura ordinaria e di cui non si conosce la forma cristallina, forse stabile a temperature bassissime, tutte le sostanze mesomorfe a temperatura e pressione ordinaria si presentano nella fase cristallina.

A una data temperatura t_1 , che dipende dalla pressione, si produce una trasformazione reversibile e discontinua, paragonabile alla fusione per cui la sostanza passa alla fase smegmatica.

Ad un'altra temperatura superiore t_2 , la sostanza, per una trasformazione analoga alla precedente, passa dalla fase smegmatica a quella nematica.

Finalmente ad una temperatura ancor superiore t_3 , la sostanza passa in modo analogo dalla fase nematica a quella di liquido isotropo.

Vi sono però sostanze che, allo stato mesomorfo presentano o solo la fase smegmatica, (come gli oleati alcalini studiati dal LEHMANN) ed in tal caso esistono solo i punti di trasformazione: t_1 , da cristallino a smegmatico e t_2 , da smegmatico a liquido amorfo; e sostanze che presentano solo la fase nematica (come il p. azossianisolo e p. azossifenetolo) ed in tal caso esistono solo i punti di trasformazione: t_2 , da cristallina a nematica e t_3 , da nematica a liquida isotropa.

La fase cristallina è stabile sotto il primo punto di trasformazione; quella smegmatica è stabile fra t_1 e t_2 , quella nematica fra t_2 e t_3 e quella isotropa sopra l'ultimo punto di trasformazione. I passaggi da una fase all'altra sono discontinui e il fatto per cui, raffreddando la sostanza smegmatica, si ottengano dei cristalli che a volte riproducono la struttura a coniche della fase smegmatica come venne notato dal LEHMANN non deve indurre a pensare ad un passaggio continuo.

Il passaggio è discontinuo come la fusione, benchè non tutte le formule applicabili ai punti di fusione siano valide per questi punti di trasformazione (¹).

La possibilità di avere fasi mesomorfe non dipende però esclusivamente dalla temperatura, si può averle anche da soluzioni di sostanze atte ad assumere lo stato mesomorfo in un solvente isotropo: in tal caso per

(¹) AMERIO, « Nuovo Cimento », 1901.

passare dall'una all'altra fase è sufficiente variare in modo opportuno la concentrazione.

Così HAKAN SANDEVIST ⁽¹⁾ osservò che le soluzioni di acido 10 bromofenantren -3 o 6 sulfonico possono, a temperatura costante per addizione graduale di un solvente, passare pei quattro stati; cristallino, smegmatico, nematico, liquido isotropo.

La pressione va pure considerata: l'estensione del dominio dello stato mesomorfo varia con la pressione: così per esempio pel p. azossianisolo mentre a 300 atmosfere esso esiste in un intervallo di temperatura di 22°,5, ad una atmosfera esso esiste in un intervallo di 17°, anzi non è da escludere che, se la presenza dello stato mesomorfo si è finora rivelata solo per certi composti organici a molecola molto complessa, ciò sia dovuto al fatto di aver sempre sperimentato a pressione ordinaria.

D'altra parte si può supporre che, forse, a pressioni negative, l'intervallo in cui le sostanze esaminate presentano lo stato mesomorfo si annulli ⁽²⁾.

Prima di passare a descrivere dettagliatamente la fase smegmatica e quella nematica, nonchè la spiegazione che oggi si dà alla struttura molecolare che compete a queste fasi, accennerò brevemente alle vedute che si sono succedute dall'epoca della scoperta fino ad oggi relativamente alla natura e alla ragione d'essere di questo caratteristico stato d'aggregazione.

Il contributo quasi esclusivo dato dai fisici tedeschi nei primi tempi della scoperta è dato, oltre che dalla scoperta e dallo studio di molti di tali composti, dalla discussione se era lecito ritenerli cristalli liquidi come aveva proposto LEHMANN oppure no.

Il LEHMANN era propenso ad ammettere l'esistenza di cristalli liquidi per il fatto che si ammetteva già l'esistenza di cristalli plastici. Infatti egli stesso ⁽³⁾ osserva che per traslazione si possono avere deformazioni plastiche senza alterazione dell'ordinamento molecolare, cosa che induce a pensare che masse cristalline possan esser scorrevoli in quanto che frammenti piccolissimi scorrono parallelamente l'uno all'altro.

WULFF e QUINCKE sostenevano che si trattava di sospensioni di particelle cristalline in un liquido amorfo, probabilmente cristallini solidi avviluppati in una pellicola di liquido non miscibili col rimanente causa la tensione superficiale e causanti la birifrangenza ⁽⁴⁾.

NERNST e TAMMAN invece li consideravano come emulsioni di due liquidi e TAMMAN ⁽⁵⁾ pensava che il dicroismo e la birifrangenza fossero dovuti a cristallini solidi aderenti al vetro del porta e del copri oggetti.

(1) « Kolloid. Zeits. », XIX, Bd. 1916, Hf. 3.

(2) LEHMANN, (« Flüss. Krist. », 1904, p. 209).

(3) « Flüss. Krist. », 1904, p. 20.

(4) QUINCKE, « Annalen » 53, 1894, p. 583; « Annalen », 7, 9, (1902), 10, 11, 13, (1904).

(5) « Annalen », 4, 1901, p. 521.

Gli studi in Germania eran diretti a sostenere o l'una o l'altra di queste teorie; mentre LEHMANN andava moltiplicando le esperienze, specialmente con osservazioni microscopiche scoprendo sempre nuove sostanze di questo tipo e VORLÄNDER ne faceva conoscere molte ⁽¹⁾ indicando che sono composti organici, aventi molecole allungate quasi lineari cui corrispondono le posizioni para escludendo le orto e le meta.

Infatti le formule di struttura dimostrano in esse l'esistenza di gruppi a catena aperta e massa molecolare elevata. In molti di essi appare il radicale monovalente della colesterina — C²⁷ H⁴⁵ accompagnato o meno da radicali di acidi della serie grassa: radicali, questi ultimi che più o meno rientrano in quasi tutti i composti mesomorfi, come appare dall'annesso indice delle più studiate di tali sostanze.

Da esso appare pure che, dove si ha il radicale colesterile unito a radicali della serie grassa, a seconda che questi per essere a pochi atomi di carbonio, non prevalgono come nell'acetato di colesterina oppure, per essere a molti atomi di carbonio prevalgono, come nell'oleato di colesterina, la sostanza mesomorfa presenta rispettivamente o solo le caratteristiche delle sostanze colesteriche oppure solo quelle delle sostanze smegmatiche; mostrando l'una e l'altra fase nei casi intermedi come nel pelargonato e nel laurato di colesterina.

Dalla stessa tabella appare frequente il gruppo « azossi » bivalente, la cui costituzione era, fino a poco tempo fa, ritenuta —N—N— e che ora, in

seguito agli studi dell'ANGELI, si sa essere $\begin{array}{c} \text{O} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{—N—N—} \end{array}$ oppure $\begin{array}{c} \text{—N=N—} \\ \parallel \\ \text{O} \end{array}$ per

cui, se i radicali uniti a due atomi di azoto non sono eguali, cioè se non vi è simmetria, si hanno due isomeri.

Però anche prima che la conoscenza della costituzione di tali sostanze fosse giunta a questo punto, si cessò di pensare che esse contenessero impurità; cioè quando un discepolo del LEHMANN, lo SCHENK, ne dimostrò la purezza ammettendo che erano o un'associazione per miscela delle fasi cristalline e amorfa già note, o una fase unica che si poteva chiamare cristallino-liquida: ipotesi questa da lui accettata.

Che i fenomeni di birifrangenza non fossero dovuti a sospensioni o a emulsioni, ma costituissero una proprietà della fase così detta liquido-cristallina, venne pure dimostrato da AMERIO ⁽²⁾.

Oltre alle molte osservazioni fatte principalmente per via microscopica, venne fatto, principalmente in Germania, un certo numero di misure; a volte assai utili.

(1) « Kristall. Flüss. Substanzen », 1908, Stuttgart.

(2) « Nuovo Cimento », 1901.

ROTARSKI ⁽¹⁾ determinò i punti di trasformazione del p. azofenetolo deducendolo dalle curve di riscaldamento e di raffreddamento: ne determinò anche il calore specifico servendosi di un opportuno calorimetro a mescolanze in cui, in luogo di acqua, poneva mercurio, per avere maggior sensibilità e più rapido eguagliamento di temperature; e nel quale poneva la sostanza in esame previamente incamiciata in adatta provettina.

Anche AMERIO ⁽²⁾ ne aveva già studiate le curve di riscaldamento e raffreddamento, nonchè il calore specifico nei due punti di trasformazione confrontando, per ciascuno di essi, il calore di trasformazione con la differenza fra i calori specifici trovati.

LEHMANN ⁽³⁾ fece molte determinazioni della birifrangenza ($n_1 - n_2$) di cristalli liquidi, deducendo questa dal raggio α del primo anello nero di NEWTON ottenuto ponendo una goccia di sostanza fra una superficie piana ed una lente piano-convessa di dato raggio r . Conoscendo quindi lo spessore in un dato punto ed operando con luce monocromatica di lunghezza d'onda nota, non aveva che da usare la nota formola $\lambda = \alpha^2 \frac{n_1 - n_2}{2r}$.

Per determinare l'indice di rifrazione del raggio ordinario nella fase mesomorfa quando si tratta di sostanza che non rivela le proprietà di tale stato se non ridotta in sottilissimi strati fra due vetrini paralleli, DORN e LEHMANN ⁽⁴⁾ indicarono un metodo adatto per cui è sufficiente porre la sostanza fra le ipotenuse di due prismi combacianti di vetro, purchè più rifrangente della sostanza.

Riguardo alla determinazione del potere rotatorio, vi è un accurato lavoro di STUMPF ⁽⁵⁾ il quale valutò sia la rotazione sia il senso non solo ma esaminò anche spettroscopicamente la luce trasmessa, come dirò in seguito, a proposito delle sostanze colesteriche cui si riferisce questo studio.

Ma oltre a questi, altri contributi vennero dati e si danno tutt'ora, nell'applicare alla biologia le ricerche delle sostanze fluido-cristalline: alludo all'osservazione delle sostanze mieliniche.

Già LEHMANN aveva notato aspetti mielinici in preparati chimici come oleati idrati ed ammise, non già che i cristalli liquidi sian mieline, ma che le mieline abbiano costituzione analoga a quella dei cristalli liquidi ⁽⁶⁾.

QUINCKE cercò di spiegare gli aspetti mielinici notati dal LEHMANN ⁽⁷⁾ ammettendo che i cristalli di sapone o di oleati alcalini sian circondati da una guaina di acido oleico a traverso la quale diffonde l'acqua, così che l'aumento di volume dà luogo alla formazione di protuberanze che si

(1) « Zeits. f. Phys. Chem. », 54, p. 353, 1906.

(2) « Nuovo Cimento », 1901, l. c.

(3) « Annalen », 18, 1905, p. 796.

(4) « Annalen », 1909, p. 533.

(5) *Tesi di dottorato*. Göttingen 1911.

(6) « Flüss. Krist. », p. 254 l. c.

(7) « Annalen », 53, p. 630, 1894.

avanzano nell'acqua avvolte in pellicole di acido oleico. Infatti queste protuberanze si sciolgono se si mette nell'acqua dell'alcool, il quale scioglie l'acido oleico.

Queste protuberanze, che hanno a volte l'aspetto di tubicini incamiciati l'uno nell'altro, a volte si accorciano, a volte si allungano così da far pensare a sostanza apparentemente vivente ⁽¹⁾, ma l'allungamento è dovuto ad assorbimento d'acqua; l'accorciamento a espulsione di essa e la causa di tutto questo forse è da ricercare nella tensione superficiale.

Le sostanze mieliniche date in natura consistono principalmente di lecitina, colesterina, e protagone: la mielina tipica si ottiene dall'estratto alcoolico ed eterico di poltiglia di midollo spinale triturato con polvere di vetro poi filtrato ed evaporato. Ora questa sostanza, esaminata otticamente, presenta appunto aspetti del tutto analoghi a quelli degli oleati idrati ed altri composti chimici esaminati dal LEHMANN: l'estensione dell'esame microscopico in luce polarizzata di queste mieline naturali, servì al prof. VINCENZO DIAMARE per dare un notevole contributo allo studio dei lipoidi.

In una prima serie di ricerche ⁽²⁾ dall'esame microscopico rilevò la ricchezza di mieline nei muscoli ed anche che lo sviluppo di figure mieliniche (cristalli liquidi) può servire ad applicazioni pratiche: infatti notando risultati analoghi nell'osservazione di mieline post-mortali od ottenute da ghiandole malate e in quella di mieline ottenuta da materia cerebrale sana, dedusse che il valore fisiologico non scaturisce dal corpo mielinico.

In una seconda serie di ricerche ⁽³⁾ cui segue un'ulteriore ricerca pubblicata nei « Rendiconti dell'Accademia di Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli » ⁽⁴⁾ esaminando il comportamento di tali sostanze di fronte a insolubilizzatori od ossidanti notò che gli oleati ed i saponi i quali in mezzi colloidali danno cristalli liquidi confrontabili con quelli delle mieline lipoidi, in un mezzo ossidante svaniscono rapidamente, mentre le mieline lipoidi sono molto resistenti ed anche di fronte agli insolubilizzatori si sviluppano bene e sentono il bisogno di idratarsi. Dal comportamento ottico e chimico si posson quindi distinguere le mieline provenienti da organismi dalle altre provenienti da oleati e saponi, non solo, ma si possono anche distinguere fra loro le mieline della prima specie.

⁽¹⁾ LEHMANN, « Annalen », 44, 1914.

⁽²⁾ « Archivio di Ostetricia e Ginecologia », Napoli 1922. *Distrofie e degenerazioni istofisiologiche* « Rivista di Biologia », 1923; *Sui corpi mielinici del sangue e dei muscoli striati e sull'anisotropismo delle fibre striate* « Rassegna interna di Clinica e Terapia », 1923; *Cellule interstiziali*, ecc.

⁽³⁾ Atti Soc. Tosc. di Scienze Nat., 1925. *Attraverso il mito dei lipoidi: sulla pretesa loro insolubilizzazione mediante composti cromatici e metallici e Nuove ricerche sui cristalli fluidi lipoidi in presenza di sali cromatici e metallici, acidi, ossidanti e coloranti specifici*.

⁽⁴⁾ Mieline da oleati, saponi, e lipoidi, 1927.

Un contributo notevole alla conoscenza della struttura è dato, per studi recenti, dalla Francia, specialmente per opera di MAUGUIN, FRIEDEL e GRANDJEAN. Sono fondamentali le ricerche di MAUGUIN sulla struttura dei nematici ⁽¹⁾, specialmente riguardo le plaghe con torsione, la spiegazione delle proprietà ottiche di esse ed anche quelle ⁽²⁾ sull'azione di un campo magnetico sulle sostanze nematiche.

Importanti sono pure le ricerche di FRIEDEL e GRANDJEAN sulla struttura a coniche focali dei smegmatici; di GRANDJEAN riguardanti la scoperta delle gocce a gradinata nei smegmatici ⁽³⁾ e la disposizione di queste sui cristalli, riguardo l'orientamento delle sostanze mesomorfe sui cristalli ⁽⁴⁾, riguardo i piani equidistanti nella struttura smegmatica delle sostanze colesteriche ⁽⁵⁾, oltre a numerose altre osservazioni.

Appunto in seguito a queste ricerche venne generalmente abbandonata la denominazione di cristalli liquidi per le sostanze mesomorfe, perchè la birifrangenza non è un carattere sufficiente per assimilarle ai cristalli ed anche perchè non tutte son sempre liquidi.

Per quest'ultima ragione venne anche lasciata l'altra denominazione proposta di « liquidi anisotropi » tanto più che andavano facendosi strada alcune vedute in merito alla loro costituzione.

L'intorbidamento si pensò dovuto ad agglomerati di piccoli cristalli birifrangenti diversamente orientati, dovuti alla riunione di diverse molecole allungate, poste con gli assi paralleli in modo che, benchè la struttura non sia periodica come presso i cristalli, essa dà però luogo ad una ripartizione a piani nelle sostanze smegmatiche e rettilinea in quelle nematiche.

Da questa anisotropia di disposizione molecolare proviene la birifrangenza, e per questa spiegazione si possono ritenere sostanze costituenti un gradino intermedio fra la fase amorfa e quella cristallina ⁽⁶⁾.

Questa veduta, per cui gli assi delle molecole sono disposti parallelamente, veduta sostenuta saldamente dal BOSS ⁽⁷⁾ il quale pensa le molecole aventi forma di sbarrette raggruppate come ellissoidi di rotazione con gli assi paralleli, è confermata dal fenomeno della omeotropia e dalle

⁽¹⁾ « Bull. Soc. Miner. », 34, p. 71, 1911.

⁽²⁾ « C. R. », 152, p. 1680, 1911.

⁽³⁾ « Bull. Soc. Miner. », 33, 1910, p. 192.

⁽⁴⁾ « Bull. Soc. Miner. », 39, p. 164, 1916 e n. 40, 1917.

⁽⁵⁾ « C. R. », 1921, t. 172.

⁽⁶⁾ Nei liquidi le molecole formano probabilmente pure zone di diversa orientazione se non chè queste si compongono di poche molecole ed hanno dimensioni dell'ordine di grandezza di $\frac{1}{100}$ della λ luminosa, mentre nelle sostanze mesomorfe le zone di orientazione sono dell'ordine di grandezza della λ luminosa, e per questo si ha l'intorbidamento (JEZEWSKY, « J. de Phys. », 1924, p. 59).

⁽⁷⁾ « Phys. Zeits. », 8, p. 513, 1907, 9, p. 708, 10, p. 230.

misure della vischiosità ⁽¹⁾. L'omeotropia viene distinta dal LEHMANN in spontanea e forzata: la prima consiste nel fatto per cui, lasciando il preparato a sè, dopo un po' di tempo la struttura diventa aghiforme, dal che si deduce che le molecole si orientano parallelamente l'una all'altra, come venne osservato nell'oleato ammonico; la seconda sta nel fatto per cui, causa strisciamento dei vetrini, la struttura diventa filamentosa.

L'orientamento delle molecole con gli assi paralleli fra loro e normali al porta o al copri oggetti è molto frequente e può essere facilitato da lieve movimento dei vetrini: si tratta di un fenomeno di omeotropia che si verifica più facilmente quando il supporto è di vetro pulitissimo (non stato per es. pulito con acido fluoridrico) oppure è una faccia di sfaldatura di un cristallo appena sfaldato (per esempio di muscovite), perchè in tal caso la sostanza mesomorfa non entra in contatto col suo sostegno e per questo dà luogo all'orientamento normale. LEHMANN attribuì al vetro o comunque al sostegno questa azione orientatrice: per contro FRIEDEL, osservando che si verifica anche quando la sostanza è appoggiata su un foro, ne attribuì la causa alla pellicola superficiale che si forma sempre: infatti una goccia di azossibenzoato di etile, in sospensione su un buco fatto in un supporto qualsiasi, si orienta con l'asse ottico perpendicolare alla superficie che diventa piana e simile a quella dei piani di GRANDJEAN, dando cioè una delle così dette gocce a grandinata di GRANDJEAN.

L'azione orientatrice delle molecole può anche essere esercitata dalla superficie cristallina su cui giace, se si tratta di un cristallo che esercita tale azione orientatrice, come venne notato nelle citate ricerche di GRANDJEAN ⁽²⁾.

Misure di viscosità eseguite dallo SCHENCK ⁽³⁾ e da PUCCIANI ⁽⁴⁾ relative al benzoato di colesterile, al p. azossianisolo, al p. azossifenetolo dimostrano un brusco aumento di vischiosità nel passaggio dalla fase mesomorfa a quella isotropa, fatto questo che si accorda coll'ipotesi che allo stato mesomorfo le particelle hanno un certo ordinamento.

Il LEHMANN volle spiegare questo fatto attribuendolo alle forze direzionali molecolari, le quali però non vanno pensate in contrasto con la tensione superficiale, come già dissi.

Il LEHMANN stesso ammette che la tensione superficiale, che rende le molecole parallele alla superficie, combinandosi coll'effetto degli urti

⁽¹⁾ Che le molecole di sostanze considerate liquidi possan essere anisotrope, venne pensato da COTTON e MOUTON quando venne scoperta la birifrangenza magnetica (H. MOUTON, *Les progrès de la Physique moléculaire*). Essi avanzarono l'ipotesi che anche le molecole dei liquidi siano anisotrope ma non rivelino questa loro proprietà causa la diversa orientazione: quando per effetto del campo si ordinano l'anisotropia si manifesta coi fenomeni di birifrazione.

⁽²⁾ « Bull. Soc. Miner. », 1916 o 1917.

⁽³⁾ « Zeits. f. Phys. Chem. », 27, p. 167, 1893.

⁽⁴⁾ « Rend. Lincei », XVI, 5, p. 754, 1907.

molecolari, per cui le molecole più interne si dispongono parallelamente a quelle superficiali, è causa della omeotropia.

Egli aggiunge a tali forze ancora un altro elemento: l'energia chimica che si trasforma in meccanica mediante procedimento reversibile ⁽¹⁾ e che egli chiama forza elastica chimica molecolare « Mol. Chem. Federkraft ».

Tutto ciò non toglie, però, che la tensione superficiale agisca prevalentemente nel determinare l'orientamento delle molecole.

Lo stato smegmatico.

Le sostanze smegmatiche hanno frequentemente aspetto vischioso e la loro poca fluidità varia con la temperatura. Esse sono sempre anisotrope, uniassiche, positive ed il carattere è il medesimo sia che si tratti di sostanze pure o di miscele.

Osservando al microscopio polarizzante come variano le forme delle *plaghe* di polarizzazione, si vede che al primo punto di trasformazione t_1 , la fase cristallina si trasforma in smegmatica con struttura a plaghe omogenee costituite da superfici parallele; poi, avvicinandosi al secondo punto di trasformazione t_2 , la struttura diventa la così detta a coniche focali; se si ottiene la fase smegmatica raffreddando quella nematica o quella amorfa, appena al disotto di t_2 , la massa si presenta in forme caratteristiche fra le quali prevale quella di piccole sbarrette o bastoncini.

La struttura a plaghe omogenee si mostra come uniassica positiva, con l'asse ottico diversamente inclinato da plaga a plaga, e le superfici cui compete un minimo della costante capillare e quindi della tensione superficiale, normali all'asse ottico. In molti casi però, per omeotropia, l'asse ottico può disporsi perpendicolarmente ai vetri porta e copri oggetti (per es. nel caprilato di colesterina), cosa che, se non avviene spontaneamente si può provocare mediante opportuno spostamento dei vetrini: (per es. nell'oleato ammonico, nel laurato di colesterina) in tal caso si hanno le così dette « *plages normales* » o plaghe normali.

Pur per omeotropia, se la fusione della fase cristallina avviene sopra la faccia di sfaldatura di un cristallo capace di orientarla, l'asse ottico si orienta secondo una direzione di essa e la sostanza scorre perpendicolarmente alla superficie ⁽²⁾.

⁽¹⁾ « Annalen », 48, p. 76 e 77, 1915.

⁽²⁾ Il fenomeno dell'orientazione per causa del cristallo su cui è posto si verifica, benchè più raramente, anche pei cristalli veri, solo che in tal caso il fatto è selettivo, avviene cioè solo in determinate condizioni reticolari quando si accordano i periodi dei due cristalli. Nel caso delle sostanze smegmatiche tale orientamento rivela una struttura, se non veramente reticolare, quasi reticolare e meno rigorosamente periodica di quella dei cristalli, in quanto che non è necessario l'accordo col periodo del cristallo affinchè l'orientamento sia possibile.

Anche lasciando gocciolare la sostanza da un foro, essa, senza avere un vero contatto col sostegno, presenta il così detto aspetto di «goccia a gradinata» detta di GRANDJEAN (che la studiò particolarmente nel p. azossibenzoato di etile). Essa è formata da una serie di superfici piane e parallele di spessore costante, normali all'asse ottico che non cambia di direzione spostando il sostegno.

Il fatto che la fase smegmatica rivela tale struttura finemente stratificata venne studiata anche dal lato quantitativo in quanto che, per due vie distinte si pervenne ad un concorde valore dello spessore di questi strati, spessore valutato in 42-43,5 unità Å, cioè nell'ordine di grandezza molecolare.

Gli studi che portarono a questo risultato sono, da un lato, quelli di PERRIN e di WELLS sulle lamine sottili stratificate di miscele di oleato potassico, glicerina e acqua oppure di acqua saponata addizionata di uranina o esculina o acqua di colofonia ⁽¹⁾ ⁽²⁾, da un altro lato quelle di BROGLIE e FRIEDEL ⁽³⁾ sulla diffrazione dei raggi X.

PERRIN esaminò microscopicamente, mediante luce dispersa, come in metallografia, lamine di acqua saponata, facendo formare ogni lamina su un foro praticato in un metallo a mo' di diaframma convesso. In tal modo osservò il fenomeno delle così dette cinque macchie scure le quali sono plaghe dai contorni nitidi, che sembrano scure per riflessione e si notano con cinque spessori diversi; dall'aspetto che varia a seconda della temperatura, umidità, età della soluzione, qualità della luce usata. Lo spessore venne determinato fotometricamente, deducendolo dall'intensità della luce monocromatica riflessa ed in tal modo PERRIN pervenne alla conclusione che la macchia di primo ordine, che è la più sottile, ha lo spessore medio di 42 unità Å pari a $4,2 \cdot 10^{-7}$ cm. il che lascia supporre che sia costituita da uno strato bimolecolare di acido oleico. Notando che la macchia di second'ordine ha spessore doppio e così di seguito pervenne alla legge degli spessori multipli per cui lo spessore di tali lamine è sempre multiplo di uno spessore elementare di 42 Å. In quanto all'ordine in cui si succedono, prima notò quella di quint'ordine, entro questa appare a sua volta una plaga circolare meno uniforme: quella di quarto ordine, e così di seguito. Il fenomeno diventa assai meglio visibile aggiungendo un poco di sostanza fluorescente e l'aspetto generale potrebbe esser ottenuto sovrapponendo foglietti trasparenti a faccie parallele aventi spessore dell'ordine di grandezza molecolare. WELLS, tenendo conto del fatto per cui alla superficie di un liquido vi è maggior concentrazione dei componenti a bassa tensione superficiale, unitamente all'ipotesi di LANG-

⁽¹⁾ PERRIN, *La stratification des lames liquides*, « Ann. de Phys. », X, 1918, pagine 160-184.

⁽²⁾ P. V. WELLS, *Epaisseur des lames stratifiées*, « Ann. de Phys. », XV, 1921, p. 69.

⁽³⁾ « C. R. », 176, p. 738, 1923.

MUIR per cui ogni superficie fisica di discontinuità è uno strato molecolare, misurò le tensioni superficiali dei composti usati, notando che l'altezza dello strato avente minor tensione cioè periferico è appunto dell'ordine di grandezza molecolare.

D'altro lato le ricerche di BROGLIE e FIEDEL ⁽¹⁾ sulla diffrazione dei raggi X data dagli oleati alcalini portarono a risultati concordanti, perchè da essa si dedusse che la distanza dei piani riflettori è di circa 43 unità Å. Tali autori usarono il metodo DEBYE-SCHERRER, sottoponendo gli oleati alcalini ai raggi selettivi del rame, precisamente alla $K\alpha$ della lunghezza d'onda di 1,537 e 1,541 unità Å e dedussero la suddetta distanza dall'osservazione dello spettro ad anelli concentrici.

Aumentando la temperatura, avvicinandosi a t_c , al microscopio si osserva che, mentre aumenta la fluidità la massa si divide in parti distinte (zone) percorse da fili neri aventi la forma di coniche focali.

Due coniche, una ellisse ed un'iperbole, si chiamano focali quando gli estremi del grande asse dell'ellisse coincidono coi fuochi dell'iperbole e i vertici di quest'ultima coincidono coi fuochi dell'ellisse e tali coniche giacciono in piani perpendicolari. L'iperbole è il luogo dei vertici dei coni di rivoluzione passanti per l'ellisse e reciprocamente. Le superfici normali alle rette che si appoggiano a due coniche focali diconsi « cicli di DUPIN », sono le uniche superfici di cui tutte le normali incontrano due curve e costituiscono una famiglia di superfici parallele equidistanti.

Quando la sostanza smegmatica assume la struttura a coniche in ogni zona, gli assi ottici si dispongono in modo da appoggiarsi alle coniche focali che si vedono in quella zona e le superfici laminari secondo cui si dispone la sostanza nella stessa zona sono cicli di DUPIN ⁽²⁾.

La sostanza smegmatica non contiene altre discontinuità all'infuori delle coniche focali e gli assi ottici, appoggiandosi ad esse, danno luogo alle catene di coniche che LEHMANN chiamò anche « strie oleose ». Vi sono fra le tante, dettagliate descrizioni di FRIEDEL e GRANDJEAN dell'aspetto che questa fase mostra in sostanze tipiche di questa specie come il p. azossibenzoato di etile, l'oleato ammonico ⁽³⁾.

(1) « C. R. », 176, p. 738, 1923.

(2) La ciclode, di cui il toro è un caso particolare, ha la forma di un anello tagliato dal piano dell'iperbole secondo due cerchi di diverso diametro, i cui centri sono i vertici dell'ellisse cioè i fuochi dell'iperbole: dal piano dell'ellisse è tagliata secondo due cerchi di cui uno è fuori dal dominio focale l'altro ha per centro il vertice dell'iperbole.

(3) FRIEDEL e GRANDJEAN, « Bull. Soc. Miner. », vol. 33, p. 409, 1910; « C. R. », 151, p. 442, 1910.

In uno studio molto dettagliato venne osservata, anche dal punto di vista geometrico, la struttura del P azossibenzoato di etile, visto sotto diversi spessori, fra due vetri, o appoggiato solo a un vetro, o in sospensione su un foro.

Gli autori giunsero alla conclusione che le linee oscure erano coniche focali ricorrendo alla camera chiara e constatando che le linee disegnate avevano le

Ottenendo la fase smegmatica per raffreddamento da quella nematica o da quella amorfa (oppure per evaporazione) questa presenta, oltre agli elementi conici e forme che non hanno nessun rapporto col cristallo da cui provengono, sbarrette di rivoluzione, un po' rigonfiate che venendo a contatto si fondono in modo che la più piccola causa un rigonfiamento in quella maggiore dove venne la riunione.

Queste forme speciali e complicate generalmente racchiudono grandi gruppi focali.

Tutti questi fenomeni denotano che gli assi ottici, normali alle superfici secondo le quali si dispone la sostanza nella fase smegmatica, o sono paralleli fra loro come nelle plaghe normali, o si appoggiano a due linee dando una struttura con molti assi di rivoluzione cioè danno luogo ad un certo ordinamento in superfici.

Questo fatto spiega la ragione per cui questa fase è suscettibile di venir studiata coi raggi X ed anche perchè in essa non si rileva il moto

proprietà metriche delle coniche: giunsero alla conclusione che tali coniche fossero focali perchè quando una di esse, per es. l'ellisse era adagiata sulla superficie di un vetrino, l'altra (l'iperbole per es.) era vista solo in proiezione cioè come un segmento e analogamente quando l'iperbole era adagiata ad un vetrino l'ellisse si vedeva solo in proiezione cioè secondo un segmento ed inoltre perchè, dal disegno fatto alla camera chiara, risultava che il vertice dell'una coincideva col fuoco dell'altra.

Venne ben osservata la così detta struttura poligonale, cioè adagiato ad ogni vetrino un reticolato di poligoni adiacenti: entro ogni poligono vi sono visibili diverse ellissi tangenti fra loro e tangenti ai lati del poligono e le iperboli uscenti dall'unico fuoco visibili in ogni ellisse di un medesimo poligono, convergono in un medesimo vertice del poligono del vetro opposto: tal punto è detto polo. Costatarono così che i poli di un reticolo sono i vertici dell'altro reticolo. In tal modo dedussero che ad ogni ellisse corrisponde un ramo di iperbole che traversa il suo piano e che una conica è il luogo dei vertici dei coni di rivoluzione dell'altra conica, (ed è l'involuppo degli assi di queste). Dall'osservazione dei fasci di iperboli e reticoli di ellissi dedussero che le iperboli corrispondenti alle ellissi di uno stesso poligono passano tutte pel polo del poligono.

Chiamando dominio di un gruppo focale la porzione di spazio che descrive un segmento di retta i cui estremi si spostano sulla parte reale dell'ellisse e dell'iperbole dedussero le seguenti leggi:

- 1°) i domini di due gruppi non si penetrano: se si toccano sono tangenti;
- 2°) Se due coniche sono tangenti in un punto, i coni di rivoluzione aventi per vertice quel punto e che si appoggiano sulle focali delle coniche coincidono;
- 3°) Se due domini focali sono tangenti fra loro lungo una generatrice, le coniche corrispondenti si toccano a due a due.

Le osservazioni furono facilitate dal fatto che i gruppi focali più grandi si conservano dopo la cristallizzazione.

Se l'ellisse, o l'iperbole sono adagate sulla faccia della preparazione al momento della cristallizzazione, le lamelle cristalline disegnano, intorno alla conica, due serie di cerchi che sono le tracce delle ciolidi di DUPIN.

browniano ⁽¹⁾ e su di essa non produce nessuna variazione nè il campo elettrico, come constatò YNGVE BJÖRNSTAHL sul anisalaminocinnamato di etile nè il campo magnetico, come constatò MAUGUIN ed anche KAST ⁽²⁾.

In essa però è possibile constatare il movimento di materia per effetto del passaggio di corrente continua presentando a volte elettrolisi, a volte cataforesi. A parte la migrazione dei joni argento nel joduro di argento cubico che LEHMANN osservò al microscopio ⁽³⁾ e che egli erroneamente considerò appartenente a queste sostanze, lo stesso autore osservò al microscopio la migrazione di joni nelle soluzioni di oleato ammonico idrato ⁽⁴⁾ con liberazione di idrogeno al catodo e di joni oleici all'anodo i quali, con l'ammoniaca, ripristinavano l'oleato ammonico. Anche l'oleato sodico dà effetti di elettrolisi e di cataforesi ⁽⁵⁾ con movimento elettrolitico di joni Na^+ e moto cataforetico del sapone indissociato.

Lo stato nematico.

Può presentarsi in due aspetti.

1) Stato nematico propriamente detto in cui la sostanza si presenta come uniassica, *positiva*, molto fluida e mobile. Esso può presentare l'aspetto a plaghe (« *plages* ») o la struttura a fili (« *filis et noyaux* »), ma può dare anche una struttura per omeotropia a plaghe omogenee, per l'orientarsi in modo analogo degli assi che si dispongono normalmente ai vetri.

2) Tipo colesterico, stratificato secondo i così detti piani di GRANDJEAN dotato di forte potere rotatorio, riflessione di colori e che otticamente è negativo. Si denomina colesterico perchè ad esso appartengono molti derivati della colesterina, ma non è a credersi che sia rigorosamente una proprietà esclusiva di essi.

1. La struttura a plaghe, studiata particolarmente da MAUGUIN si ottiene fondendo i cristallini fra i vetri, in tal modo si ottengono « plaghe omogenee » fino ai bordi, con l'orientamento degli assi ottici che dipende dal cristallo che ha dato origine alla plaga considerata.

I limiti fra plaga e plaga non sono superfici di discontinuità, perchè non dan luogo a riflessione totale e le molecole, passando da una plaga all'altra ne assumono l'orientazione così che la struttura non cambia.

Queste si osservano bene nel p. azossifenetolo. È caratteristico notare che, a quanto pare, il cristallo fondendo lascia sulle laminette di vetro delle pellicole persistenti alle quali pare sia dovuta la forza direttrice che orienta le molecole in una data plaga. La persistenza di queste pellicole

⁽¹⁾ FRIEDEL et GRANDJEAN, « C. R. », 151 p. 327 1910.

⁽²⁾ « Annalen der Phys. », 73 p. 156, 1924.

⁽³⁾ « Annalen », 24, 1885.

⁽⁴⁾ « Annalen », 57, 1918, p. 244.

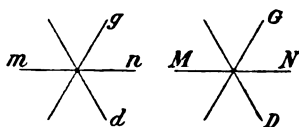
⁽⁵⁾ MARIE E. LAING, « Journ. of Phys. Chemistry », 1924, vol. 28, p. 673.

si rileva dal fatto che, fondendo la sostanza al disopra di t_1 e lasciando raffreddare, esse tornano ad apparire, (dal che si deduce che ad esse compete un diverso punto di fusione) e dal fatto che, spostando leggermente il copri oggetti si osserva uno sdoppiamento dei contorni. FRIEDEL e GRANDJEAN nel 1910 ⁽¹⁾ furono indotti ad avanzare l'ipotesi che in queste pellicole fosse localizzata la birifrangenza, ma ciò non è perchè, togliendo il liquido e lasciando le pellicole, la birifrangenza scompare.

Questi autori notarono già che si ha l'estinzione fra nicols incrociati di un angolo generalmente minore di 90° : la spiegazione di questo fatto è data dagli studi di MAUGUIN sulle così dette « *plages tordues* » cioè « *plaghe a torsione* » di cui si può rendersi meglio conto osservando il fenomeno analogo che si osserva quando, ponendo la sostanza nematica fra due facce appena sfaldate di un cristallo che orienta la sostanza, come la mica, si ha sulla faccia inferiore l'orientazione della plaga aderente alla mica secondo una direzione e sulla faccia superiore secondo una direzione che forma (in questo caso) un angolo di 60° con la prima ⁽²⁾.

⁽¹⁾ « C. R. », 151, p. 327.

⁽²⁾ Per questo ricordiamo le figure di pressione; se comprimiamo una laminetta di mica in un punto questa si scieglia formando raggi inclinati di 60° :



facendo lo stesso sopra la laminetta che si sia separata dalla prima per sfaldatura si ottiene una figura analoga ma le proprietà fisiche lungo la d pare siano analoghe non a quelle della D bensì a quelle della G e viceversa; questo perchè l'asse ottico della sostanza nematica che sull'una si orienta secondo d , sull'altra si orienta secondo G (OLLIVIER).

MAUGUIN, « Bull. Soc. Miner. », 34, p. 71, 1911. Mediante osservazioni microscopiche del p azossifenetolo e del p azossianisolo notò nelle pellicole due direzioni principali di vibrazione.

Egli sperimentò tenendo il copri oggetti solidale con l'obbiettivo e il porta oggetti col microscopio, in modo da poter ruotare una pellicola rispetto all'altra.

Una vibrazione luminosa rettilinea le cui vibrazioni, all'entrata, sono secondo la prima direzione, emerge dalla seconda pellicola vibrando ancora secondo quella direzione della seconda pellicola; ed una radiazione che entra in modo che le vibrazioni avvengano secondo la seconda direzione principale della pellicola d'entrata, emerge vibrando secondo la seconda direzione principale della pellicola d'uscita.

Se la radiazione all'entrata vibra secondo una direzione intermedia, si decompone in due vibrazioni che avvengono secondo le due direzioni principali

In tal caso se la luce incidente è polarizzata rettilineamente e vibra secondo l'asse ottico della pellicola inferiore, quella emergente è pure polarizzata rettilineamente o quasi e vibra secondo l'asse della pellicola superiore. MAUGUIN avanzò l'ipotesi che la sostanza interposta debba considerarsi come avente struttura elicoidale, cioè formata da una fila di laminette birfrangenti i cui assi ottici formano un elicoide.

Nelle preparazioni poco dense se non si hanno le pellicole che conservano le tracce del cristallo, in luogo delle « plaghe omogenee » si formano le così dette « *plages à fils et à noyaux* » cioè a « plaghe a fili e nodi » studiate particolarmente da FRIEDEL e GRANDJEAN: fra queste due strutture vi sono tutte le transizioni.

Questo aspetto è caratterizzato dalla presenza di fili neri, che possono essere di due specie: i primi sempre filiformi qualunque sia la posizione dei nicols, i secondi circondati da una penombra grigia limitata da due bordi paralleli.

Questi lasciano passare solo il raggio ordinario della luce polarizzata così che mettendo i nicols in modo da estinguere il raggio ordinario, appaiono come un nastro nero, per altre posizioni dei nicols, come un nastro grigio: e se la posizione è tale da spegnere il raggio straordinario il filo si cancella, perchè si rifrange solo il raggio straordinario; in un campo elettrico aumentano e si orientano secondo le linee di forza. GRANDJEAN avanzò l'ipotesi che nelle sostanze nematiche gli assi ottici (anzichè appoggiarsi su due linee come nella struttura a coniche delle smegmatiche) si appoggiano ad una linea sola: questi fili sarebbero appunto linee intorno alle quali l'asse ottico si arrotola o irraggia e precisamente nei liquidi positivi si arrotola circolarmente intorno ai fili della prima specie e irraggia intorno a quelli della seconda specie: inversamente nei negativi. Unitamente ai fili quando la fase assume questa forma si osservano anche i così detti « *noyaux* » i così detti « *kernpunkte* » e rispettivamente « *Konvergenzpunkte* » di LEHMANN: i primi, che si indicano col simbolo $+2$ visti fra due nicols incrociati di un angolo che può anche non esser retto, mostrano quattro rami neri immobili anche ruotando il preparato; i secondi, che si indicano col simbolo -2 sono analoghi ai primi solo che ruotando il preparato essi ruotano di un angolo doppio. Oltre a questi

della pellicola d'entrata ed emergono secondo le due direzioni principali della pellicola d'uscita.

Queste due vibrazioni si propagano con velocità differente, quindi emergono con differenza di fase e, se coesistono, danno luogo a luce polarizzata ellitticamente.

Quando la luce polarizzata entra vibrando secondo una di tali direzioni e le pellicole son disposte in modo che le direzioni omologhe formino fra loro un angolo di 90° , si ha l'estinzione con nicol paralleli: se invece le pellicole formano fra loro un angolo α diverso da 90° si trovano quattro posizioni del porta oggetti per le quali si ha l'estinzione tra nicols incrociati.

vi sono quelli a simbolo $+1$ e -1 che presentano sole due rami anzichè quattro, ma si comportano analogamente ai primi.

Probabilmente in quelli di prima specie ($+2$ e $+1$) gli assi ottici irraggiano come intorno ad una sferolite mentre nei secondi l'angolo dell'asse ottico col raggio vettore non è costante, e se il raggio vettore ruota di un angolo θ , l'asse ottico ruota di $-\theta$.

Un altro aspetto che si distingue dai precedenti si ha quando la sostanza, non facendo contatto col vetro, si orienta per omeotropia: in tal caso le pellicole superficiali, libere di muoversi, orientano sè e il liquido perpendicolarmente alla superficie del vetro.

Il p. azossianisolo, il p. azossifenetolo, fusi fra due vetrini di distanza minore di mm. 0,2 possono dar luogo a queste « plaghe normali » che si estinguono fra nicols incrociati in luce parallela, ma in luce convergente danno luogo alla croce ed agli anelli delle sostanze uniassiche (si tratta delle plaghe « pseudoisotrope » di LEHMANN).

Se la distanza fra i vetrini è però un po' maggiore, anche in luce parallela si ha birifrangenza, perchè, escluse le zone strettamente vicine ai vetri, nella parte rimanente la sostanza ha gli assi variamente orientati.

Quenda si osserva una di tali plaghe normali, le vibrazioni della luce polarizzata parallele al vetro, corrispondenti al raggio ordinario, presentano un indice di rifrazione minore, trattandosi di sostanze positive.

Vi sono sostanze, come ad esempio il p. azossifenetolo, che, a seconda delle circostanze possono dare o le plaghe omogenee del primo tipo, in cui il contatto col vetro è tale che gli assi ottici si dispongono parallelamente ad esso, oppure plaghe normali del secondo tipo, in cui non vi è contatto col vetro.

Probabilmente la ragione di questi diversi tipi di contatto col vetro sta nelle condizioni di tensione superficiale fra sostanza e vetro: forse sarebbe non privo di interesse indagare le ragioni di questi diversi comportamenti analizzando le diverse condizioni di tensione superficiale che si possono presentare.

Questa struttura per omeotropia può apparire come un certo punto di contatto fra fase nematica e fase smegmatica.

Però questo contatto non esiste, perchè, ponendo una sostanza nematica appoggiata ad un foro, la goccia non prende l'orientamento normale come nelle « gocce di GRANDJEAN » a piani, ma bensì una struttura più analoga a quella delle « plaghe a fili ».

Inoltre, una sostanza nematica, ottenuta per raffreddamento della fase amorfa, si presenta come una goccia, analogamente ai liquidi e non dà luogo alle forme caratteristiche dei smegmatici di sbarrette, anfore ecc.

Vi sono inoltre altre proprietà fisiche che caratterizzano la fase nematica in confronto della smegmatica.

Una di queste è un formicolio, analogo ai moti browniani, che si può osservare nelle plaghe normali: si tratta di un movimento molecolare,

forse oscillazioni disordinate delle molecole intorno alle loro posizioni di equilibrio, durante le quali si associano in gruppi temporanei per cui, quando l'asse ottico del gruppo non è normale rispetto ai vetri, si vede come una macchia chiara, scintillante. Tale fenomeno venne osservato da MAUGUIN nel p. azossionisolo ⁽¹⁾ il quale notò che aumenta con la temperatura, in accordo su ciò col LEHMANN ⁽²⁾, e scompare quando la sostanza passa alla fase isotropa.

Questo formicolio scompare anche se si pone il preparato entro un campo magnetico: il qual fatto prova che tal campo influisce sulle sostanze nematiche, coordinando le particelle.

Questo fenomeno poteva indurre a riprendere in considerazione le antiche ipotesi che si trattasse cioè di sospensioni od emulsioni: ma siccome filtrando il preparato o centrifugandolo si osserva in seguito che tale fenomeno è inalterato, si può concludere che non è il caso di metter dubbi sulla purezza delle sostanze in questa fase.

Un altro fenomeno fisico che distingue la fase nematica dalla smegmatica è l'orientamento che subiscono le molecole per effetto di un campo magnetico o di un campo elettrico.

Già da tempo BOSE ⁽³⁾, WARTENBERG ⁽⁴⁾, MAUGUIN ⁽⁵⁾, osservarono sperimentalmente che il campo magnetico orienta le sostanze nematiche con l'asse ottico parallelo alle linee di forza in modo che si rivelano esattamente uniassiche.

Quando le plaghe sono normali, se il campo è perpendicolare ai vetri, l'effetto del campo si somma a quello dei vetri e si ha oscurità con nicols incrociati in luce parallela anche quando la distanza fra i vetrini supera i mm. 0,2; se invece il campo è parallelo ai vetri, l'asse ottico della sostanza assume un orientamento intermedio che corrisponde alla risultante fra la forza del campo e quella esercitata dalle pellicole orientatrici.

Quando le plaghe sono omogenee l'azione orientatrice del campo si esercita sulla sostanza salvo presso le pellicole orientatrici la cui azione è predominante.

Il campo elettrico tende invece a orientare gli assi normalmente ad esso: dal fatto che in tal caso si vedono apparire, o se già esistono, aumentare, i fili neri si è indotti a pensare che forse gli assi ottici, ponendosi normali al campo, si arrotolino intorno a linee che ci appaiono appunto come fili neri. Si tratta però di un'azione complessa. Venne osservata da YNGVE BJÖRNSTAHL nella fase nematica dell' anisalaminocinnamato di etile.

⁽¹⁾ « C. R. », 154, p. 1359, 1912.

⁽²⁾ « Phys. Zeits. », 1914, p. 620.

⁽³⁾ « Phys. Zeits. », 10, p. 230, 12, p. 60.

⁽⁴⁾ « Phys. Zeits. », 12, p. 837.

⁽⁵⁾ « C. R. », 152, p. 1680.

L'orientamento della fase nematica per effetto del campo elettrico o magnetico ha per conseguenza una anisotropia nei riguardi della conducibilità elettrica.

Questa venne già osservata da SVEDBERG ⁽¹⁾ che, misurando la conducibilità elettrica nella direzione longitudinale e in quella trasversale alle linee di forza, esaminò il rapporto fra questi due valori e concluse che l'anisotropia riguardo alla conducibilità elettrica si ottiene sia per un campo elettrico che per un campo magnetico, sia per forze capillari: è più precisa tuttavia quella ottenuta per effetto del campo magnetico.

Anche KAST ⁽²⁾ constatò che, contrariamente alle sostanze smegmatiche rispetto alle quali il campo magnetico non ha effetto, quelle del tipo p. aziossianisolo e p. azossifenetol cioè le nematiche propriamente dette, per effetto del campo magnetico diminuiscono la loro costante dielettrica ed aumentano la conducibilità in campi fino a 5000-7000 Gauss secondo le linee del campo, mentre la conducibilità diminuisce normalmente ad esse. Questi risultati confermano l'azione orientatrice del campo magnetico.

2. *Tipo colesterico.* Questo secondo modo di essere della fase nematica in principio fu creduto una terza fase intermedia fra la nematica e la smegmatica, a motivo di alcuni aspetti che lo avvicinano a quest'ultima, ma ciò non è, sia perchè effettivamente si differenzia notevolmente da quest'ultima, sia perchè non vi è discontinuità assoluta tra la fase a fili e quella colesterica ⁽³⁾.

Le sostanze colesteriche presentano, nella maggior parte dei casi, una struttura stratificata, così detta a « piani di GRANDJEAN » otticamente negativa, caratterizzata da un forte potere rotatorio e da un grande potere riflettente.

Talvolta però si presentano anche con struttura a fili come le nematiche propriamente dette ed in tal caso sono otticamente positive; oppure con struttura quasi a coniche, ma questa è instabile e tende a trasformarsi in quella comune a piani (OLLIVIER).

In questa struttura a piani si osservano plaghe uniformemente orientate, normalmente all'asse.

L'ordine di grandezza delle sostanze di questi piani è di circa metà λ luminosa; qui sta già una notevole differenza dai smegmatici nei quali queste distanze sono dell'ordine di grandezza molecolare ⁽⁴⁾.

Su questi piani la luce si riflette in modo singolare, dando colori diffusi vivaci. Essi riflettono la luce polarizzata circolarmente, ma, con-

⁽¹⁾ « Annalen », 44, 1914, p. 1124.

⁽²⁾ « Annalen », 73, 1924, p. 156.

⁽³⁾ GRANDJEAN, « C. R. », 172, p. 71, 1921.

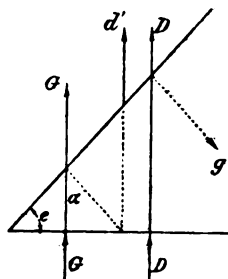
⁽⁴⁾ FRIEDEL e ROYER, « C. R. », 173, p. 1320.

trariamente al solito, quella polarizzata destra rimane tale anche dopo la riflessione e così pure quella sinistra (FRIEDEL).

Si dicono colesoteriche destre quelle sostanze che lasciano passare la luce polarizzata circolarmente sinistra e riflettono come polarizzata circolarmente destra quella che arriva ad un piano come tale; analogamente dicasi per quelle sinistre.

La lunghezza d'onda per cui l'intensità della luce riflessa è massima dipende dall'angolo d'incidenza e dalla temperatura: per l'incidenza normale, se d è la distanza fra i piani, n l'indice di rifrazione del raggio riflesso e λ la lunghezza d'onda della radiazione riflessa di intensità massima, è $\lambda = 2dn$.

In uno studio dettagliato dei piani equidistanti osservabili in questa fase colesERICA, GRANDJEAN ⁽¹⁾ indica il modo seguito per determinarne la distanza. Come sostanza scelse il cianbenzalamino cinnamato di amile e osservò con luce monocromatica la fenditura ottenuta scaldando mica o talco prima e dopo di averla riempita con la sostanza in esame. Il diverso spessore nelle varie parti della fenditura dà luogo agli anelli di NEWTON. Dopo avere fatto entrare il liquido si contano le linee corrispondenti ad un dato anello dal che, confrontando lo spessore corrispondente all'anello con quello corrispondente alla distanza fra le righe si deduce la distanza fra queste, cioè fra i piani. Tale struttura a piani rende anche conto della riflessione di vivaci colori. Infatti una vibrazione può considerarsi composta di un raggio polarizzato circolarmente destro e di un raggio polarizzato circolarmente sinistro: se la sostanza in esame è, per es., un corpo destro, il raggio sinistro non subisce alcuna alterazione ed emerge come tale: G . Una parte di esso si riflette sulla superficie libera in modo ordinario, diventa destro e questo, riflettendosi sul primo piano di GRANDJEAN che incontra, emerge come destro: d' . D'altra parte il raggio incidente destro in parte emerge come tale D e in parte si riflette regolarmente alla superficie libera diventando sinistro g e non emerge più.



Se la luce incidente era polarizzata, allora ha luogo l'interferenza fra i fasci circolari incidenti e riflessi: questa dà luogo ad una vibrazione rettilinea e a frange le quali dipendono dalla differenza di fase che, a sua volta, dipende dallo spessore compreso fra la superficie libera e il primo piano di GRANDJEAN (e) nonché dall'angolo α di inclinazione.

Il periodo delle frange $\frac{\lambda}{n_g + n_d}$ (dove n_g e n_d sono gli indici di rifrazione del raggio polarizzato circolarmente sinistro e di quello destro e λ la lunghezza d'onda della radiazione riflessa), essendo n_g poco diverso da n_d , ha

(1) « C. R. », 172, p. 71, 1921.

un valore vicino a quello che dà la distanza fra i piani $\frac{\lambda}{2n}$, quindi coll'aumentare della distanza fra i piani, aumenta la lunghezza d'onda della luce riflessa che può anche arrivare nell'infrarosso.

Questi vivaci colori hanno una causa nella struttura a piani, però ne hanno anche un'altra nel forte potere rotatorio presentato da queste sostanze.

Tale potere rotatorio dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione usata, dall'incidenza e dalla temperatura. Lo si spiega attribuendolo alla torsione ottica della sostanza intorno alla normale ai piani di GRANDJEAN. Pei colesterici destri, il potere rotatorio è positivo; pei sinistri è negativo (OLLIVIER).

Sono interessanti al proposito le accurate misure di STUMPF ⁽¹⁾ sul cianobenzalaminocinnamato di amile.

Ponendo la sostanza fra un vetro piano ed uno sferico, il tutto fra due nicols, potè notare che il potere rotatorio è abbastanza forte, perchè una variazione di spessore anche minima corrisponda alla rotazione di 180° della vibrazione rettilinea emergente, il che produce interferenza: quindi fra nicols si osservano anelli che con luce monocromatica sono neri e che, per la rotazione di uno dei nicols, si stringono o si allargano a seconda del senso della rotazione.

STUMPF potè quindi determinare il potere rotatorio, deducendolo dal diametro degli anelli, e il senso della rotazione deducendolo dal senso di rotazione di uno dei nicols per avere stringimento o allargamento degli anelli.

Per di più introdusse un metodo per conoscere dettagliatamente la luce dispersa: egli proiettò l'immagine della preparazione sulla fenditura di uno spettroscopio in modo che la luce attraversava prima il polarizzatore, poi la preparazione, l'analizzatore e finalmente veniva dispersa in uno spettro.

Gli anelli, per ogni lunghezza d'onda, hanno diametro differente e ogni anello dà, a traverso la fenditura, come immagine due punti e l'insieme di questi punti traccia nello spettro le curve di dispersione. In tal modo si potè notare che, partendo dalle brevi lunghezze d'onda il potere rotatorio va diminuendo fino ad una lunghezza d'onda, detta d'inversione (e che corrisponde a quella della luce riflessa con massima intensità sotto l'incidenza normale) con la quale il senso della rotazione si inverte, senza però passare pel valore nullo.

Le curve di dispersione scompaiono per questa radiazione, perchè in questa regione uno dei raggi (quello polarizzato circolarmente destro se il corpo è destro, ecc.) è riflesso nella quasi totalità e la vibrazione emer-

(1) *Tesi di dottorato*. Göttingen, l. o. 1911.

gente non è più rettilinea, ma circolare e non è più spenta dall'analizzatore.

La struttura stratificata si ottiene pure lasciando formare una goccia, solo che in tal caso si osservano ai bordi catene di virgole, che sono frange analoghe a quelle che si osservano ai bordi dei piani, solo che mentre queste stan fisse, quelle delle gocce facilmente si spostano.

Il fatto che in queste sostanze le distanze fra i piani sono dell'ordine di grandezza delle λ luminose, anzi, forse arrivano fino a 80000 unità $\text{\AA}$ cioè nell'infrarosso, è sufficiente a spiegare il motivo per cui, contrariamente a quanto si constatò in quelle smegmatiche, non si può avere la diffrazione coi raggi X.

Infatti fu sperimentalmente constatato da HÜCKEL, che nè i nematichi nè i colesterici presentano tale fenomeno ⁽¹⁾.

Presenta un certo interesse lo studio delle miscele. Un colesterico destro mescolato con uno sinistro, in date proporzioni, può comportarsi come destro fino ad una certa temperatura, avvicinandosi alla quale la distanza fra i piani di GRANDJEAN aumenta moltissimo finchè, a quella temperatura, si presenta con la struttura a fili, otticamente positiva, delle sostanze nematiche propriamente dette: oltrepassata quella temperatura si presenta la fase colesterica ma sinistra (FRIEDEL).

Le miscele di sostanze colesteriche con sostanze nematiche propriamente dette dimostrano la continuità del passaggio fra questi due modi di essere della fase nematica. Così FRIEDEL ⁽²⁾ osservò nella miscela di p. azossianisolo e acetato di colesterina la struttura a piani e il forte potere rotatorio, tanto maggiore quanto minore la percentuale di colesterina, il che indusse l'autore a pensare che la causa del potere rotatorio è la torsione della struttura conseguente alla presenza di sostanza colesterica.

A risultati analoghi pervennero FRIEDEL e ROYER ⁽³⁾. Pure studi di FRIEDEL dimostrano che la distanza fra i piani della miscela è tanto maggiore quanto maggiore è la percentuale di sostanza nematica propriamente detta.

La continuità del passaggio fra nematico propriamente detto e colesterico, constatata sperimentalmente e che può sembrare strana in vista delle proprietà tanto diverse, è spiegata dall'OLLIVIER con l'ipotesi che forse il piccolo elemento otticamente positivo, per ragioni a noi inspiegabili, si arrotola intorno ad una retta in modo che l'asse ottico elementare si mantenga normale ad essa ma formando un edificio elicoidale, producendo così grande torsione, forte potere rotatorio e uniassicità negativa con asse apparente la retta intorno a cui si sono posti gli assi ottici elementari.

⁽¹⁾ « Phys. Zeits. », 22, 1921, p. 561.

⁽²⁾ « C. R. », 170, p. 475, 1923.

⁽³⁾ « C. R. », 173, p. 1320.

Conclusione.

Lo stato mesomorfo, che generalmente si rileva per sostanze aventi molecole allungate, può considerarsi come intermedia fra quello cristallino e quello amorfo: da una fase all'altra si vedono scomparire gradualmente le caratteristiche della struttura cristallina, benchè le trasformazioni siano discontinue.

La fase cristallina presenta regolarità nelle distanze molecolari ed è caratterizzata dalla struttura reticolare periodica.

Nella fase smegmatica non rimane che una disposizione regolare in superficie, sia quando si rivela in piani paralleli a distanze molecolari, come nelle gocce a gradinata di GRANDJEAN, sia quando si rivela nelle superfici parallele equidistanti formanti le cicli di DUPIN.

Nella fase nematica in cui, quando anche si rivela la struttura stratificata come nelle sostanze colesteriche, la distanza fra i piani non è più dell'ordine di grandezza molecolare ma assai maggiore, non rimane come ordinamento generale che la direzione comune degli assi delle molecole, entro zone relativamente piccole, e questo parallelismo è turbato dall'agitazione delle molecole che ruotano disordinatamente intorno ai loro assi (come si rivela nel moto browniano).

In questa fase le molecole obbediscono alle azioni orientatrici delle pareti cristalline, del campo elettrico e magnetico e tendono, quando mancano altre azioni orientatrici, escluse quelle del campo elettrico, ad arrotolarsi in diversi modi intorno a linee di discontinuità (fili). Della distribuzione regolare caratteristica del reticolo cristallino non rimane che il parallelismo degli assi.

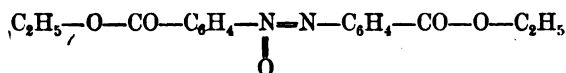
Con ulteriore agitazione termica si rompe ogni periodicità e si passa alla fase di liquido isotropo.

Il fatto che le sostanze nematiche non danno piani riflettori di raggi X può però indurre a pensare che, forse, queste sostanze esaminate durante l'azione di un campo magnetico orientatore potrebbero presentare un reticolo lineare di periodo opportuno per prestarsi allo studio coi raggi X: e che invece le distanze dei piani che diffondono i vivaci colori dei colesterici potrebbero venir più estesamente esaminate considerando oltre allo spettro visibile anche quello dell'infrarosso, esame che si potrebbe fare più agevolmente forse osservando le righe dell'infrarosso mediante l'assorbimento che provocano su uno schermo colpito dalla luce ultravioletta. In quanto poi al diverso tipo di contatto che può aver luogo fra fase nematica e vetro, (come nel p. azossianisolo e p. azossifenetolo che possono orientarsi per omeotropia normalmente al vetro oppure come gli assi paralleli al vetro dando le plaghe omogenee) può interessare metterlo in rapporto coi diversi valori della tensione superficiale tra sostanza aria e sostanza vetro (infatti influisce il trattamento anteriore fatto subire al vetro) tensione alla quale non sarebbe forse vano vedere se si può

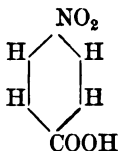
estendere la teoria di FRENKEL per la quale questa tensione è di origine elettrostatica.

Sostanze smegmatiche.

1. Para-azossibenzoato di etile



(che, forse, deriva dall'acido p. nitrobenzoico).

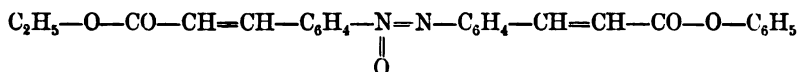


Fortemente birifrangente.

$T_1 = 114^\circ$; $T_2 = 120^\circ$. In esso si osserva la struttura a coniche, le gocce a gradinata, i bastoncini.

Cristallizza facilmente in grandi plaghe che, a T_1 , si trasformano in plaghe otticamente omogenee.

2. Para-azossicinnamato di etile



(deriva dall'acido p. nitrocinnamico).

Fortemente birifrangente.

$T_1 = 140^\circ$; T_2 verso 250° ma a 230° si decompone facilmente. Mescolato col precedente, dà esempio di orientamento mutuo dei cristalli e della fase smegmatica.

3. Oleato ammonico

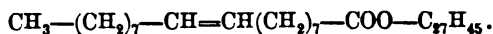


Esempio classico di corpo smegmatico a freddo. Per semplice strofinamento dei vetrini, dà plaghe a ventaglio che facilmente si trasformano in plaghe omeotrope con strie oleose.

Debole birifrangenza, ma nitida struttura a coniche.

4. Anche i saponi molli sono sostanze smegmatiche a temperatura ordinaria. Tale struttura è rivelata se si riscalda e raffredda al microscopio una soluzione alcoolica.

5. Oleato di colesterina



A freddo è pastoso come i saponi molli; fonde facilmente in liquido isotropo che, raffreddando, deposita bastoncini che facilmente si riuniscono rivelando la struttura a coniche. È lievemente birifrangente. Interessante notare che non presenta le caratteristiche dei colesterici, ma solo quelle dei smegmatici.

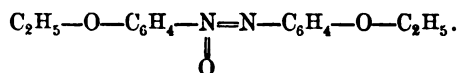
6. Lecitine



Sostanze pastose a temperatura ordinaria, analogamente ai saponi molli e smegmatica a temperatura ordinaria. È difficile osservarvi una struttura nitida: conviene riscaldare lievemente in presenza di una miscela di alcool e cloroformio, allora raffreddando si vedono i bastoncini e le forme a ventaglio caratteristiche delle sostanze smegmatiche. È debolmente birifrangente.

Sostanze nematiche.

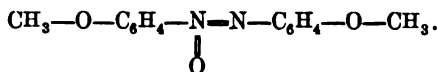
7. Para-azossifenetolo



Tipo classico di sostanza nematica. Tende a dare plaghe aderenti che conservano la traccia dei cristalli. Mostra anche, fra vetri, plaghe omeotrope, con moto browniano.

È fortemente birifrangente. $T_1 = 135^\circ$; $T_2 = 165^\circ$.

8. Para-azossianisolo



È analogo al precedente, salvo rivelare maggiormente l'omeotropia spontanea. $T_1 = 116^\circ$; $T_2 = 133^\circ$.

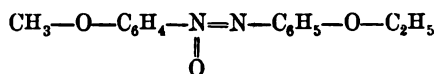
9. Para-azo-fenetolo preparato dal p. nitrofenetolo



Cristallizzato da soluzione in benzina è in laminette piane gialle. La fase nematica torbida si ha fra 149° e 160° . I cristalli birifrangenti sono dicroici. Il dicroismo si verifica pure nel liquido.

Fonde a 149° in liquido torbido che diventa chiaro a 160° .

10. Para-azossianisolfenetolo

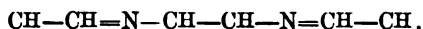


nel quale è possibile avere isomeri, a seconda della posizione dell'O legato ad N.

È analogo ai precedenti, e presenta maggior stabilità nella fase nematica che ha luogo fra $T_1 = 93^\circ,5$ e $T_2 = 149^\circ,6$.

Dà più facilmente plaghe a fili e nodi, ma più difficilmente plaghe omeotrope.

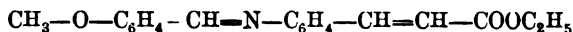
11. Dibenzalbenzidine, (prodotto della condensazione della benzaldeide e della benzidina)



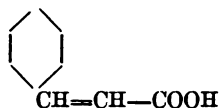
Dà facilmente plaghe omeotrope, con forte moto browniano, e in relazione a ciò, non ha tendenza a dare plaghe aderenti al vetro. Mostra nitidamente il limite fra plaghe a nocciolo e plaghe normali. In esso si nota l'orientamento sui cristalli delle piccole gocce aderenti al vetro. È piccolo l'intervallo in cui sussiste la fase nematica, e la sostanza si dispensa sul cristallo in bande di egual larghezza a limiti netti.

Sostanze smegmatiche e nematiche.

12. Anisalaminocinnamato di etile



deriva dall'acido aminocinnamico in posizione para



insieme con l'aldeide anisica $\text{CH}_3\text{—O—C}_6\text{H}_4\text{—CHO}$.

Presenta ben preparata le due fasi

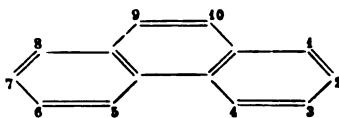
$$T_1 = 107^\circ \quad T_2 = 114^\circ \quad T_3 = 133^\circ.$$

La fase smegmatica, stabile, mostra bastoncini, e la struttura a coniche fin quasi alla temperatura ordinaria: cristallizzando i cristalli tendono a seguire le cicliidi.

La fase nematica non dà plaghe aderenti al vetro, ma piuttosto tende ad orientarsi per omeotropia spontanea e a mostrare moto browniano. Questa omeotropia è tanto più facile quanto l'aderenza al vetro è minore.

(Queste ultime 11 e 12 sono le cosiddette basi di SCHIFF).

13. Acido 10 bromofenantrene-6 sulfonico preparato da SANQVIST

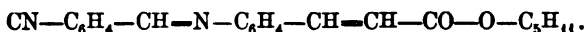


(in cui il gruppo HSO_3 occupa la posizione 6, potrebbe anche occupare la posizione 3 e allora è 3 sulfonico).

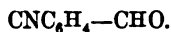
Ha la proprietà di passare dalla fase cristallina a quella smegmatica, nematica e amorfa per addizione graduale di un solvente, a temperatura costante.

Sostanze colesteriche destre.

14. Cianobenzalminocinnamato di amile



Risulta dall'acido aminocinnamico visto sopra e da aldeide cianobenzica

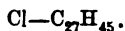


In questa sostanza GRANDJEAN ha scoperto la struttura a piani e STUMPF il potere rotatorio. A questo autore sembrò in principio di riconoscervi due fasi, ma effettivamente si tratta di due aspetti (a coniche ed a piani) di una medesima fase.

Il potere rotatorio è destro entro quasi l'intero spettro visibile.

$T_1 = 92^\circ$; $T_2 = 105^\circ$ (secondo VORLÄNDER).

15. Cloruro di colesterina



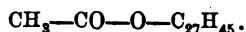
Riscaldando i cristalli, fonde subito in un liquido isotropo. Raffreddando questo, per surfusione si osserva la fase colesterica che, per agitazione dei copri oggetti, dà la struttura a colori e il potere rotatorio.

Il colore riflesso è violetto polarizzato circolarmente destro.

Il potere rotatorio è sinistro.

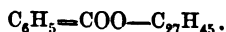
Sostanze colesteriche sinistre.

16. Acetato di colesterina



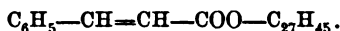
In equilibrio, per riscaldamento o raffreddamento lento, non si osserva la fase colesterica, che invece si nota se si raffredda rapidamente il liquido isotropo, ma tale apparizione è fugace.

17. Benzoato di colesterina



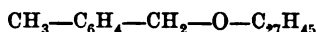
La fase colesterica è stabile fra le temperature di 145° e 178°. Dà la struttura a plaghe in cui si distinguono, se non le coniche, le forme a ventaglio.

18. Cinnamato di colesterina (o cinnamitato)



La fase colesterica è stabile in un intervallo relativamente vasto, da 156° a 197° ed è uno dei migliori esempi di struttura a piani (come il cloruro di colesterina) sia fra una fenditura di mica sia fra vetri. È favorevole allo studio della dispersione e dell'inversione del potere rotatorio.

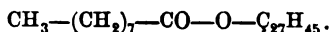
19. Etere paratolilico della colesterina



(l'ossigeno dà l'etere semplice legandosi da un lato col radicale colesterile $C_{27}H_{45}$ e dall'altro col radicale tolilico $CH_3C_6H_4CH_2$).

La fase colesterica, molto stabile, fra circa 130° e 139°, se vista entro una fenditura di mica, mostra bene i piani: il potere rotatorio è debole. Dà nitidamente le plaghe a coniche, ma presenta due fasi cristalline.

20. Pelargonato di colesterina

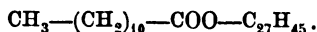


Dà la fase colesterica fra 79° e 90°,5 e la smegmatica fra 78° e 79°, quest'ultima facilmente osservabile.

Quella colesterica dà splendidi colori riflessi, osservandola durante il raffreddamento; ma i piani si vedono difficilmente.

La fase smegmatica si orienta facilmente per omeotropia. Questa sostanza conviene per lo studio del passaggio della fase colesterica a quella smegmatica.

Laurato di colesterina (o laurinato)



Le due fasi colesterica fra 81° e 88° e smegmatica fra 79° e 81° si osservano sia raffreddando che riscaldando.

La fase smegmatica positiva, mostra bene la struttura a ventaglio, a volte con gruppi focali distinti: facilmente si orienta per omeotropia.

Quella colesterica non mostra i piani e non riflette i colori in vicinanza di T_c , essendo per quella temperatura nell'ultravioletto: vicino a T_c il colore riflesso è viola scuro.

Contrariamente al LEHMANN, che credette trovare in questa sostanza le tre fasi mesomorfe, FRIEDEL ne trova due sole.

ESPERIENZE DA LEZIONE

SULLE OMBRE COLORATE

Dott. MARIO SALA

Le note esperienze citate dall'HELMHOLTZ sulle ombre colorate si possono eseguire con una facile disposizione sperimentale analoga a quella del fotometro RUMFORD.

L'esperienza si presta ottimamente per mostrare a un numeroso uditorio i colori complementari.

Un corpo opaco è situato fra uno schermo bianco e due lampadine elettriche. Nell'aula, resa oscura, si pone davanti a una delle lampadine un vetro colorato p. e. rosso, e si vedono sullo schermo le due ombre colorate, una rossa e l'altra verde. Sostituendo alla lastra rossa una verde si vedono evidentemente invertite le due ombre colorate. Impiegando poi lastre di altri colori si vedon sempre apparire i due colori complementari.

Con diversi corpi opachi dinnanzi alle lampadine e ponendo il solito vetro colorato si vede un seguito di ombre colorate con colori complementari.

Se poi si pone fra le due lampadine, una delle quali p. e. verde, lo schermo, e fra la lampadina verde e lo schermo un corpo opaco, si vede l'ombra rossa complementare.

Milano, B. Liceo Beccaria, 8 febbraio 1928.

RIVISTA

DIAGRAMMA RAPPRESENTATIVO DEGLI STATI QUANTICI E DELLA FORMAZIONE DEGLI ELEMENTI NEL SISTEMA PERIODICO

Nota ⁽¹⁾ di O. M. CORBINO

I principî della teoria dei quanti limitano il numero delle infinite traiettorie diverse che un elettrone potrebbe seguire, in base alla meccanica classica, intorno a un centro attraente. Ma le traiettorie che restano possibili sono sempre assai numerose e varie di dimensioni, di forma, di orientazione. Nel caso semplice di un elettrone sottoposto a una forza coulombiana esse hanno la forma di ellissi; e possono essere classificate, ciascuna, con una coppia di numeri interi, n e k , detti quanto totale e quanto azimutale, dei quali n può assumere tutti i valori interi, mentre k può variare, sempre di una unità, da 1 fino a n ; n e k risultano in ogni ellisse rispettivamente proporzionali al grande e al piccolo asse della ellisse, in modo che quando $k = n$ l'ellisse diviene un cerchio.

Sempre nel caso di forze coulombiane i numeri n e k determinano, oltre alle dimensioni e alla forma dell'ellisse, due importanti elementi meccanici dell'orbita. E precisamente l'energia totale dell'elettrone è data, per le orbite di quanto totale n , da

$$(1) \quad W = - \frac{Rh}{n^2}$$

dove R (numero di RYDBERG) è una costante, e h la costante di PLANCK. E il momento areale p dell'orbita elettronica, definito da

$$p = mr^2\dot{\varphi}$$

dove m è la massa dell'elettrone, r il raggio vettore e $\dot{\varphi}$ la sua velocità angolare, risulta dato da

$$p = k \frac{h}{2\pi}.$$

Pertanto n definisce l'energia totale dell'elettrone, k il momento dell'orbita.

La più recente interpretazione dei fatti quantistici, e cioè la cosiddetta meccanica quantistica, ha apportato radicali mutamenti nella interpretazione cinematica degli stati quantici. Si può tuttavia continuare a parlare

(¹) Da una conferenza tenuta al Seminario Matematico della R. Università di Roma.

di orbita, intendendola come un modello che pur non corrispondendo alla realtà permette di trarre conclusioni abbastanza prossime al vero, e consente notevoli abbreviazioni di linguaggio, e un raccordo con l'antica teoria. Il fatto che le conclusioni ottenute siano molto prossime alla realtà spiega i successi della vecchia quantistica di BOHR e SOMMERFELD.

Dalla nuova meccanica risulta intanto che k può assumere tutti i valori da 0 a $n-1$, anzichè quelli da 1 a n .

Con questa modificazione noi continueremo a parlare di orbite; e così diremo ancora che n e k precisano completamente la forma e la dimensione dell'orbita; restano però indeterminati il senso della rotazione e l'orientamento del piano orbitale rispetto a una direzione assegnata. Nei riguardi di questa orientazione non tutte le infinite a priori possibili sono effettivamente esistenti, ma solo un numero discreto e limitato dipendente dal valore di k ; tale numero di traiettorie distinguibili l'una dall'altra e aventi un dato k risulta eguale a $4k+2$.

Se invece ci riferiamo a tutte le possibili orbite di dato n , cioè di data energia, poichè k può assumere tutti i valori da 0 a $n-1$, e per ogni k si hanno $4k+2$ orbite, si trova facilmente che a ogni n corrispondono $2n^2$ orbite possibili e fra loro distinguibili.

Il caso delle forze coulombiane, sopra illustrato, corrisponde in prima approssimazione a quello dell'atomo di idrogeno, costituito da un nucleo positivo di carica $+e$ e da un elettrone di massa m e di carica $-e$ che gli gira intorno. Ma già per l'idrogeno le cose vanno a rigore in modo meno semplice di quello descritto. La variabilità della massa dell'elettrone con la velocità, per il principio relativistico, produce intanto una perturbazione che imprime all'ellisse un moto di precessione, cioè di rotazione lenta nel suo piano. Inoltre, per potere spiegare con semplicità i fatti della spettroscopia, si è dovuto ammettere che all'elettrone, indipendentemente dal moto orbitale, spetti un momento rotatorio meccanico eguale a $\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$,

che combinandosi per somma e per sottrazione col momento orbitale $k \frac{h}{2\pi}$, dà un momento totale

$$j \frac{h}{2\pi} = \left(k \pm \frac{1}{2}\right) \frac{h}{2\pi}$$

con la limitazione che per $k=0$, il valore di j , essenzialmente positivo, è solo $\frac{1}{2}$.

Si trova in conseguenza che la formola (1) esprimente l'energia, anzichè dipendere solo da n , dipende anche da k . Maggiori complicazioni derivano se l'atomo d'idrogeno è sottoposto all'azione di un campo elettrico o magnetico, poichè allora a parità di n e di k , possono aversi valori differenti dell'energia in relazione alle $4k+2$ orbite che vi corrispondono. L'energia spettante alle varie orbite è l'elemento fondamentale di studio nella teoria dei quanti poichè la frequenza della luce emessa quando l'elettrone passa da uno stato quantico a un altro è misurata dalla

differenza delle energie dei due stati. E perciò mentre nello schema semplice rappresentato dalla (1) i livelli energetici sono tanti quanti sono i valori del quanto totale n , in realtà essi, per un dato n , si scindono in un numero più o meno grande di livelli, che ha un limite superiore nel numero $2n'$ di tutte le orbite aventi un dato n .

Questa complicazione, derivante dal fatto che le forze agenti nell'elettrone non sono più coulombiane e centrali, si manifesta anche senza l'azione di campi esterni all'atomo nel caso di elementi diversi dall'idrogeno. Così per l'elemento di numero atomico Z , all'azione che si esercita su uno dei suoi elettroni dal nucleo positivo di carica $+Ze$ si aggiunge quella dovuta ai $Z-1$ elettroni che formano, insieme con l'elettrone considerato, l'atmosfera di Z elettroni circondante il nucleo. Tale azione, poichè si muovono tanto l'elettrone preso di mira quanto tutti gli altri, muta continuamente nel tempo e nelle successive posizioni che esso va occupando, e per esso non rimane di veramente costante e definibile che l'energia.

In cosiffatto groviglio di orbite complicatissime la teoria dei quanti continua a rendere servizi preziosi, poichè si riesce ancora a definire una qualunque di esse orbite con due numeri fondamentali n e k , cui si dà ancora il nome di quanto totale e di quanto azimutale. Il loro significato geometrico-meccanico non è più così trasparente come nel caso delle forze centrali coulombiane; ma essi sono ancora nettamente definiti dalle condizioni di SOMMERFELD; e cioè posto

$$p_r = m\dot{r}, \quad p_\vartheta = mr^2\dot{\vartheta}$$

dove $\dot{r} = \frac{dr}{dt}$ si ha per un periodo completo di r o di ϑ

$$\int p_r dr = lh, \quad \int p_\vartheta d\vartheta = kh$$

dove h è la costante di PLANCK, ed l, k sono due numeri interi; si pone inoltre:

$$n = l + k$$

con che n e k sono interamente definiti, e con essi la forma delle possibili traiettorie.

Definito il quanto azimutale k , che misura moltiplicato per $\frac{h}{2\pi}$ ancora il momento medio dell'orbita:

$$p = k \frac{h}{2\pi}$$

e attribuendo all'elettrone il momento meccanico proprio $\frac{1}{2} \frac{h}{2\pi}$, risulta fissato ancora il momento totale da $j \frac{h}{2\pi}$, dove il numero

$$j = k \pm \frac{1}{2}$$

dicesi *quanto interno* dell'elettrone. E si trova che le orbite possibili di dato k sono ancora $4k+2$, e quelle di dato n sono sempre $2n'$.

Naturalmente l'energia non è più esprimibile con la (1). Essa dipende da n e da k , ma non da questi elementi soltanto. Si ha così il risultato essenziale che le orbite sono assai più complicate che quelle ellittiche delle forze centrali coulombiane, ma il numero di orbite distinguibili è ancora lo stesso; esse non sono però, per un dato n , di uguale energia come erano nel caso delle forze suddette. La molteplicità dei livelli energetici dà luogo alle più o meno complicate serie di righe spettrali, e l'ulteriore spezzamento dei livelli per effetto di un campo magnetico o elettrico dà ragione dell'effetto ZEEMAN e dell'effetto STARK anche nei casi complicati. Se, invece, più orbite conservano nonostante la differente forma o orientazione, lo stesso valore dell'energia, ciò riduce il numero delle righe che fanno capo a quel livello, ma si ripercuote sulla loro intensità.

Abbiamo visto che, nel caso dell'idrogeno, sono possibili molte orbite dell'elettrone intorno al nucleo, caratterizzate dai diversi valori di n , k e j , e dai vari orientamenti. Ma di tutte queste orbite una e una sola corrisponde all'atomo normale, e precisamente quella per cui $n = 1$, $k = 0$, $j = \frac{1}{2}$; è l'orbita di maggiore stabilità e che si trova al livello più basso dell'energia. Tutte le altre possono essere occupate dall'elettrone, ma solo quando esso è eccitato, e per un tempo brevissimo; poichè l'elettrone eccitato, emettendo energia, ricade con uno o più salti da una orbita qualunque a quella fondamentale di più basso livello energetico.

Si deve a BOHR una capitale concezione sullo stato normale degli atomi degli altri elementi. I numerosi elettroni sottoposti ciascuno alla forza derivante dalla carica Ze del nucleo e a quella esercitata dagli altri elettroni si dispongono, già allo stato normale dell'atomo, cioè ad atomo non eccitato, in traiettorie di numeri quantici n e k che per l'idrogeno rappresentavano stati di eccitazione. Il concetto di BOHR viene completato dal principio di PAULI, in virtù del quale ogni orbita distinguibile dalle altre o resta libera o viene occupata da uno e da un solo elettrone. Poichè a ogni orbita distinguibile corrisponde un valore dell'energia, ciò significa che i vari elettroni assumeranno energie diverse o anche casualmente in parte coincidenti, e dipendenti dai propri valori di n , k , j e dall'orientamento.

Partendo dal nucleo dell'idrogeno per passare agli atomi degli elementi successivi, la carica nucleare aumenta come Ze , essendo Z il numero atomico, e il numero degli elettroni, e quindi delle orbite distinte occupate, aumenta come Z . Tali orbite sono scelte fra tutte le possibili in modo che escluse, per il principio di PAULI, quelle già occupate, spetti a ogni elettrone l'orbita di più basso livello energetico tra tutte le ancora disponibili. La distribuzione degli elettroni deve poter render conto delle proprietà chimiche e delle caratteristiche spettroscopiche di ogni elemento. E questo è riuscito in modo mirabile con una legge distributiva che è stata particolarmente elaborata da STONER, dando luogo alla sua celebre tabella.

Noi ne daremo una illustrazione che ci sembra assai intelligibile per mezzo del diagramma rappresentato nella figura. I cerchi del diagramma

spondenti ciascuno ai diversi valori di k . Finalmente ogni gruppo avente un dato n e un dato k contiene $4k + 2$ posti, e quindi

	2,	6,	10,	14,	18,	22,	26
per $k = 0$,	1,	2,	3,	4,	5,	6.	

Fra tutti i posti possibili si distribuiranno i Z elettroni dell'elemento Z^{esimo} . L'ordine nel quale i posti vengono occupati passando da un elemento ai seguenti è segnato, conformemente alla tabella elaborata da STONER, dalla linea spezzata del diagramma. Così per l'elemento Cloro, ($Z = 19$), sono occupati i due posti

$$n = 1; \quad k = 0;$$

gli otto posti

$$n = 2; \quad k = 0; \quad k = 1;$$

e sette dei posti

$$n = 3; \quad k = 0; \quad k = 1.$$

Gli elettroni occupanti i posti di un dato n si dice che formano un anello, e precisamente gli anelli

	$K,$	$L,$	$M,$	$N,$	$O, \dots$
per $n = 1,$	2,	3,	4,	5, ...	

Ognuno degli anelli si considera più *esterno* rispetto ai precedenti. Invece si denotano come posti s, p, d, f , ecc. quelli corrispondenti a $k = 0, 1, 2, 3$, ecc.

Si trova infine, a meno di tre eccezioni delle quali ci occuperemo più avanti, che passando da un elemento ai successivi i posti già occupati rimangono permanentemente occupati.

Abbiamo detto che ai valori di n più elevati corrispondono anelli di elettroni detti più esterni. Sono precisamente, per ogni atomo, gli elettroni dell'anello più esterno, cioè col massimo n , che determinano le proprietà chimiche dell'elemento. E precisamente se nell'anello più esterno si trova, come per il potassio, un solo elettrone, questo si ritiene meno fortemente legato al nucleo rispetto agli altri elettroni, e perciò come facilmente staccabile; donde la proprietà del Potassio di funzionare da elemento elettro-positivo monovalente allo stato di ione in soluzione. Avranno eguale proprietà gli elementi per cui l'ultimo elettrone sta da solo in un anello esterno, e quindi, in base al diagramma, quelli per cui l'ultimo elettrone sta sull'asse delle ascisse (H, Li, Na, K, Rb, Cs), che sono appunto gli elementi della colonna I del sistema di MENDELEEF.

Per ragioni analoghe avranno proprietà tra loro simili gli elementi che si trovano sulle altre orizzontali del diagramma. Così la seconda orizzontale contiene gli elementi che possiedono due elettroni nell'anello più esterno; essi saranno i metalli elettro-positivi bivalenti della seconda colonna di MENDELEEF (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Rd). Sono pure su una stessa orizzontale (la ottava) gli elementi chimicamente inattivi, caratterizzati dal possedere il sottogruppo $k = 1$ chiuso col maggior numero di elettroni (sei) che lo può costituire. Agli elementi della orizzontale precedente, la set-

tima, manca un elettrone per completare quel sottogruppo; essi avranno la tendenza ad assumerlo facilmente, diventando ioni negativi monovalenti. Sono essi gli alogeni monovalenti (*Fl, Cl, Br, I*). Similmente saranno elettro-negativi bivalenti gli elementi della 6^a orizzontale (*O, S, Se, Te*) ecc.

Se si segue la spezzata del diagramma, la quale fornisce la successione degli elementi, si riconoscono delle regolarità tipiche. Fino all'Argon si procede per n crescente. Ma il 19° posto anzichè essere occupato sulla verticale $n = 3$, vien preso sulla seguente, saltando il gruppo $n = 3$, $k = 2$. Solo dopo avere occupato i due posti $k = 0$ dell'anello $n = 4$, si torna alla verticale precedente $n = 3$, cogli elementi dallo *Sc* fino allo *Zn*, riprendendosi poi la verticale $n = 4$, nell'elemento *Ga*.

La identica successione si incontra fino all'elemento 56 (*Ba*), e al seguente 57 (*La*). Ma qui si verifica una anomalia singolare. La spezzata dopo aver toccato l'elemento *La* lascia il sottogruppo $n = 5$, $k = 2$, e passa al sottogruppo $n = 4$, $k = 3$ che era rimasto non occupato. Tale sottogruppo ha posto per 14 elementi, che vengono successivamente tutti occupati, fino all'elemento *Cp*. In tutta questa serie di 15 elementi, dal *La* al *Cp*, la configurazione degli anelli più esterni $n = 5$, $n = 6$ non muta; e perciò durante il completamento dell'anello interno $n = 4$ resteranno immutate le proprietà chimiche, che dipendono come si è detto dagli anelli più esterni. Si giustifica così l'esistenza delle terre rare, esattamente 15 dal *La* al *Cp*, aventi comportamento chimico del tutto simile; e si spiega che l'elemento seguente al *Cp*, il 72 (*Hafnio*), non sia più una terra rara, ma debba avere proprietà analoghe a *Ti* e a *Zr*. Esso fu scoperto dopo che BOHR ne aveva previsto con le esposte considerazioni le proprietà caratteristiche.

L'ordine di occupazione dei posti, come si è detto, è regolare; nel senso che i posti precedentemente occupati restano tali negli elementi seguenti. Senza di ciò una unica spezzata non potrebbe rappresentare lo stato di tutti gli elementi. Ma si hanno tre eccezioni importanti e del medesimo tipo. Dopo il *Ni*, ($Z = 28$) dovrebbe essere occupato, per $Z = 29$ uno dei due posti seguenti nel sottogruppo $n = 3$, $k = 2$; invece essi vengono occupati tutti e due insieme, completandosi l'anello $n = 3$, poichè uno dei due elettroni che stava su $n = 4$ lascia quella verticale e va a completare l'anello $n = 3$. L'elemento formatosi è il *Cu*, al quale resta così un solo elettrone sull'anello esterno; il *Cu* si comporta perciò come monovalente. La stessa anomalia si ritrova all'identico posto col brusco completamento del sottogruppo $k = 2$, nella formazione degli altri due metalli monovalenti *Ag, Au*, che si trovano così sulla stessa orizzontale di *Cu*. Essi sono stati segnati lateralmente in figura poichè per eccezioni di questa natura la spezzata del diagramma perde la sua essenza progressiva.

Come tutte le proprietà chimiche degli elementi trovano la loro giustificazione nell'andamento della spezzata del diagramma, lo stesso può dirsi dei fenomeni spettroscopici, che sono dominati per le frequenze ottiche

dalla disposizione degli elettroni di valenza, cioè degli anelli più esterni, e per le frequenze delle radiazioni X caratteristiche degli elementi dagli elettroni degli anelli più interni. I posti di questi ultimi anelli sono negli elementi pesanti già tutti occupati; perchè un elettrone possa cadere in uno di essi posti, emettendo radiazioni X , occorre perciò che l'elettrone che lo occupa sia prima, per virtù di un urto elettronico o di una radiazione eccitante, portato via; e allora uno degli altri potrà prenderne il posto. Così se un elettrone è portato via dall'anello $n = 1$, un altro che vi ricada genererà la serie detta K ; se ciò avviene sull'anello $n = 2$ si genererà la serie L e così via. Ma l'illustrazione dei fatti spettroscopici in base al diagramma ci porterebbe troppo lontano dai limiti di questa esposizione. Ci contentiamo perciò di ripetere che l'accordo con l'esperienza è in questo campo del tutto soddisfacente.

Ci possiamo chiedere adesso per quali motivi la linea di formazione degli elementi, cioè la spezzata del diagramma, segue l'andamento segnato. Fino all' A , come si è detto, quell'andamento corrisponde alla previsione di maggiore stabilità spettante alle orbite con n e k più piccoli, poichè a valori minori di n e di k corrisponde d'ordinario una minore energia elettronica. Ma ciò non può essere sempre affermato; così dopo l' A , l'elettrone sopravveniente prende un posto $n = 4$, $k = 0$ anzichè continuare l'anello $n = 3$. Ciò significa che a quel posto compete una minore energia, come risultato delle azioni derivanti dagli altri elettroni presenti. Una teoria completa delle orbite elettroniche che fornisse il valore esatto dell'energia spettante alle varie orbite dovrebbe dar ragione di questi fatti che l'esperienza rivela.

Ma una tale teoria non esiste ancora, e non esisterà per un pezzo, per le gravissime complicazioni che essa presenta.

Deve perciò apparire veramente felice il risultato raggiunto di recente dal prof. FERMI, che per via completamente diversa è riuscito a render ragione dei regressi che presenta la linea di formazione degli elementi. Egli infatti ha potuto dimostrare che il primo elemento nel quale può essere occupato un posto $k = 1$ è l'elemento 5, che il primo nel quale può essere occupato un posto $k = 2$ è l'elemento 21, e che l'inizio del gruppo delle terre rare (primo elemento nel quale può essere occupato il posto $k = 3$) è l'elemento 55. Il diagramma ci dice che quegli elementi sono il 5°, il 21°, il 58°, in accordo più che soddisfacente con la teoria.

Il procedimento seguito dal FERMI, e che promette altri importanti risultati per la teoria del sistema periodico, non può essere facilmente riassunto in questa esposizione.

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

SUNTI DEI RENDICONTI

1° SEMESTRE 1927

FISICA

L'effetto Volta e il funzionamento della pila - CORBINO O. M. (pag. 68). — **Teoria elettronica della pila** - CORBINO O. M. (pag. 74) — Vedi « Nuovo Cimento », IV, pag. 105, 1927.

L'elettrolisi senza elettrodi - CORBINO O. M. (pag. 377 — L'A., riprendendo le esperienze del GUBKIN di elettrolisi, in cui la scarica avviene tra un elettrodo esterno al liquido elettrolitico e il liquido, ha trovato che, per la mancanza dell'elettrodo, muta la forma del deposito metallico; per esempio esso assume lo stato colloidale in soluzione di cloruro d'oro all'uno per mille con scarica permanente e piccola intensità di corrente. Di più il processo chimico dell'elettrolisi può subire variazioni; per esempio si ha liberazione d'idrogeno anzichè deposito ordinario di oro metallico, nel caso del bagno di doratura metallica, cioè si nota la scomparsa della reazione secondaria, che dà il deposito d'oro, quando il catodo non è immerso nella soluzione.

L'A., per questi esempi di risultati degni di nota, esorta ad ulteriori ricerche sull'elettrolisi con elettrodo fuori del liquido. - G. DALLA NOCE

Sulla realizzazione di grandi self positive o negative per mezzo di una lampada a tre elettrodi e di circuiti induttivi - CORBINO O. M. (pag. 323) — L'A. prende in considerazione una lampada a tre elettrodi, nel circuito di placca della quale sono inseriti una resistenza ohmica e l'avvolgimento primario di un trasformatore, il cui secondario è connesso fra griglia e filamento della lampada stessa. Egli dimostra che se il circuito è alimentato da una f. e. m. pulsante, la parte variabile della corrente di placca è la stessa di quella che spetterebbe ad un circuito dotato di una self $(1 + km)L$, anzichè L , se k , m , L , sono rispettivamente il coefficiente di amplificazione della lampada, il rapporto di moltiplicazione del trasformatore e l'autoinduzione dell'avvolgimento primario di esso. Incrociando le connessioni dell'avvolgimento secondario al filamento ed alla griglia, la self equivalente alla lampada ed al trasformatore, diviene negativa ed ha per valore $-(km - 1)L$. In questo caso il sistema può funzionare come un filtro capace di epurare la corrente che percorre la resistenza ohmica, della sua parte variabile.

Se il circuito di placca è alimentato da una d. d. p. continua, si ricade nel caso della lampada montata in generatrice di oscillazioni persistenti,

qualora una capacità sia inserita agli estremi dell'avvolgimento primario del trasformatore. Senza capacità ed usando un trasformatore del tipo radiotelefonico per bassa frequenza, la corrente è periodicamente interrotta a frequenza musicale in virtù del giuoco delle self primarie e secondarie, le quali intervengono dapprima a far aumentare rapidamente la corrente, sinchè si giunge alla parte curva della caratteristica della lampada, e in seguito a farla rapidamente decrescere sino a zero.

La realizzazione di grandi self negative secondo lo schema descritto, ha permesso all'A. di attenuare efficacemente le oscillazioni di una corrente continua pulsante ottenuta da un convertitore ad alta tensione (10.000 Volts). - G. TODESCO

Sul teorema delle somme di Thomas e Reiche - CARRELLI A. (pag. 165) — In questa Nota l'A. ricerca il significato fisico del teorema delle somme. La teoria quantistica ha interpretato la teoria della dispersione ed ha modificato la formula di DRUDE-LORENTZ sostituendo all'espressione

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} \sum_i \frac{\mathcal{U}_i}{v_i^2 - v^2}$$

l'altra

$$n^2 = 1 + \frac{4\pi e^2}{m} \frac{N}{3} \left(\sum_a \frac{\frac{g_a}{g} a_a \tau}{v_a^2 - v^2} - \sum_e \frac{a_e \tau}{v_e^2 - v^2} \right)$$

e così facendo comparire al posto di $\mathcal{U}_i$ numero di vibrator di frequenze v_i la quantità $N \frac{g_a}{g} a_a \tau = N f_a$ dove a_a ed a_e sono le probabilità di passaggio da uno stato stazionario ad un altro e τ è lo smorzamento classico.

Nella formula v'è inoltre una serie di termini negativi rappresentanti il contributo dell'emissione nel fenomeno della dispersione. Il teorema delle somme stabilisce che $\sum_a f_a - \sum_e f_e = 1$. Ora basandosi sul significato fisico delle quantità f_a e f_e l'A. dimostra come necessariamente deriva il valore scritto per le somme precedenti. - A. CARRELLI

Sulla doppia rifrazione paramagnetica - CARRELLI A. (pag. 684) — È ben noto che per effetto del fenomeno di diamagnetismo dell'atomo si ottiene un potere rotatorio longitudinale (effetto MACALUSO-CORBINO) e una doppia rifrazione magnetica nelle vicinanze di una riga spettrale.

Quale comportamento è da aspettarsi da parte di un atomo paramagnetico? Il LADENBURG ha mostrato che per questo deve aversi uno speciale potere rotatorio quale è infatti riscontrato sperimentalmente. L'A. tratta quindi l'effetto di doppia rifrazione paramagnetica mostrando come si distingue da quello normale e come può effettivamente osservarsi in speciali sostanze che sono notevolmente paramagnetiche. - A. CARRELLI

La corrente di saturazione delle valvole termojoniche - LO SURDO A. (pag. 327) — Una serie di accurate esperienze ha permesso all'A. di accertare che la corrente di saturazione di una valvola termojonica, per una data accensione del filamento, non è costante al crescere della d. d. p. fra filamento e placca, ma cresce lievemente con essa. Talehè la nota curva caratteristica, ha, nel suo ultimo tratto, andamento inclinato e non parallelo all'asse delle tensioni. La legge di variazione è lineare con buona approssimazione.

La verifica è stata fatta anche al tubo di BRAUN componendo sullo schermo fluorescente le deviazioni dovute al campo magnetico prodotto dalla corrente di placca della valvola in esame, e quelle inerenti al campo elettrico fornito dalla d. d. p. fra placca e filamento.

Analiticamente, la dipendenza della corrente di placca I dalla d. d. p. V fra placca e filamento, è espressa, nella fase di saturazione, dalla relazione $I = j(1 + \alpha V)$ dove j ed α son due costanti. - G. TODESCO

Sulla corrente elettrica filtrata attraverso una valvola termojonica saturata - LO SURDO A. (pag. 541) — L'A. prende in esame l'attitudine di una valvola termojonica a servire come filtro per l'ottenimento di una corrente continua, sotto l'azione di una f. e. m. variabile. Riferendosi a precedenti ricerche sulla corrente di saturazione nelle valvole termojoniche (vedi Nota sopra recensita) egli dimostra che non è possibile ottenere mediante l'uso di tali valvole, una corrente di intensità rigorosamente costante.

Segue una applicazione delle considerazioni suesposte al caso del noto schema per la rettifica delle correnti alternate a tensioni molto elevate mediante *Kenotron*. - G. TODESCO

Bilancia termojonica - LO SURDO A. (pag. 813) — Partendo dall'osservazione fatta nella stessa Nota sopra recensita circa il valore della corrente di saturazione di una valvola termojonica e indicato un particolare di montaggio di due lampade in serie, l'A. prende in considerazione il potenziale dei vari punti del conduttore di collegamento fra la placca della prima valvola e il filamento della seconda e dimostra che la variazione di potenziale di questo tratto di conduttore, può accusare piccolissime variazioni della emissione termojonica di una delle lampade.

Vari tipi di bilancie termojoniche fondate su questo principio, sono indicati ed illustrati dall'A. - G. TODESCO

Ricerche sulla termoelettricità del bismuto - TODESCO G. (pag. 434) — Vedi « Nuovo Cimento », IV, pag. 94, 1927.

Sulla dispersione rifrattiva e rotatoria naturale delle soluzioni acquose di aspartato monoetilico - PAGLIARULO M. L. (pag. 505) — L'A. estende a una soluzione acquosa di aspartato monoetilico, di concen-

trazione 0.748 %, la ricerca di una eventuale relazione fra le leggi di dispersione rotatoria naturale e rifrattiva di una determinata sostanza.

Il metodo è quello seguito dall'A. in precedenti analoghe ricerche, relative a soluzioni acquose di asparagina e di acido tartarico destro.

Dai diagrammi di cui la Nota è corredata, si rileva come la curva di dispersione rotatoria naturale dell'aspartato monoetilico presenti un flesso nell'intervallo di lunghezze d'onda 5300-6300 Å. Nessuna singolarità si riscontra invece nella curva di dispersione rifrattiva: ma se a questa si applica, come l'A. ha fatto anche nei precedenti lavori, il processo di derivazione dovuto al prof. CANTONE, si riesce a mettere in evidenza anche per la dispersione rifrattiva dell'aspartato monoetilico, una singolarità nello stesso intervallo di lunghezze d'onda in cui si ha il flesso della curva di dispersione rotatoria. - O. SPECCHIA

Sopra un nuovo tipo di riflessione dei raggi X - CARRARA N. (pag. 680) — Un fascio di raggi X cadendo sopra superfici piane di corpi, come vetro argento ecc. (non cristalli), con angoli di incidenza molto grandi, si riflette, seguendo le ordinarie leggi. Questo risultato, dovuto a COMPTON, è attribuito alla diversità dell'indice di rifrazione dell'aria o del vuoto, e del vetro o dell'argento ecc.

L'A. prevede con uno studio condotto in modo analogo a quello che porta alla teoria della diffrazione dei raggi X mediante i cristalli, che i raggi X si debbono riflettere sopra superfici piane di corpi cristallini o amorfi, per angoli di incidenza molto grandi (dello stesso ordine che per la riflessione di COMPTON) indipendentemente dagli indici di rifrazione.

L'A. trova anche l'andamento della curva di riflessione; e il calcolo del coefficiente di riflessione gli permette di asserire la probabile riuscita di una esperienza in questo senso. - N. CARRARA

Su di un nuovo metodo di telefonia ottica con luce ordinaria o con luce ultravioletta - MAJORANA Q. (pag. 726) — Vedi « Nuovo Cimento », IV, pag. 337, 1927.

Sul meccanismo dell'emissione nella meccanica ondulatoria - FERMI E. (pag. 795) — È noto che secondo la meccanica ondulatoria i diversi stati quantici di un atomo corrispondono a diverse possibili frequenze di vibrazione dello scalare di campo, e quindi possono coesistere simultaneamente due (o più) stati quantici, mentre secondo l'antica teoria dei quanti questo non poteva avvenire. Se, p. es., u_1 , u_2 sono due soluzioni dell'equazione di SCHRÖDINGER corrispondenti alle frequenze ν_1 e ν_2 , la ψ può avere l'espressione

$$\psi = \lambda_1 u_1 e^{2\pi i \nu_1 t} + \lambda_2 u_2 e^{2\pi i \nu_2 t}$$

dove λ_1 e λ_2 sono due coefficienti legati dalla relazione

$$|\lambda_1|^2 + |\lambda_2|^2 = 1.$$

Anzi, è proprio la coesistenza di due (o più) stati quantici quella che dà luogo, secondo SCHRÖDINGER, a un momento elettrico periodicamente variabile, e quindi all'emissione di luce.

L'emissione di luce porta naturalmente a una diminuzione progressiva dell'energia dell'atomo, la quale è la somma di quelle corrispondenti ai diversi stati quantici eccitati; p. es., nel caso di due l'energia è

$$E = |\lambda_1|^2 h\nu_1 + |\lambda_2|^2 h\nu_2.$$

La diminuzione di questa quantità non può avvenire che per variazione dei coefficienti $|\lambda_1|^2$ e $|\lambda_2|^2$, ossia (essendo questi legati dalla (1), e supponendo che sia $\nu_1 > \nu_2$) per diminuzione del primo e aumento del secondo. Si dimostra, nel lavoro in esame, che questa variazione progressiva dei coefficienti risulta necessariamente dall'equazione di SCHRÖDINGER, quando in essa si tenga conto anche di quella forza che nella teoria classica è la reazione esercitata dalla radiazione sulla particella che la emette. Per introdurre questa forza nell'equazione di SCHRÖDINGER, l'A. ricorre ad un metodo approssimato, rappresentandola come derivante da un potenziale.

Si trova dunque così che se inizialmente è eccitato solo lo stato di frequenza ν_1 (cioè quello di energia più elevata) questa condizione prosegue indefinitamente senza emissione, ma se, per una perturbazione esterna, si eccita lievemente anche lo stato di frequenza ν_2 , questo si va eccitando sempre maggiormente a spese dell'altro, finchè resta eccitato soltanto esso. Così l'atomo passa da uno stato quantico all'altro, e nel passaggio emette la radiazione.

Da questo calcolo risulta anche la forma della riga emessa (cioè la distribuzione dell'intensità in funzione della frequenza) e si può dedurne la larghezza naturale della riga, la quale è generalmente assai piccola rispetto agli allargamenti prodotti dall'effetto DOPPLER e dalla pressione.

E. PERSICO

Una misura del rapporto h/k per mezzo della dispersione anomala del tallio - FERMI E. e RASETTI F. (pag. 566) — Gli AA. si propongono una verifica quantitativa della formula della legge statistica di BOLTZMANN, che nella teoria dei quanti può mettersi sotto la forma

$$\frac{n_i}{n_l} = \frac{p_i}{p_l} \cdot e^{-\frac{h}{k} \frac{\Delta\nu}{T}},$$

dove n_i e n_l indicano le densità degli atomi in due stati i ed l , aventi pesi statistici p_i e p_l , e $\Delta\nu$ è tale che $\Delta\nu h$ rappresenta la differenza d'energia nei due stati i ed l . La verifica di tale legge porta ad una misura del rapporto $\frac{h}{k}$ delle due costanti universali di PLANCK e di BOLTZMANN.

Prendendo in esame le due righe del tallio violetta e verde e misurando a diverse temperature le dispersioni anomali di dette righe, il rapporto dei coefficienti di dispersione d_i e d_l sarà proporzionale al rapporto delle

densità n_1 ed n_2 , degli atomi negli stati di eccitazione 1 e 2, corrispondenti all'emissione delle due righe, a quelle temperature: quindi si avrà

$$\frac{d_1}{d_2} = A \cdot e^{\frac{h \Delta \nu}{kT}}$$

dove A è una costante, cioè $\log \frac{d_1}{d_2}$ sarà una funzione lineare di $\frac{1}{T}$ ed il coefficiente angolare della retta che la rappresenta darà, essendo noto $\Delta \nu = 7792$, differenza di numeri d'onda tra le righe violetta e verde, il valore del rapporto $\frac{h}{k}$.

Per la misura della dispersione anomala nel vapore di tallio gli AA. si sono serviti del metodo interferenziale del PUCCIANI, col quale già il ROSCHDESTWENSKY ⁽¹⁾ misurò la dispersione anomala nel vapore di sodio ed il RASETTI ⁽²⁾ il rapporto dei coefficienti di dispersione fra le due righe di diverse doppie delle serie principali dei metalli alcalini.

Le misure degli AA. hanno dato per $\frac{h}{k}$ il valore $3,9 \cdot 10^{-11}$, invece che $4,8 \cdot 10^{-11}$, quindi con buona approssimazione.

Viceversa prendendo il valore esatto di $\frac{h}{k}$, gli AA. hanno dedotto il rapporto $\frac{d_1}{d_2}$, quindi per mezzo delle relazioni che legano i numeri N_1 e N_2 degli elettroni di dispersione a d_1 e d_2 , trovano

$$\frac{N_1}{N_2} = \infty 0,5 \cdot e^{\frac{h \Delta \nu}{kT}},$$

ed essendo il rapporto dei pesi statici p_1/p_2 , prima considerato, $1/2$, concludono che i numeri degli elettroni di dispersione per atomo sono circa gli stessi in ambedue gli stati.

Gli AA. infine traggono occasione per rettificare alcuni dati di MAC LENNAN sopra il valore dell'indice di rifrazione del vapor di tallio: secondo le misure di questi la refrattività atomica sarebbe 100.000 volte più grande che per gli altri valori metallici, secondo gli AA., ordinaria. Inoltre MAC LENNAN dà una curva di dispersione con caratteristiche particolari, delle quali gli AA. non hanno trovate traccia nella forma delle loro frangie d'interferenza. - G. DALLA NOCE.

Alcune proprietà ed applicazioni delle lampade a neon - NERI F. (pag. 883) — L'A., sperimentando su alcune lampade « Glimm » Osram, del commercio, ad elettrodi spiraliformi e private della resistenza zavorra, ha notato un fenomeno fotoelettrico di tipo normale, molto marcato, che

⁽¹⁾ D. ROSCHDESTWENSKY, « Ann. d. Phys. », 39, 307, 1912.

⁽²⁾ F. RASETTI, « Nuovo Cimento », I, 115, 1924.

potrebbe essere eventualmente sfruttato in posto di cellule fotoelettriche in gas, ordinarie. Vengono all'uopo riportati i diagrammi relativi ad una lampada, rappresentando colle ascisse le tensioni continue applicate e colle ordinate le correnti assorbite, in micro-ampère. Si nota la forte variazione dell'intensità della corrente nel caso della lampada i cui elettrodi siano illuminati con luce emessa da una lampada elettrica comune. Nel caso della tensione alternativa è stato notato:

1) che la tensione efficace di accensione cresce colla frequenza e da 22 a 56 periodi varia fino al 2 % coll'illuminazione dall'esterno;

2) la tensione efficace d'accensione è maggiore della tensione efficace di spegnimento. Tale differenza è percentualmente molto grande per le frequenze acustiche;

3) le tensioni critiche superiore e inferiore, variano durante l'accensione col variare della tensione di alimentazione.

L'A. fa risaltare il fatto che tali fenomeni avvengono in senso tale da compensarsi: corrente e potenza assorbite dalla lampada sono, a parità di tensione, sensibilmente indipendenti dalla frequenza.

Tali lampade hanno poi proprietà rettificatrici, con notevole sensibilità alle variazioni anche piccole di tensione; e con esse è possibile avere moltiplicazione di frequenza. Ove si immagini di alimentare, ad esempio, m lampade disposte a stella, con un sistema m -fase di tensioni, in certe condizioni, nel neutro del sistema si può avere una corrente di frequenza m volte più grande di quella delle tensioni alimentatrici. - C. PIROTTI

Una notevole deduzione dalla teoria di Bohr - SIRACUSANO N. (pag. 114) — L'A. si propone di dimostrare che se il modello atomico di BOHR fosse l'unico, gli elementi chimici della natura non potrebbero mai raggiungere il numero di 138. Per orbite circolari si ha dalla teoria di BOHR per la velocità di un elettrone sulla sua orbita

$$v = \frac{2\pi E e}{h} \frac{1}{n},$$

E carica del nucleo, e carica dell'elettrone, h costante di PLANCK, n numero quantico dell'orbita.

L'A. presume che per qualunque elemento debba esistere sempre un'orbita cui spetti il numero quantico uno, quindi suppone che esista sempre il valore massimo della velocità corrispondente ad $n = 1$.

Secondo la relatività speciale questo massimo dovrebbe essere minore delle velocità della luce, ed allora, prendendo $E = Ze$, dove Z è il numero atomico, si ottiene

$$Z < \frac{hc}{2\pi e^2} \quad \text{cioè circa} \quad Z < 138.$$

Considerando il caso più generale di orbite ellittiche, ed introducendo la correzione relativistica della massa variabile colla velocità, l'A. dimostra che dovrebbe sussistere la stessa disuguaglianza. - G. DALLA NOCE.

ASTROFISICA

Sopra l'assorbimento selettivo dell'atmosfera terrestre e sulla temperatura stellare effettiva ed apparente - ARMELLINI G. (pag. 536) — Conoscendo l'intensità radiante di una stella in due regioni dello spettro, si può, in base alla relazione di PLANCK, o, in pratica, anche a quella del WIEN, determinare la temperatura stellare: però, per l'assorbimento esercitato dall'atmosfera nelle radiazioni stellari sia quantitativamente che qualitativamente, la temperatura stellare così determinata è inesatta e vien dall'A. chiamata *apparente*. L'A. indica un metodo pratico per risalire dalla temperatura apparente a quella effettiva, mediante la determinazione del potere selettivo dell'atmosfera. - I. RANZI

Sulle relazioni fra le eruzioni solari e le tempeste magnetiche terrestri - ABETTI G. (pag. 721) — A conferma dell'ipotesi di TACCHINI e HALE sulle relazioni fra i fenomeni di attività solare e le perturbazioni del magnetismo terrestre, l'A. mette in evidenza alcuni dei casi più notevoli in cui tale relazione vien provata e cerca anche il valore probabile del tempo impiegato dalle perturbazioni per giungere alla terra dal sole. Le osservazioni di eruzioni solari considerate dall'A., furono fatte collo spettroeliografo, che permette di determinare con sufficiente esattezza il momento di massima attività. In media le tempeste magnetiche hanno inizio 25^h6 dopo il massimo dell'eruzione solare: l'attività massima delle tempeste magnetiche ritarda in media di 41^h rispetto al massimo dell'eruzione, ma i valori osservati oscillano notevolmente, per la difficoltà di determinare il massimo della tempesta magnetica. La velocità di trasmissione della perturbazione dal sole alla terra risulta di circa 1600 Km./sec, in accordo sufficiente col valore calcolato dal MILNE, supponendo che dalle regioni perturbate del sole vengano emessi atomi ad alta velocità, sotto l'azione della pressione di radiazione. - I. RANZI

RIVISTA

LA TEORIA DEI QUANTA E I SUOI NUOVI INDIRIZZI

Nota di P. STRANEO

INTRODUZIONE

La presente rivista si propone di esporre i tratti più salienti e caratteristici dei nuovi indirizzi, che pare stiano ormai imponendosi, per lo sviluppo della fisica teorica secondo l'ipotesi dei quanta.

L'attrattiva principale e comune di tali indirizzi è, secondo l'autore, costituita dal fatto che *finalmente* si vuole assumere fin da principio, *francamente senza artificiose attenuazioni*, la posizione che impone la conseguente accettazione di tutti i risultati della nostra esperienza, *senza nulla togliervi*, ma sopra tutto *senza nulla aggiungervi di arbitrario o di pre-concetto*; posizione che in fondo si era già spontaneamente presentata come *la sola* veramente conseguente all'ipotesi dei quanta proprio fin dai suoi primordi, ma che non fu poi nettamente assunta, oltre che per evitare gravi difficoltà formali, anche per un complesso di circostanze che, se pur da un lato hanno favorito mirabilmente le applicazioni, hanno però dall'altro indotto a porre forse un po' troppo in seconda linea certe norme fondamentali di coerenza scientifica, che si era prima sempre creduto doveroso rispettare.

Il complesso dei nuovi indirizzi che ci proponiamo di considerare non si identifica affatto coll'interpretazione ondulatoria generale dei fenomeni fisici, che per un momento ha incontrato tanto favore e di cui E. PERSICO ha dato un breve riepilogo in questo stesso periodico.

La speranza della possibilità di un'interpretazione semplice e, quasi direi, classica della teoria dei quanta è ancor una volta sfumata.

Ma ciò non toglie che i risultati conseguiti secondo i nuovi indirizzi non siano degni della nostra più attenta considerazione.

La situazione attuale può dirsi caratterizzata da *due fatti tipici*.

Da una parte, da poche espressioni matematiche abbastanza misteriose, implicantì qualche entità fisica ancor più misteriosa, tanto che fu persino detta *metafisica*, scende con estrema semplicità e generalità tutto quel formalismo della quantizzazione dei sistemi, che è ormai assolutamente indispensabile alla nostra fisica, ed a cui prima si giungeva solamente per vie artificiose e non meno misteriose. Possiamo dire che si è rinnovato, in misura ancor più sorprendente, il miracolo delle equazioni di MAXWELL, che per la loro impressionante potenza formale avevano fatto dire a H. HERTZ che esse erano *più acute di noi, anzi più acute del loro inventore stesso*.

Da un'altra parte tutti i più seri tentativi per interpretare in qualche modo il meccanismo quantico, dopo la breve illusione ondulatoria ora ri-

cordata, paiono concordemente escludere, non solo per i fenomeni macroscopici, ma persino per quelli più microscopici, la possibilità di un effettivo *determinismo* soddisfacente al nostro classico principio di causalità. In altri termini noi non dovremmo poter far previsioni, se non di indole nettamente *statistica*, non solo in quei casi che la nostra mentalità ha ormai abitualmente accettati, e giustifica coll'*impossibilità pratica* di seguire un numero sterminato di fenomeni elementari perfettamente determinati, e coll'*ignoranza* delle loro condizioni iniziali; ma anche in quei casi in cui intervenisse *un solo* sistema elementare, sia pur ridotto alla sua più semplice possibilità fisica.

Questa nuova crisi della nostra scienza è forse nel suo punto acuto; sarebbe perciò presuntuoso tentar leggermente di prevederne il risultato.

Ma, indipendente dalle sorprese che può prepararci il prossimo domani, si può dire che sia ormai generale l'impressione che i *due fatti* sopra accennati permarranno ancor lungamente a incombere sulla fisica moderna.

Da una parte, infatti, la fisica teorica non vorrà certo rinunciare ai nuovi utili formalismi, come non ha rinunciato alle equazioni di MAXWELL, anche a costo di aver dovuto creare, per salvarle, la teoria della relatività.

D'altra parte poi, una critica obiettiva circa lo svolgimento dei fenomeni più elementari e la nostra possibilità di osservarli, supposta perfezionata al massimo possibile, pare debba riconoscere, nell'*essenza stessa delle cose*, un *inevitabile margine di inesattezza*, che la giusta tendenza moderna, di voler considerare determinato e determinabile solamente ciò che può esser perfettamente definito e controllato coll'*esperienza*, non può tradurre, se non ammettendo negli ultimi gradini della nostra fisica un'*indeterminatezza a priori*, cui si può solamente rimediare coll'aiuto di considerazioni e esperienze statistiche.

L'autore ha la piena coscienza di affrontare una grave difficoltà tentando un'esposizione elementare e concisa di questo che può dirsi il più formidabile problema che si sia forse mai presentato nello sviluppo della fisica e ne pone in discussione le basi più profonde, anche perchè su di esso non è ancora stato raggiunto un consenso unanime nei particolari. Ma, pur sapendo di dover contar molto sull'indulgente benevolenza dei lettori, vi si accinge, perchè pensa possa tornar utile per coordinare sinteticamente le idee di coloro che hanno fin qui trascurata o seguita solo saltuariamente l'ardua questione.

§ I. Prime conseguenze caratteristiche dell'ipotesi del quanta.

1. Le conseguenze più profonde di una radicale innovazione si prevedono quasi sempre più nettamente ai primordi di essa e quando non si sono ancora prodotti quegli adattamenti e quelle attenuazioni che poi, all'atto pratico, quasi sempre si verificano e ne mascherano qualche effetto. Ed è forse perciò che oltre quindici anni fa, H. POINCARÉ, considerando nei suoi ultimi lavori l'ipotesi dei quanta e le sue conseguenze quali appena allora si delineavano, tracciò a grandi tratti un inquadramento della fisica

futura, che ha senza dubbio molte affinità concettuali, se non anche formali, con quello che si sta oggi così rapidamente sviluppando e che a molti appare del tutto nuovo.

Nel 1911, in occasione del primo Consiglio Solvay per la fisica, l'ipotesi dei quanta si era di fatto affermata quantunque mancasse ancora una vera *teoria dei quanta*. Fino a quel tempo infatti, intorno all'ipotesi dei *quanta di energia* quasi timidamente avanzata da PLANCK nel 1900, portata poco dopo alle sue estreme conseguenze da EINSTEIN coll'ipotesi parallela dei *quanta di luce*, confermata in tutti i campi della fisica e della fisico-chimica dalle più svariate esperienze, e resa plausibile nel modo più inaspettato anche dal *Principio di Nernst* e dalle sue conseguenze, si era lavorato moltissimo, ma in modo insolitamente poco conseguente. Si affermava in generale la *necessità di una nuova meccanica, e di una nuova fisica*, che avrebbero dovuto non solo essere differenti, ma persino in irrimediabile contrasto colla meccanica e colla fisica classica; poi si introduceva bensì qualche tratto di coteste nuove vedute *isolatamente* nelle questioni fisiche o chimiche che si volevano trattare, ma si procedeva in seguito *formalmente e anche concettualmente* coi consueti criteri e metodi classici.

L'arbitrarietà, e potremmo persino dire l'incongruenza di cotesto procedimento, impressionò vivamente POINCARÉ, che pur era assai largo nella scelta delle vie, purchè conducessero a buoni risultati; ed è nota la sua osservazione circa il senso di perplessità che lasciavano in lui quei procedimenti illogici « *non esistere cioè proposizione tanto assurda che non possa esser dimostrata, partendo da due premesse contraddittorie* ».

Comunque la messe dei risultati positivi era tale e tanta, da imporsi. E lo stesso POINCARÉ dedicò allo studio della base della teoria dei quanta gli ultimi due anni della sua vita.

2. Le questioni fondamentali più immediate erano allora tre: *a*) è necessaria l'ipotesi dei quanta per esprimere i rapporti energetici fra i sistemi materiali e l'etere, per es. per giungere statisticamente alla legge di PLANCK per la densità specifica dell'irraggiamento termico? *b*) se tale ipotesi è effettivamente necessaria quali mutamenti dovranno apportarsi nelle caratteristiche della meccanica e della fisica classica? *c*) quale sarà, dopo questa eventuale evoluzione la fisionomia generale della nuova fisica?

Alla *prima questione* aveva, in gran parte almeno, già risposto indirettamente LORENTZ nel 1909 e più esattamente DEBYE nel 1910, mostrando che per giungere statisticamente alla formula di PLANCK e non a quella di Lord RAYLEIGH era necessario ammettere la nota discontinuità negli scambi dell'energia E , fra il sistema materiale e l'etere, che è poi stata espressa colla così detta *condizione di frequenza*

$$(1) \quad \Delta E = h\nu$$

in cui h è la costante di PLANCK e ν la frequenza dell'irraggiamento. POINCARÉ ⁽¹⁾ mostrò che ciò era necessario non solo per giungere alla formula di

(1) « Journal de Physique », 1912.

PLANCK, ma anche per giungere statisticamente a qualsiasi altra espressione che avesse un andamento di *quel tipo*, oramai indubbiamente confermato dall'esperienza, e in particolare che si annullasse per $\lambda = 0$ e $\lambda = \infty$.

Una più profonda analisi, come è ormai notissimo, ha poi mostrato che, piuttosto che a cotesta discontinuità dell'energia, conveniva attribuire il ruolo di discontinuità fondamentale a quella corrispondente dell'*azione* dei sistemi stessi; a discontinuità cioè di quell'entità fisica che da un secolo sta formalmente nel primo piano di tutte le trattazioni analiticamente più elevate dei problemi, dapprima della meccanica, poi di tutta la fisica, ma che era invece assai poco entrata nell'ordinario *abito mentale* del fisico, se non forse dopo la conferma della sua importanza fondamentale e la sua illustrazione fornitaci dalla teoria della relatività.

Alla *seconda questione* POINCARÉ rispose nello stesso profondo lavoro ora ricordato mostrando come *qualsiasi sistema*, quando solamente sia sottoposto alla condizione di funzionare secondo una meccanica o una fisica dominata, come la meccanica e la fisica classica, da principi del tipo di quelli di HAMILTON, e quindi da equazioni differenziali che ammettano, come quelle della meccanica e della fisica classica, per ultimo moltiplicatore, nel senso di JACOBI, l'unità, *deve necessariamente irraggiare in modo da determinare statisticamente la densità specifica espressa dalla paradossale legge di LORD RAYLEIGH*. D'onde la necessità logica di mutar radicalmente le basi più profonde della nostra fisica.

Finalmente alla *terza questione* è ancora POINCARÉ che risponde, o meglio prospetta delle impressioni, in un tono insolitamente freddo innanzi ad un progresso raggiunto, riaffermando francamente che, se il nuovo indirizzo si consoliderà, i fenomeni fisici dovranno venir espressi per mezzo di algoritmi discontinui, forse per mezzo di equazioni alle differenze finite; ma che le nostre equazioni differenziali della fisica matematica dovranno cadere e con esse il *principio di causalità* concepito *more solito*, nel senso cioè che dalla conoscenza dello stato di un sistema isolato in un dato istante, debba potersi prevedere univocamente il suo stato per tutti i tempi futuri.

§ II. Breve parentesi sui criteri statistici.

3. Abbiamo già ripetutamente accennato all'intervento di criteri statistici nella trattazione delle questioni che ci interessano. Nelle loro linee abituali tali criteri sono ormai notissimi; perciò non ne richiameremo che qualche punto essenziale, sul quale troppo spesso si sorvola con grave pregiudizio della *valutazione logica* dei risultati conseguiti.

Il criterio statistico che si intendeva di applicare era sempre quello che MAXWELL, BOLTZMANN, GIBBS e altri, avevano già largamente applicato, specialmente alla teoria dei gas e alla termodinamica. Indipendentemente da qualsiasi particolare della legge valevole per i singoli numerosi elementi costituenti il sistema complesso considerato, preesistevano sempre due presupposti fondamentali.

Il *primo*, chiaramente riconosciuto da tutti, era quello dell'assoluta

determinazione *aprioristica* del fenomeno complesso che si osservava. La considerazione di valori medi era solo conseguenza della nostra incapacità a seguire nei particolari tutto il complesso del fenomeno e le sue fluttuazioni; ma per un essere opportunamente superiore a noi, tutto sarebbe stato così conseguente e determinato, che non si sarebbe davvero presentata la necessità di ricorrere a delle statistiche. Il demonietto di MAXWELL capace di seguire e eventualmente influenzare il movimento delle singole molecole, non solo non avrebbe mai avuto bisogno di statistiche, ma avrebbe potuto anche divertirsi a porle in gran difetto. Ora questo primo presupposto è rimasto costantemente in tutta la teoria classica dei quanta, cioè fino a questi ultimissimi tempi.

Il secondo presupposto, che era sfuggito all'analisi di MAXWELL, ma rilevò BOLTZMANN, e che è implicito in tutte le applicazioni classiche è quello della equipartizione della probabilità nello spazio delle fasi e della così detta *ipotesi ergodica*. Se noi rappresentiamo come è ormai abituale, gli stati di un sistema per mezzo dei punti di uno spazio rappresentativo (spazio delle fasi) avente un numero di dimensioni eguale ai gradi di libertà del sistema stesso, per poter ragionare statisticamente conviene dapprima suddividere questo spazio rappresentativo in elementi, celle, *egualmente probabili*, cosa per cui bastano poche ammissioni meccaniche quali il Principio di conservazione dell'energia, il teorema di LIOUVILLE ecc. Ma fatto ciò, occorre ancora stabilire con qual legge il punto rappresentativo, col tempo, vada a passare per quelle celle. Il caso più semplice, che il punto passi in tutte sempre con egual frequenza è quello che consegue dall'ipotesi ergodica; la quale, appunto perchè ipotesi, deve essere giustificata *a posteriori* dall'esperienza. Ora questo secondo presupposto era pure stato considerato necessario fino in questi ultimi tempi; cosa che equivale a dire che si era considerata come unica possibile la statistica di BOLTZMANN, che da esso conseguiva, non solo nelle applicazioni della meccanica e fisica classica, ma anche in quella dei quanta. Sappiamo invece oggi che in quella teoria altre statistiche sono possibili e che due fra di esse, sono specialmente utili: quella di BOSE-EINSTEIN per lo studio dei fenomeni relativi ai quanta di luce, per es. per giungere alla formula di PLANCK in modo rigorosamente logico ⁽¹⁾; e quella di FERMI-DIRAC per lo studio dei fenomeni relativi a corpuscoli materiali (elettroni, molecole ecc.).

§ III. Seconde conseguenze caratteristiche dell'ipotesi dei quanta.

4. A facilitare lo sviluppo delle teorie fisiche sulle basi che abbiamo considerato e discusso al § I, concorsero prevalentemente due principî, che,

⁽¹⁾ Ricordi il lettore che applicando la statistica di BOLTZMANN colla fisica classica, si giunge in ogni caso alla legge di Lord RAYLEIGH; che applicando la statistica di BOLTZMANN coll'ipotesi dei quanta, si giunge spontaneamente alla legge di WIEN, e solamente coll'aiuto di più o meno gravi arbitrii (coups de poudes) alla legge di PLANCK, a cui invece si giunge spontaneamente colla nuova statistica di BOSE-EINSTEIN.

esistenti già in germe nelle trattazioni del 1911 e 1912, furono formulati chiaramente solo qualche anno dopo. Sono: 1° il *principio* che in un primo tempo, specialmente da BOHR, fu detto della *trasformabilità meccanica degli stati stazionari*, ma che poi, d'accordo col suo autore, P. EHRENFEST, fu definitivamente designato come il *principio dell'invarianza adiabatica* e 2° il *principio di corrispondenza* di BOHR. Essi affermano, e per ciò meritano il nome di principi, assai più di ciò che è contenuto nella semplice ipotesi dei quanta. L'ammissione del primo rende ancora legittimo l'impiego dei criteri e dei metodi della meccanica e della fisica classica per seguire le lente trasformazioni dei sistemi intorno ai loro stati stazionari, le quali in generale lasciano invariata l'azione del sistema, cioè l'entità fisica, di importanza ormai fondamentale, ricordata al n. 2 del § I. L'ammissione del secondo, che, come è noto, esprime una correlazione, una *corrispondenza* fra le frequenze dedotte secondo la teoria classica e quelle secondo la teoria quantica, ed è una *specificazione* che ci permette una più estesa applicazione della condizione di frequenza (1), facilita grandemente lo studio delle trasformazioni di un sistema, perchè ci permette, dopo di averlo seguito in virtù del principio dell'invarianza adiabatica durante le sue lente trasformazioni intorno a uno stato stazionario, di concludere anche, sia pure solo globalmente, qualche cosa circa l'irraggiamento emesso durante gli eventuali sbalzi da quello stato stazionario ad un altro, e in certo qual modo poi di riprenderlo, per poterlo nuovamente seguire nelle sue ulteriori lente trasformazioni intorno al suo nuovo stato stazionario.

Per non dilungarci troppo dobbiamo sorvolare su molte proprietà caratteristiche dei due principi suddetti, che pur sarebbe interessante rilevare, anche in riguardo alle nuove vedute. Ma perchè sia opportunamente valutato il *fatto della permanenza* di cotesti principi nella nuova fisica dei quanta in contrasto al *fatto della eliminazione* di altre ipotesi dell'ordinaria teoria dei quanta, ci permettiamo insistere un momento su un punto fondamentale, su cui in generale non si hanno idee troppo chiare.

Il fatto, non sempre equamente valutato, che i principi dell'invarianza adiabatica e della corrispondenza abbiano potuto favorire lo sviluppo della fisica quantica *attraverso a due applicazioni di criteri classici*, ha indotto molti nell'errore di considerare quei due principi, e specialmente quello adiabatico (1), quasi come una specie di transazione avvenuta fra i due opposti criteri, il classico e il quantico.

(1) Per fissar ancor meglio le idee su questo punto difficile consideriamo più particolarmente il principio dell'invarianza adiabatica, che è più sovente oggetto di apprezzamenti erronei.

Anche qui si verifica che il concetto più esatto circa la portata effettiva di cotesto principio, è ancora quello del suo autore, EHRENFEST, quando appena lo aveva intuito, ma era ancor ben lungi dall'averlo esattamente formulato. (V. « Die Naturwissenschaften », 1923, p. 643).

La *legge dello spostamento*, che come è notissimo fu dedotta teoricamente da WIEN in base a concetti e procedimenti classici di termodinamica e di ottica

5. In realtà invece la cosa è ben diversa.

Questi principi affermano in modo assoluto una proprietà cui devono *rigorosamente* soddisfare i sistemi quantici, onde poter rimanere, nelle loro evoluzioni, in accordo coll'esperienza; essi non esprimono affatto una semplice condizione di approssimazione, o peggio una transazione colla verità fatta per nostra comodità. In altri termini possiamo ancora dire che questi principi « dopo i riconoscimenti della *necessità* della discontinuità dell'energia e della condizione di frequenza » costituiscono quanto di più generale e esatto noi possiamo affermare sulla fisica dei quanta.

Ed è per questo complesso di ragioni che non dovremo esser sorpresi quando li vedremo sussistere invariati anche nella nuova fisica di cui intendiamo occuparci, perchè essa, come abbiamo detto nell'introduzione, rifugge dalle ammissioni superflue e non ben definite, oltre che da quelle errate, ma non certo da quelle necessarie e in accordo coi fatti reali.

§ IV. Ulteriori ammissioni nello sviluppo della teoria.

6. Ma oltre le predette ammissioni *necessarie* o *quasi*, altre di natura più o meno *arbitraria* si sono insinuate nella teoria. Preseindendo naturalmente dalla considerazione di ammissioni che conducano a conseguenza in contrasto coll'esperienza, perchè ciò deve determinarne senz'altro il loro rigetto, considereremo *utili* le ammissioni che abbiano condotto a prevedere fatti (noti oppure nuovi) in accordo coll'esperienza, e *superflue* e quindi, in causa del loro inutile ingombro, *dannose* quelle che non conducono a prevedere nulla di fisicamente riscontrabile.

Ora, se ben consideriamo lo sviluppo della teoria dei quanta nel suo primo stadio, e più precisamente finchè si sono studiati statisticamente solo fenomeni che potevano considerarsi come dipendenti dal *numero* dei sistemi elementari che scattavano in un certo intervallo di tempo, da *dati stati energetici ad altri*, ma con completa astrazione dalla questione del passaggio; oppure, come dipendenti dal numero di cotesti sistemi elementari (particelle), che per qualche causa venissero deviati in una data direzione, noi vediamo che *nulla di arbitrario e di non controllabile sperimentalmente* è stato introdotto nel nostro quadro fisico; perchè appunto *il numero dei sistemi e i loro stati energetici* sono le grandezze relative a particelle che meglio, e quasi sole, sappiamo esattamente misurare.

elettromagnetica, risulta pure in accordo perfetto (esatto, non approssimato) colla teoria dei quanta. La sua validità nelle frequenze elevate esclude parimenti che si possa trattare di un caso limite di passaggio alla fisica classica o viceversa per $h \rightarrow 0$. Questa, e altre considerazioni affini, suggerirono a EHRENFEST l'idea che dovesse esistere *qualche condizione* in cui dovesse esser *generalmente legittima* la trasformazione di un problema quantico in un problema classico, e viceversa. E questa condizione si trovò poi esser quella della *lentezza della trasformazione*, o della sua *adiabaticità* intorno ad uno stato quantico stazionario.

Ma se passiamo alla successiva fase dello sviluppo della teoria, in cui si sono cominciati a studiar fenomeni probabilmente legati alla natura corpuscolare di qualche parziale costituente dei sistemi elementari suddetti, o ancor più evidentemente se passiamo senz'altro alla teoria atomica nel senso di BOHR, vediamo che si è introdotto su vasta scala una nuova ipotesi, *quella delle traiettorie e delle orbite* di cotesti corpuscoli, ipotesi che potrà forse parer giustificata alla nostra mentalità classica, ma non lo è certo nel campo delle vedute quantiche, e che ad ogni modo non ha — e pare non possa avere — alcun riscontro nell'esperienza.

Infatti mentre si sanno in molti casi contare gli elettroni nei vari atomi, riscontrarne nei vari stati quantici l'energia, il momento di rotazione, ecc. nessun fenomeno ha mai potuto esser posto in relazione, nè colla posizione (coordinata) di un elettrone sulla sua supposta orbita, nè colla forma o con qualche altra caratteristica di essa.

Se a tutto ciò aggiungiamo che, per poter parlare di elettroni moventisi su orbite, si è dovuto persino *postulare* la nota eccezione alle leggi dell'elettrodinamica di MAXWELL, non si potrà non esser molto sorpresi della facilità con cui i fisici hanno accolto l'ipotesi delle orbite elettroniche che nulla imponeva.

7. Ma quando si verificano di questi fatti nella fisica, si può esser quasi certi che esiste sempre una causa determinante, alla quale si è forse inconsapevolmente ubbidito.

E nel nostro caso non è difficile vedere come la ragione pratica più plausibile e profonda per l'accettazione delle orbite elettroniche, sia forse stata la facilità con cui, per mezzo di esse, si può giungere a salvare quel tanto di determinismo elementare che è necessario per poter giungere a quelle ripartizioni in celle di egual probabilità (ved. § II) che sono indispensabili per l'applicazione dei metodi statistici. Ma non dimentichiamo che è ancor sempre necessaria o l'ipotesi ergodica o qualche altra affine, onde giustificare l'arbitrarietà di quella ripartizione, ipotesi che, come abbiamo ricordato, deve esser a sua volta giustificata, almeno a posteriori, dalla esperienza; proprio da quell'esperienza che nel nostro caso non par possibile!

Siamo quindi effettivamente innanzi ad un'ammissione assai differente da quelle discusse ai § I, e III.

Qui non si ammette più qualcosa di estremamente generale imposto dai fatti, come *la discontinuità e la regola delle frequenze* valevoli nella fisica dei quanta senza riserve; e neppure più qualcosa di ancor molto ampio, come *i principi dell'invarianza adiabatica e della corrispondenza*, valevoli senza eccezione in tutto il campo che essi considerano, ma che (e questo è essenziale) nulla affermano nè compromettono circa gli altri campi; che, in altre parole, ammettono di ignorare quanto avviene negli sbalzi quantici, senza per altro neppure elevare quest'ammissione al grado di un categorico *ignorabimus* definitivo.

Qui si introduce invece una *ipotesi concreta* che oltre ad essere assai ostica dal punto di vista elettrodinamico, pare del tutto superflua nei

rapporti coll'esperienza, ma intanto insinua nella mente immagini, la cui influenza, allo stato attuale, si deve prevedere piuttosto dannosa che utile.

Basti a questo proposito ricordare fugacemente, trattandosi di cose notissime, come non sia stato possibile per questa via di giungere ad un modello accettabile neppure per l'atomo dell'elio!

§ V. Difficoltà derivanti dai criteri precedenti.

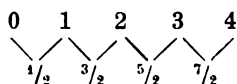
8. Nessuno certamente pensa di non riconoscere i numerosi e grandi risultati della teoria classica dei quanta e della teoria atomica di BOHR, che costituirà sempre uno dei più brillanti esempi di sintesi scientifica. E se noi non parliamo più diffusamente dei risultati conseguiti da quelle teorie, è per ragioni di spazio e perchè li supponiamo noti ai lettori.

Ma sarebbe assurdo, innanzi a quei risultati, chiudere ostinatamente gli occhi per non vederne anche i gravi difetti che, più che deturpare, occultano le grandi e più caratteristiche linee dell'ipotesi dei quanta. Ne ricordiamo perciò qualcheuno, senza per altro attribuir loro un'importanza decisiva, perchè una teoria che comincia postulando un'eccezione ad una legge (la legge elettrodinamica) che poi impiega continuamente nei suoi ragionamenti, non crolla certamente per un eventuale risultato incongruente o in più o meno grave disaccordo coll'esperienza.

Ciò che secondo noi ha costantemente minato la teoria classica dei quanta, è quel senso di insoddisfazione che lasciava in tutti quel continuo passaggio dalle ipotesi e preserizioni quantiche a quelle classiche; quella accettazione di misteriosi *trucchi* formali che non erano mai stati ammessi, prima d'ora, in una scienza esatta.

E ciò che è strano è che molte volte anche quei trucchi erano superflui.

9. A questo proposito ricordiamo per es. la considerazione dei *semi-quanta* introdotta per render conto dei *multiplotti spettrali* e dell'*effetto Zeeman* per mezzo di modelli quantici. Ciò equivale al *trucco* seguente, che BORN ha senz'altro chiamato una specie di giuoco di streghe (*Hexeneinmal-eins*). Supposto che una ragionevole teoria abbia condotto per un sistema alla possibilità dei numeri quantici interni j 0, 1, 2, 3, 4 in corrispondenza di un dato numero quantico principale di arrivo, o di non eccitazione del sistema stesso, si dovrebbe prevedere un'eventuale risoluzione della linea spettrale principale in un quintetto. Ma se scriviamo la precedente successione:



e ammettiamo che i salti quantici possano avvenire solo sui valori frazionari, la linea principale dovrebbe eventualmente risolversi solamente in un *quartetto*.

Così si sono « *formalmente* » interpretati i *doppietti* degli alcali, malgrado che la teoria di BOHR per la loro costruzione portasse a tre numeri

$$\begin{array}{ccc} k-1 & k & k+1 \\ & \diagdown \quad \diagup & \\ & k-1/2 & k+1/2 \end{array}$$

e quindi facesse logicamente prevedere dei *tripletti*.

Recenti studi sulla rotazione degli elettroni negli atomi pare possano fornire un certo fondamento a cotesta ammissione formale, ma ciò non toglie all'esempio il suo valore illustrativo della mentalità che ha per parecchio tempo dominato nella teoria dei quanta.

10. E gli esempi si potrebbero moltiplicare.

Ma ricordiamolo ancora una volta. Sarebbe assurdo ignorare coteste difficoltà, coteste incongruenze, ma non è ad esse sole che dobbiamo attribuire la causa determinante della ricostruzione delle basi della teoria che si sta ora tentando. La sua ragione principale è il desiderio, quasi direi il bisogno di liberarsi dalla promiscuità di criteri e di metodi contraddittori, di arrivare a *qualunque costo*, ad una teoria conseguente, sacrificando quanto è necessario delle nostre abitudini mentali alle esigenze della *ipotesi dei quanta*, della cui *necessità*, per lo studio dei fenomeni elementari, molecolari e atomici, ormai più nessuno osa dubitare.

§ VI. Primi passi per una più conseguente fondazione della teoria.

11. Nel campo delle antiche teorie classiche che rifuggivano in modo assoluto dall'ammettere il menomo risultato in palese contrasto coll'esperienza, non era in generale difficile individuare il momento in cui un'ipotesi, una tendenza, cessava di sussistere e cedeva il posto alla rivale; nell'ottica, per es., l'ipotesi corpuscolare di NEWTON è definitivamente caduta sgombrando il posto all'ipotesi ondulatoria quando si accertò che la luce si propaga nell'acqua con minor velocità che nell'aria.

Ma per la teoria che ci interessa, meno sensibile ai classici precetti di coerenza scientifica, è quasi impossibile dire quando si sia cominciato a sentire il bisogno di avviarsi per una strada più rigorosa. Si può quasi dire che molti di coloro che contribuirono allo sviluppo della teoria dei quanta, ponendo quasi sempre essi stessi in rilievo i punti deboli, le contraddizioni dei loro procedimenti, abbiano sempre tenuto presente l'eventualità di potersene liberare. Lo stesso BOHR, col suo obiettivo e profondo lavoro critico, *Die Grundpostulate der Quantentheorie* (Zeitschrift für Physik, vol. 13, 1923) portò un notevole contributo alla necessaria preparazione.

Ma il momento che oggi pare decisivo come l'inizio delle nuove vedute è quello in cui HEISENBERG, applicando alla fisica quantica una critica perfettamente analoga a quella di EINSTEIN alle teorie classiche prerelativiste, pone finalmente il problema della costruzione della fisica quantica in termini che non dovrebbero più consentire alcun equivoco.

È noto come EINSTEIN abbia acutamente rilevato che in tutti i ragionamenti della meccanica e della fisica classica fosse sempre implicita la ammissione di un valore *assoluto* della nozione di *contemporaneità* di eventi svolgentisi in luoghi differenti, mentre poi quella stessa meccanica e fisica non poteva fornire alcun mezzo per realizzarla effettivamente. Questa nozione introdotta inconsciamente nella nostra fisica, ma di fatto rimasta da essa inabborabile, era quella che impediva di render conto della relatività dei fenomeni tanto della meccanica, quanto della elettrodinamica, che invece l'esperienza pareva confermare.

Nello stesso modo HEISENBERG ⁽¹⁾ concluse che un effetto altrettanto deleterio per la teoria dei quanta dovesse produrre l'introduzione che più o meno consapevolmente si faceva di concetti di natura prettamente classica, quali sono quelli di traiettorie od orbite di corpuscoli, segnatamente di elettroni; concetti che inoltre, come abbiamo già ricordato, non erano suscettibili di nessuna constatazione pratica. E si propose quindi di ricostruire la teoria senza quelle ipotesi superflue e dannose.

Entrati in quest'ordine di idee, quali parametri di riferimento, per gli stati di un sistema nella nuova teoria, non si possono evidentemente assumere se non insieme discreti di grandezze, che siano in intimo legame, tanto coi valori pure discreti dell'energia nei vari stati quantici del sistema stesso, quanto colle frequenze elementari dell'irraggiamento emesso, ossia con quelle grandezze che sono effettivamente osservabili.

Indichiamo con $\nu(nm)$ coteste frequenze e ricordiamo che per il noto principio di combinazione di RITZ (che qui possiamo considerare come una conseguenza della regola delle frequenze (§ I) e del principio di corrispondenza (§ III)) esse si possono rappresentare colla formula:

$$(2) \quad \nu(nm) = \frac{1}{h} (E_n - E_m).$$

Cerchiamo ora l'espressione più generale di un eventuale irraggiamento del sistema considerato.

Essa potrà esser rappresentata con un opportuno schema comprendente tutti i possibili irraggiamenti elementari, corrispondenti al salto del sistema da un generico stato energetico E_n ad un altro E_m . Ma ognuno di cotesti irraggiamenti elementari implica, oltre che la predetta frequenza $\nu(nm)$, anche un'ampiezza $a(nm)$ e una fase $\delta(nm)$; sarà quindi in generale esprimibile nella forma complessa

$$a(nm)e^{i[2\pi\nu(nm)t + \delta(nm)]},$$

oppure, conglobando ampiezza e fase in una più generale ampiezza complessa

$$q(nm) = a(nm)e^{i\delta(nm)}, \text{ nella forma}$$

$$q(nm)e^{2\pi i \nu(nm)t}.$$

(1) Vedi numerose note della « Zeitschr. für Physik » nel vol. XXXIII e-seg.

Lo schema generale in questione potrà esser quindi

$$(3) \quad \mathbf{q} = \left\{ \begin{array}{cccc} q(11)e^{2\pi i\nu(11)t} & q(12)e^{2\pi i\nu(12)t} & \dots & \\ q(21)e^{2\pi i\nu(21)t} & q(22)e^{2\pi i\nu(22)t} & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{array} \right\}$$

che per brevità in seguito scriveremo $\mathbf{q} = \{ q(nm)e^{2\pi i\nu(nm)t} \}$.

Esso è evidentemente accettabile dal punto di vista *formale*.

Perchè esso risponda esattamente anche dal lato *fisico*, è necessario che, malgrado la sua espressione complessa, rappresenti solamente degli irraggiamenti esprimibili, come quelli effettivi, per mezzo di serie di *FOURIER reali*.

Ovvie considerazioni matematiche, sulle quali per brevità sorvoliamo, mostrano che è necessaria e sufficiente la condizione restrittiva $\mathfrak{z}(nm) = -\mathfrak{z}(nm)$. Ma in tale ipotesi lo schema (3) si identifica con quello delle *matrici di HERMITE* cioè con quello di schemi assai noti e usati per lo studio delle *forme bilineari*.

Pur senza indugiarsi ora su quest'ultimo punto, si tenga però presente questo netto intervento, fin dal principio, di un algoritmo specialmente indicato per esprimere relazioni in generale dipendenti da due punti discreti; fatto questo che forse costituisce la più efficace ragione del successo delle nuove vedute, ma di cui dovremo poi necessariamente considerare le estreme conseguenze logiche.

Ciò premesso risulta che le matrici $\mathbf{q}$ costituiscono i migliori parametri, potremmo quasi dire le migliori coordinate, per lo studio dei sistemi quantici. Le regole per il calcolo delle matrici in generale, tenendo conto della specificazione (2) per le frequenze ν , permettono di giungere a regole speciali di calcolo per le nostre $\mathbf{q}$, che ne pongono in evidenza varie caratteristiche, fra cui le più interessanti sono certo quelle che pongono in evidenza le loro molteplici correlazioni colle frequenze ν , colle energie E e eventualmente colle fasi δ .

Ne ricordiamo di sfuggita solo qualcuna, indicando con $\mathbf{p}$ una eventuale seconda coordinata, proveniente da una matrice colle stesse frequenze di quella delle $\mathbf{q}$ e sottintendendo il fattore $e^{2\pi i\nu(nm)t}$

$$(4) \quad \begin{aligned} \mathbf{qp} &= \{ \Sigma q(nk)p(km) \} \\ \dot{\mathbf{q}} = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} &= \{ 2\pi i\nu(nm)q(nm) \}. \end{aligned}$$

Indicando ancora con $\mathbf{E}$ la matrice diagonale formata dai valori E_n , E_m ,... (in diagonale) e da zeri, avremo ancora:

$$\begin{aligned} \mathbf{Eq} &= \{ E_n q(nm) \} & \mathbf{qE} &= \{ E_m q(nm) \} \\ \mathbf{Eq} - \mathbf{qE} &= \{ (E_n - E_m)q(nm) \} \end{aligned}$$

dalla quale, per la (2) scende la formula fundamentalissima

$$(4^{bis}) \quad \dot{q} = \frac{2\pi i}{h} (Eq - qE).$$

I vincoli che abbiamo ammessi esistere fra energia e frequenza, e solo essi, si stringono sempre più attraverso tutte le operazioni sulle q .

12. Quando una teoria per l'impiego di un certo algoritmo si consolida in un sistema abbastanza completo e ben connesso di formule, è in generale sempre possibile giungere agli stessi risultati anche partendo da un algoritmo differente, la cui definizione però corrisponda, o almeno sia implicita, in qualcuna delle formule suddette. Formalmente tutto in fondo si riduce a un cambiamento della variabile indipendente, ma dal punto di vista fisico il cambiamento può assumere caratteri abbastanza sostanziali.

Ed è così che DIRAC ⁽¹⁾, con qualche riferimento ai primi lavori di HEISENBERG, ha creduto opportuno assumere come elemento fondamentale eminentemente atto ad essere impiegato come parametro per la rappresentazione dei sistemi quantici, invece che le matrici hermitiane del n. precedente, i numeri q differenti dai consueti numeri cardinali, e caratterizzati formalmente da alcune equazioni di tipo analogo a quelle scritte poco sopra.

13. Partendo da concetti e in base a argomentazioni di indole del tutto differenti, L. DE BROGLIE ⁽²⁾ è giunto a considerazioni che hanno portato un notevole contributo alla preparazione di uno degli aspetti delle nuove teorie.

È noto che nella teoria della relatività (ristretta) al moto di un sistema S' colla velocità v_x rispetto ad un sistema S , corrisponde pure, a giudizio di un osservatore fisso all'origine di S , oltre la notissima contrazione apparente delle lunghezze e il non meno noto ritardo nella misura del tempo, entrambi costanti e del second'ordine (proporzionali a $\left(\frac{v_x}{c}\right)^2$ con c = velocità della luce), un ulteriore apparente ritardo o anticipo, a secondo del verso di v_x , in generale assai più rilevante del precedente, perchè proporzionale a $\frac{v_x}{c^2} x$.

Ricordo incidentalmente che per porre in chiara luce questa più rilevante parte della differenza nella valutazione del tempo, a seconda che l'osservatore si trovi in S o in S' (la quale appunto costituiva, prima della relatività, la sola differenza fra il tempo assoluto e il tempo locale di LORENTZ), in alcuni miei lavori sulla relatività ⁽³⁾ pubblicati nel 1923

⁽¹⁾ Ved. numerose Note dei « Proceedings R. Soc. » di Londra, nei vol. 109-113.

⁽²⁾ Ved. « Thèse », opp. « Ondes et mouvements ».

⁽³⁾ Ved. « Rend. Lincei », 1923 e la mia monografia: *Teoria della Relatività*. Roma, Libreria di Scienze e Lettere Bardi, 1924.

io mi sono valso della rappresentazione di supporre disposti in S' , nella direzione della x , molti orologi le cui lancette facessero un giro al secondo e regolati in modo che, tenendo conto della velocità della luce, apparissero *in fase* all'osservatore in S' . Tali orologi dovevano apparire invece sfasati in un senso o nell'altro, a seconda del verso della v_x , e proporzionalmente alla coordinata (distanza) x , all'osservatore situato all'origine di S . Dopo un certo tratto lo sfasamento raggiungeva il valore 2π . Io ho allora avvicinato cotesto sfasamento alla rotazione del piano di polarizzazione di una soluzione zuccherina.

DE BROGLIE ha avuta la felice idea di considerare questo sfasamento come un'onda periodica, che si avvicina o allontana colla velocità V , *velocità di fase* e che accompagna sempre il moto di un sistema materiale. È facile vedere, per le formule più fondamentali della teoria della relatività, che fra la velocità del mobile v , la velocità di fase V e la velocità della luce c si può ammettere che esista la relazione

$$(5) \quad vV = c^2.$$

E allora si verifica il fatto che fra il moto di un punto materiale e quello della sua onda di fase si possa stabilire una corrispondenza biunivoca, per modo che divenga indifferente seguire o l'uno o l'altra. E in tal senso DE BROGLIE ha fatto una serie di notevoli applicazioni che hanno avuto un'influenza forse decisiva sulla teoria di SCHRÖDINGER della quale ci occuperemo fra poco.

§ VII. Risultati formali conseguiti.

14. Vediamo ora di fare, con riferimento a quanto precede, il passo più difficile e tracciare le linee più generali delle nuove vedute.

Come abbiamo già detto, HEISENBERG e DIRAC avevano specialmente in vista la necessità di impiegare parametri immuni da arbitrarie ammissioni. Ritenendo di averli trovati nelle matrici di HERMITE o nei numeri q , non si proposero in fondo altro che di tradurre nei nuovi algoritmi le equazioni canoniche della meccanica analitica, *adiabaticamente valide* anche per i sistemi quantici in vicinanza dei loro stati stazionari.

È più difficile dire quale sia stato il *leit-motiv* dei lavori di SCHRÖDINGER (¹). Evidentemente in prima linea sta il proposito di giungere alla *quantizzazione* dei sistemi, senza ricorrere a quelle misteriose prescrizioni che abbiamo in principio ricordato e che d'ordinario si traducono nell'imporre a qualche entità fisica del sistema, di esser eguale a multipli interi di un'omogenea entità elementare. E infatti l'illustre fisico, nella prima pagina del suo primo lavoro, insiste appunto sul fatto di esser riuscito a *quantizzare dei problemi senza parlare di numeri interi*.

(¹) « Abhandlungen zur Wellenmechanik » oppure « Annalen der Physik », vol. 79 e seg.

Ma è pure evidente che sovrasta sempre anche una questione di *interpretazione* del meccanismo quantico, che dopo le prime due memorie strettamente scientifiche e quasi formali, sbocca nella nota pubblicazione più popolare, e coll'evidente preoccupazione di essere intuitiva, della rivista « *Die Naturwissenschaften* ». Ed è senza dubbio da quel lavoro che hanno preso lo spunto i vari tentativi di volgarizzazione della *meccanica ondulatoria*.

L'interpretazione nettamente ondulatoria e quasi continua e deterministica va però già attenuandosi nelle ultime due Memorie degli *Annalen*, dopo di aver subito varie modificazioni; nello stesso tempo invece il formalismo di SCHRÖDINGER si impone e costituisce ormai uno dei risultati più sorprendenti della fisica matematica.

Veniamo ora a qualche particolare.

a) *Le teorie di Heisenberg e Dirac*. — 15. Nel § precedente abbiamo quasi preparato il materiale per giungere a una espressione della meccanica quantica tangente a quella classica, ma soddisfacente alle note riserve.

Il fatto che il prodotto di due matrici q e p non possenga la proprietà commutativa ci fornisce ancora la possibilità di far opportunamente l'ultimo passo.

Due matrici generiche p e q , appartenenti allo stesso schema di frequenza e di energie elementari, possono avere i loro due prodotti qp e pq differenti fra di loro in infiniti modi: Distinguiamo le coppie per cui si verifica la condizione:

$$(6) \quad pq - qp = \frac{h}{2\pi i}.$$

È stato possibile dimostrare: 1° che cotesta condizione raggruppa coppie di matrici per mezzo delle quali è possibile di esprimere una funzione H di HAMILTON analoga a quella classica, o in altri termini, coppie di matrici che hanno caratteri rispettivamente corrispondenti alle classiche coordinate generali di tipo geometrico q e di tipo impulsivo p ; 2° che l'equazione (6), per stati energetici elevati, si traduce nella classica regola di quantizzazione della teoria di BOHR.

In seguito a ciò non è stato difficile vedere che alle equazioni canoniche classiche si possono far corrispondere nella nuova teoria le seguenti:

$$(7) \quad \dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} \quad \dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q}$$

per formar le quali basta ricordare la regola di differenziazione rispetto il tempo (4^{bis}), e la sussistenza formale per le matrici delle ordinarie regole di differenziazione rispetto alle coordinate. Le equaz. (7), dovendo sussistere elemento per elemento delle matrici rispettivamente a destra e a sinistra, forniscono una duplice infinità di equazioni per determinare le $q(nm)$.

Parimenti, sempre ricordando le definizioni e le regole del § precedente, non è stato difficile dimostrare che la funzione di HAMILTON H soddisfa alla condizione

$$(8) \quad \dot{H} = 0,$$

che anche qui, come nel caso classico, esprime il principio della conservazione dell'energia.

Il riconoscimento infine che tutte le coppie di matrici soddisfacenti alla condizione (6), sono coppie di variabili canoniche, (che conservano la forma canonica alle equazioni meccaniche) e che quindi le trasformazioni canoniche sono in generale esprimibili nella formula:

$$(9) \quad pq - qp = PQ - QP = \frac{h}{2\pi i},$$

ha reso poi anche formalmente possibile e legittima la traduzione dei metodi analitici classici nella nuova teoria, e segnatamente quella del fondamentale criterio di integrazione di HAMILTON-JACOBI, attraverso alla nota equazione alle derivate parziali. Infatti, siccome indicando con S una matrice qualsiasi, alle equazioni (9) sono perfettamente equivalenti le

$$(10) \quad P = SpS^{-1} \quad \text{e} \quad Q = SqS^{-1},$$

il criterio di HAMILTON-JACOBI si ridurrà a questo: data un'espressione qualsiasi di H per mezzo di una coppia p, q , di variabili canoniche, cercar dapprima la matrice S che soddisfi alla condizione

$$(11) \quad H(pq) = SH(p, q)S^{-1} = E,$$

in cui E è la matrice diagonale costituita dai valori discreti $E_1, E_2, \dots$. La soluzione delle equazioni canoniche (7) sarà poi allora

$$p = Sp_0S^{-1} \quad \text{e} \quad q = Sq_0S^{-1}.$$

Si osservi che l'equazione (11) è l'analogo della classica equazione alle derivate parziali di HAMILTON-JACOBI e la S è la *Azione* del sistema che naturalmente qui risulta già quantizzata.

b) La teoria di Schrödinger. — 16. Nel primo lavoro secondo questo nuovo indirizzo SCHRÖDINGER considera il problema dell'atomo dell'idrogeno; ma non nel senso solito di attribuire all'elettrone dapprima un'orbita kepleriana generica e poi di eliminare colla *quantizzazione* tutte quelle possibilità che non corrispondono ai postulati della teoria dei quanta, giungendo così ai valori discreti dell'energia del sistema $E_1, E_2, \dots$, notoriamente in accordo, attraverso il principio di corrispondenza, colla legge

di BALMER. Egli introdusse invece nell'equazione alle derivate parziali di HAMILTON-JACOBI *generica*,

$$(12) \quad H \left(q, \frac{\partial S}{\partial q} \right) = E,$$

la specificazione $S = \text{Cost. di omogeneità } \log \psi$, e dimostrò che, nel caso particolare di H eguale alla funzione di HAMILTON di un generico problema kepleriano, la funzione ψ , che in certo modo viene a sostituirsi all'azione S , che normalmente si quantizza, deve soddisfare all'equazione

$$(13) \quad \Delta_2 \psi + \frac{2m}{K^2} \left(E + \frac{e^2}{r} \right) \psi = 0,$$

in cui, come d'ordinario, si è indicato con m la massa e con e la carica di un elettrone. Ma, e qui sta il punto interessante, quest'equazione ammette soluzioni ovunque *continue e finite*, oltre che per tutti i valori positivi di E , *solamente per una successione discreta di valori* $E_1, E_2, \dots$ *negativi*. Ai primi corrisponderebbe lo spettro continuo, che nella teoria consueta si dovrebbe attribuire a clettroni allontanantisi su orbite iperboliche, ai secondi esattamente le linee di BALMER.

La introduzione della funzione ψ ha quindi permesso di eliminare il *misterioso* precetto della quantizzazione, sostituendolo col problema della ricerca degli *autovalori* di una equazione alle derivate parziali.

Sorvolando su molte particolarità di cotesto procedimento formale, rileviamone però subito una veramente interessante dal punto di vista fisico. Se lo stesso problema viene trattato in senso relativista, come l'analogo cioè del classico caso di SOMMERFELD che ha condotto alla previsione della struttura fine delle linee spettrali, gli autovalori vengono ad assumere una distribuzione, cui corrisponde per l'atomo, ridotto al suo minimo livello energetico, ancora un *mezzo quanto*, in perfetta corrispondenza colle conseguenze del Principio di NERNST.

Venuta così in prima linea, sia pure in modo essenzialmente formale, un'equazione di tipo vibratorio, e data la conoscenza di SCHRÖDINGER delle vedute di DE BROGLIE, era evidente che egli tentasse di avvicinare questa misteriosa funzione ψ alle onde di fase. Ma si è subito avvertita la difficoltà che questo passo presentava.

Non è il caso qui di seguire tratto tratto lo sviluppo della teoria di SCHRÖDINGER; tanto più che, mentre nelle mani del suo autore e di altri quel formalismo si mostrava estremamente pratico attraverso all'equazione:

$$(14) \quad \Delta_2 \psi + \frac{8\pi^2}{h^2} (E - V) \psi = 0,$$

ovvia generalizzazione della (13), con specificazione della costante K , e nella quale V rappresenta l'espressione dell'energia potenziale del sistema nelle coordinate assunte, i tentativi di trovare delle *basi fisiche* a

cotesta equazione fondamentale diventavano sempre meno soddisfacenti. Tenga presente il lettore un fatto fondamentale, che i tentativi di interpretazione, partendo dal caso più semplice, — il moto di un solo punto materiale (a tre gradi di libertà) in uno spazio a tre dimensioni — hanno forse troppo occultato. Lo spazio dell'equazione (14) non è il nostro spazio ordinario a tre dimensioni, ma bensì uno spazio rappresentativo con un numero di dimensioni eguale a quello dei gradi di libertà di tutto il sistema.

Riservandoci di ritornare fra poco su questo argomento ricordiamo ancora i seguenti progressi formali della teoria di SCHRÖDINGER.

Oltre che fornire per ogni espressione V dell'energia potenziale di un sistema i corrispondenti autovalori $E_1, E_2, \dots$ e quindi l'esatta quantizzazione del sistema stesso, l'equazione (14) si è meravigliosamente prestata alla risoluzione di molti problemi di perturbazione intorno agli stati di equilibrio, aggiungendo semplicemente alla V l'effetto corrispondente alla perturbazione. E così furono studiati, a cominciare dall'effetto STARK-LO SURDO, i numerosi fenomeni che erano stati trattati più o meno artificialmente colla teoria ordinaria dei quanta. E in generale i risultati furono più che soddisfacenti dal punto di vista formale.

All'equazione (14) SCHRÖDINGER aveva spesso associata, come maggiore affermazione del carattere ondulatorio della sua teoria, l'equazione

$$(15) \quad \Delta_2 \psi - \frac{2(E - V)}{E^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0,$$

la quale avrebbe dovuto permettere di penetrare più a fondo della (14) e forse anche di affrontare il problema dei regimi variabili, degli sbalzi dei sistemi.

Ma nell'ultima delle quattro comunicazioni fondamentali, SCHRÖDINGER è ritornato sull'argomento, osservando che l'equazione (15) di fatto non dice nulla più della (14); e, con ragionamenti che forse trovano la loro migliore giustificazione *a posteriori* nel risultato conseguito, la sostituì colle equazioni, non più *oscillatorie*, ma *ondulatorie*:

$$(16) \quad \Delta_2 \psi - \frac{8\pi^2}{h^2} V \psi = \frac{4\pi i}{h} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0$$

dalle quali, lo si osservi, è stata eliminata l'energia E . La funzione complessa delle onde ψ che soddisfa a una di coteste equazioni, possiede una coniugata $\bar{\psi}$, che soddisfa all'altra equazione.

Attraverso alle (16) la teoria delle perturbazioni ha potuto venir estesa anche alle perturbazioni che contengano esplicitamente il tempo; ma teniamolo ben presente, a perturbazioni che lasciano però sempre i sistemi vicino agli stati di equilibrio, senza provocare gli scatti da uno stato all'altro.

Ripetendo che il risultato conseguito, dal punto di vista formale, è senz'altro meraviglioso, chi scrive però non può non ricordare contemporaneamente un pensiero di HERTZ: *Che cosa è la teoria di Maxwell?* —

Sono le equazioni di Maxwell! — Ma in ogni caso non è certo poca gloria aver emulato MAXWELL!

§ VIII. Qualche esempio illustrativo.

17: Non certo per la presunzione di porre il lettore in grado di valutare nei particolari le nuove teorie, ma solamente per fissare le linee più generali dei procedimenti applicativi, consideriamo un problema semplicissimo, successivamente nell'ambito delle due teorie di cui ci siamo occupati.

E precisamente consideriamo il problema dell'oscillatore armonico. La sua energia cinetica ha notoriamente l'espressione $T = \frac{m}{2} \dot{q}^2 = \frac{1}{2m} p^2$ e la sua energia potenziale l'espressione $V = 2m\pi^2\nu_0^2 q^2$. La funzione H è quindi la somma di coteste due energie parziali.

a) *Teoria di Heisenberg.* — 18. Le equazioni canoniche nelle coordinate q e p (matrici) sono analogamente alle classiche, (essendo

$$H = \frac{1}{2m} p^2 + 2m\pi^2\nu_0^2 q^2)$$

$$\dot{q} = \frac{p}{m} \quad \dot{p} = -4m\pi^2\nu_0^2 q.$$

e, eliminando p

$$\ddot{q} + (2\pi\nu_0)^2 q = 0.$$

Ora non vi è che a ricordare le definizioni e le regole per il calcolo delle matrici e sviluppare l'equazione precedente. La regola di differenziazione (4) e la definizione stessa delle matrici conduce alle formule

$$\{v^2(nm) - v_0^2\} q(nm) = 0.$$

Da questa, dopo un'ultima considerazione fisica, che cioè le $q(nm)$ devono esser differenti da zero, solamente per $v(nm) = \pm v_0$, con puri ragionamenti formali, che sarebbe eccessivo riferire, si giunge all'interessante conclusione: I valori dell'energia formano una serie aritmetica

$$E_n = E_0 \pm h\nu_0 n.$$

Dal principio della conservazione dell'energia (8) scende infine per i valori dei singoli elementi della matrice H

$$H(nm) = 0 \quad \text{per } n \neq m \quad H(nn) = h\nu_0 \left(n + \frac{1}{2}\right).$$

La matrice H è diagonale, come già avevamo detto dover essere. I valori $H(nn)$ coincidono colle E e si vede che l' E_0 della precedente formula è uguale ad $\frac{1}{2} h\nu_0$ in accordo col principio di NERNST.

b) *Teoria di Schrödinger*. — 19. L'equazione fondamentale (14), data l'espressione del potenziale scritta al n. 17, e tenuto conto che abbiano una sola coordinata spaziale q , diviene

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} + \frac{8\pi^2}{h^2} (E - 2m\pi^2 v_0^2 q^2) \psi = 0.$$

Poniamo per brevità

$$a = \frac{8\pi^2 E}{h^2} \quad \text{e} \quad b = \frac{16\pi^4 m v_0^2}{h^2}.$$

L'equazione differenziale assumerà la forma:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} + (a - bq^2) \psi = 0.$$

Eseguiamo la trasformazione:

$$x = q\sqrt{b}.$$

Si avrà

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \left(\frac{a}{\sqrt{b}} - x^2 \right) \psi = 0.$$

Gli autovalori e le autofunzioni di quest'equazione sono noti. Gli autovalori sono

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = 1, 3, 5, \dots (2n+1) \dots$$

Le autofunzioni sono le funzioni ortogonali di HERMITE:

$$\psi_n = e^{-\frac{x^2}{2}} H_n(x) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

ove $H_n(x)$ indica l' n esimo polinomio di HERMITE.

Gli autovalori, ritornando ai simboli primitivi divengono:

$$E_n = \frac{2n+1}{2} h v_0: \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

e coincidono con quelli della teoria di HEISENBERG, mentre differiscono per la questione dei mezzi quanta da quelli della teoria ordinaria.

La ψ si compone naturalmente linearmente colle autofunzioni ψ_n . Svolgiamo sulla sua discussione come oscillazione perchè è stata già ripetutamente fatta ed anche perchè la cosa ha ormai perduto del suo interesse primitivo.

§ IX. Rapporti sostanziali fra le varie teorie.

18. È facile comprendere quanto abbia sorpreso il formalismo di SCHRÖDINGER venuto a pochi mesi di distanza dalle fondamentali pubblicazioni di HEISENBERG e dei suoi valenti coadiuvatori JORDAN e BORN:

E la domanda assillante che si fecero subito coloro che si erano occupati dell'ardua questione era quella di sapere, se ci si trovava innanzi a due teorie, o meglio a due tipi di teorie, sostanzialmente differenti, o a due forme differenti di una stessa teoria.

La concordanza di alcuni risultati, apparsa fin dalle prime due pubblicazioni di SCHRÖDINGER, rendeva plausibile quest'ultima opinione; ma la differenza formale era tanta!

Fu ancora SCHRÖDINGER che dimostrò che la portata ultima di tutte, era identica.

Per portata intendiamo i risultati che le teorie si proponevano di raggiungere; cioè la determinazione degli stati energetici dei sistemi nelle loro correlazioni colle frequenze, come abbiamo ripetutamente detto, senza far intervenire nulla di arbitrario e non osservabile. Non intendiamo le eventuali interpretazioni all'infuori delle teorie stesse, anche se suggerite dalle loro forme particolari.

In conclusione la teoria eminentemente discontinua, trattata basandosi sull'espressione e calcolo di matrici di HEISENBERG; quella analogamente concepita dal punto di vista fisico, ma trattata coi numeri q di DIRAC e quella di aspetto continuo di SCHRÖDINGER non costituiscono che forme differenti di una stessa norma formale di quantizzazione.

§ X. Interpretazioni fisiche.

19. La questione dell'interpretazione fisica di una teoria è sempre assai delicata e spesso anche soggettiva. Nel campo poi dei quanta, è anche particolarmente difficile, perchè in ultima analisi essa si è finora quasi sempre ridotta alla ricerca di un *artificio*, che renda in qualche modo accettabile una certa ipotesi quantunque concepita nel nostro schema classico, cioè in uno schema certamente inesatto e inadatto ai fenomeni quantici.

L'interpretazione di BOHR per l'atomo di idrogeno costituisce appunto un esempio di interpretazione di cotesto tipo. L'artificio è rappresentato dalla *regola* più o meno misteriosa che ci fa escludere un'infinità delle orbite kepleriane, che la teoria classica potrebbe ammettere.

Ma nel caso dei *due tipi* di teorie che abbiamo considerato la questione dell'interpretazione assume un aspetto assai differente dall'ordinario e porta a vedute differentissime per i due tipi.

La differenza sostanziale rispetto ai criteri soliti, evidente specialmente per la teoria di HEISENBERG-DIRAC, dipende essenzialmente dal fatto della non esistenza delle ipotesi arbitrarie e superflue, che sono appunto quelle che si sono volute evitare. È quindi prevedibile che l'interpretazione non debba avere quel carattere di negativa, di esclusione di qualche cosa, ma bensì di affermazione.

Esaminiamo sommariamente i due casi tipici.

a) *Teoria di Heisenberg.* — 20. Ricordiamo che questa teoria si è imposta la condizione di non introdurre altri parametri che non siano quelli effettivamente riscontrabili, che non siano cioè, i valori discreti o delle

energie possibili nel sistema o delle frequenze ad esse collegate; che perciò ha trovato opportuno considerare certi schemi (matrici) del complesso di quei valori o di grandezze ad essi strettamente connesse, traducendo i principi fondamentali della fisica, sussistenti adiabaticamente nella teoria dei quanta, dalla forma consueta, cioè con riferimento ai soliti parametri classici, alla nuova forma, con riferimento agli schemi suddetti.

La teoria di HEISENBERG così considerata è quindi una teoria estremamente modesta, che quasi evita le interpretazioni, dato che l'esperienza non ci fornisce alcun mezzo di farne di veramente attendibili; ma che raggiunge il risultato di dire *tutto* quanto dice la teoria ordinaria e anche qualcosa di più e di meglio senza ipotesi superflue (per es. quella delle orbite), e quindi senza che possa nascere il legittimo sospetto che quei risultati possano esser conseguenza di quelle ammissioni.

In altri termini possiamo dire che in fondo questa teoria non fa altro che confermare, ribadire il concetto fondamentale della necessità di considerare i fenomeni fisici come discontinui, e della connessione, che l'esperienza verifica, fra una successione di frequenze, per es. quelle dell'idrogeno, e certe successioni di energie. Ma sa di non aver modo di dire e non pretende di dire, come quell'atomo sia costituito.

Un altro punto essenziale da ricordare è che, se pur con opportuni ragionamenti statistici questa teoria penetra un po' più a fondo della teoria ordinaria per quanto riguarda l'intensità delle linee spettrali, essa non pretende affatto di poter dominare lo stato dei sistemi durante i loro sbalzi.

b) *Teoria di Schrödinger.* — 21. Le possenti, ma misteriose equazioni di SCHRÖDINGER lasciano invece maggior adito alla fantasia degli interpretatori.

La prima interpretazione, evidentemente ispirata alle idee di DE BROGLIE, e alla quale abbiamo già fugacemente accennato, consisteva essenzialmente nel considerare la funzione ψ come una misteriosa vibrazione elettromagnetica, della quale il quadrato dell'ampiezza dovrebbe esprimere la densità elettrica. Superate le prime incertezze che tale interpretazione sollevava, dovute al fatto che la ψ si determina nello spazio delle fasi e non nel nostro spazio fisico, e riconosciuto che ad essa si può sempre far corrispondere qualche cosa di vibratorio anche nel nostro spazio, si sono invece aggravate le difficoltà che solleva il fatto del simultaneo intervento di un'infinità di tali ampiezze, corrispondenti alle varie soluzioni particolari ψ_n . SCHRÖDINGER stesso, nella sua quarta memoria parla già di un peso connesso a coteste varie, possibili ampiezze; un concetto che si avvicina già in modo impressionante a quelli che intervengono nei campi ove dominano considerazioni di probabilità.

22. Ma il punto che forse è decisivo per far abbandonare qualsiasi interpretazione fisica di *tipo vibratorio* nei vari stati quantici stazionari e conseguentemente di *tipo ondulatorio* nei trapassi dall'uno all'altro, è quello, dimostrato dallo stesso SCHRÖDINGER, dell'identità della portata pratica dei due tipi di teoria: Per molte categorie di fenomeni infatti, mentre

la teoria, o meglio l'interpretazione ondulatoria diviene sempre più misteriosa e inafferrabile, la teoria e l'interpretazione di HEISENBERG conducono in modo indubbio a considerare i quadrati delle ampiezze delle ψ_n , o ciò che loro corrisponde nella forma adottata, come la *probabilità* dell' *ennesimo* stato energetico del sistema.

Vediamo di facilitare la comprensione di questo punto difficile con un esempio.

BORN, impiegando appunto il formalismo di SCHRÖDINGER, perchè infinitamente più maneggevole di quello basato sul calcolo delle matrici, ha calcolato i coefficienti della soluzione

$$\psi(q) = c_1\psi_1(q) + c_2\psi_2(q) + \dots$$

corrispondenti a problemi di urto in sistemi periodici e in sistemi aperiodici e li ha posti in corrispondenza coi coefficienti che esprimono la probabilità di un dato stato dopo gli urti, calcolati coi criteri consueti e che l'esperienza ha in generale confermati. Come noto, gli effetti statistici di tali urti si manifestano come riflessioni elastiche degli atomi (corrispondenti a scambi di energia fra di essi senza sbalzi quantici) e loro diffrazioni (corrispondenti a sbalzi e relativa emissione di irraggiamento).

Il parallelo fra i quadrati dei coefficienti c e le probabilità delle distribuzioni in seguito ai due suddetti fenomeni pare riuscire soddisfacente.

Al contrario riesce assai malagevole, per non dire impossibile, interpretare i singoli termini della precedente equazione come vibrazioni elementari, anche se si è disposti a giungere all'ammissione veramente misteriosa dei sistemi contemporaneamente in diversi stati quantici.

Ad ogni modo altre proprietà della funzione ψ , che sarebbe molto strano attribuire a una effettiva entità fisica, per es. quella di non trasportar essa energia, avevano già indotto EINSTEIN a considerare cotesta ψ o meglio il campo da essa caratterizzato, come un « *campo fantasma* » che appare essenzialmente per indicare ai quanta di luce, i veri trasportatori di energia, la via da seguire.

Ricordiamo ancora che anche DE BROGLIE propende ora nettamente per l'interpretazione della funzione ψ nel senso della probabilità.

Possiamo quindi dire che tutto ormai porta a questa concezione. I calcoli degli stati quantici dei diversi sistemi devono essere condotti per mezzo delle equazioni di SCHRÖDINGER. Le interpretazioni fisiche poi, per quanto è possibile di giungervi, devono esser tentate attraverso il criterio di HEISENBERG.

In altri termini dobbiamo ormai ammettere che i singoli fenomeni elementari, con caratteri eminentemente discontinui, obbediscono a leggi che, giudicate dal nostro punto di vista classico, appaiono non esattamente determinate, e perciò solo esprimibili per mezzo di considerazioni di probabilità. Ma che invece la media dei fenomeni, la sola che noi osserviamo, obbedisce a leggi di aspetto continuo e di carattere perfettamente determinato.

CONCLUSIONE

23. È senza dubbio estremamente difficile allo stato attuale delle nuove teorie arguire quali potranno essere le loro più sostanziali conseguenze. Ma un punto pare ormai definitivamente acquisito.

Dalla conoscenza dello stato stazionario o quasi stazionario di un sistema intorno ad una sua posizione energetica E_n , noi in generale non sappiamo prevedere esattamente se e quando passerà di sbalzo a un nuovo stato E_m , nè quale questo stato sarà. Per problemi di questo genere il nostro abituale modo di vedere *deterministico* delle questioni non trova una base sufficiente per preferire una possibile soluzione alle altre parimenti possibili.

Formalmente la teoria di HEISENBERG si è aiutata coll'adozione dell'algoritmo hermitiano, che appunto riesce a tener presenti tutte quelle possibilità, ed è in modo speciale adatto alla considerazione di tutte le correlazioni che dipendono, con una certa reciprocità, da due valori. La teoria di SCHRÖDINGER ha ottenuto un egual risultato formale, un po' meno consciamente, attraverso gli autovalori; ma si è trovata costretta, come abbiamo rilevato, a parlare di sistemi in cui sono eccitati due stati quantici, per salvare il suo apparente determinismo.

In fondo possiamo dire che il nostro abituale *determinismo*, e quindi la possibilità di applicare il nostro *principio di causalità* nella forma consueta, viene totalmente a mancare. E per ciò la teoria di HEISENBERG giunge a sole conclusioni di probabilità, cui pare debba finir di accedere anche la teoria di SCHRÖDINGER.

Sarà questa la forma definitiva delle teorie fisiche?

La questione è in piena discussione.

Alcuni ritengono che sia inevitabile adottare questo nuovo modo di vedere perchè, giunti alle dimensioni dell'ordine di quelle dell'atomo, il nostro determinismo perde ogni senso. La luce, di qualsiasi lunghezza d'onda, necessaria in tutte le esperienze, le altera sensibilmente, così che noi non possiamo eliminare dalle nostre conclusioni un certo grado di inesattezza, entro il quale non sono possibili altro che apprezzamenti di probabilità.

Altri invece pensano che, tenendo conto delle alterazioni della nostra geometria, della misura del tempo, e poi successivamente di tutti i fenomeni fisici più elementari che ormai più nessuno dubita non abbiano a manifestarsi sensibilmente in quelle dimensioni, si debba poter trovare anche colà un analogo del nostro principio di causalità.

Le questioni aperte, come si vede, non potrebbero esser più elevate e seducenti, ma sono ancora circondate da notevoli difficoltà.

Gabinetto di Fisica-Matematica, R. Università - Genova.

RIVISTA

ASPETTO FISICO DELLA GRAVITAZIONE ⁽¹⁾

G. DALLA NOCE

CAPITOLO III. Teorie della gravitazione

§ 1. Teorie meccaniche.

I modelli meccanici della gravitazione, che da NEWTON in qua, oltre sessanta Autori hanno presentato e discusso, si possono classificare secondo tre tipi principali: trasmissioni di pressioni nel mezzo, urti delle particelle di questo ed emissione da parte della materia.

Già NEWTON in una sua lettera avanzò l'ipotesi che il mezzo separante i corpi avesse una consistenza materiale e divenisse più denso, quanto più fosse discosto dalle masse. I corpi avrebbero poi la tendenza a muoversi dalle parti più dense del mezzo verso quelle meno dense, perciò si sposterebbero l'uno nella direzione dell'altro.

Verso il 1750 A. EULER, seguendo le orme di NEWTON, sostiene il principio che la causa prima della gravitazione risieda nella pressione, che sopportino incessantemente i corpi da parte di una sostanza, la quale riempia in modo continuo lo spazio, circondi e penetri i corpi stessi. Fin dal 1690 HUYGENS, attribuendo ad oscillazioni eterree i fenomeni luminosi, aveva rimesso in onore l'antica idea dell'etere, sostanza tenuissima, pervadente tutto lo spazio ed i corpi. EULER attribuisce all'etere anche la gravitazione e lo considera il supporto dell'energia gravifica, sotto forma di pressione di fluido elastico. Supponendo poi che la materia sia causa di una diminuzione di pressione alle superfici esterne ed interne dei corpi, immaginati porosi, ed inoltre che l'assorbimento e quindi la pressione diminuiscano nel corpo attratto in ragione inversa della distanza dal corpo attraente, EULER dà ragione della tendenza all'avvicinamento del primo corpo al secondo. Fatte quelle supposizioni, egli si limita a sviluppi matematici del problema, ma non risponde ad una questione capitale, che egli stesso si pone: quale sia la causa, per cui la forza elastica dell'etere sia diminuita da un corpo.

A tale questione risponde il RIEMANN, riprendendo nel 1853 la teoria di EULER, ma con un'ipotesi fantastica: perchè, egli dice, continuamente scompare dell'etere in tutti gli atomi ponderabili. Nessun fisico ha mai accettato il punto di vista dell'illustre matematico, perchè, posto che l'etere sia mate-

⁽¹⁾ In tre Capitoli. Vedi Capitolo I, « Nuovo Cimento », Rivista (Maggio 1927, pag. xc); Capitolo II, Id. (Gennaio 1928, pag. xv).

ria, esso contraddice al principio della conservazione della materia, che, dal LAVOISIER in poi, è stato uno dei caposaldi di tutte le teorie fisiche e chimiche. Per questa ragione lo stesso RIEMANN ritirò la sua concezione, che prima gli era stata suggerita dalla considerazione di due mondi, il corporeo e lo spirituale, a contatto tra loro nei corpi ponderabili, dove appunto entrerebbe materia dal mondo corporeo nello spirituale. Ampio sviluppo hanno invece trovato nella teoria relativistica della gravitazione, i concetti che RIEMANN nel 1854 presentò intorno allo spazio reale e alla sua metrica, in relazione alla materia presente nello spazio stesso.

La prima concezione del RIEMANN è stata estesa da G. HELM nel 1881: la teoria di questi è più complicata, ma scevra dall'ipotesi della scomparsa di materia. L'etere secondo HELM dovrebbe essere fluido nelle molecole ponderabili ed all'infuori di esse dovrebbe comportarsi come un corpo solido, sottoposto, per opera delle molecole, a tensioni centrali, proporzionalmente alle loro masse. La forza, che si esercita sui corpi ponderabili, supposta proporzionale ed ugualmente diretta che gli spostamenti degli elementi eterei, sollecitanti i corpi, seguirebbe allora la legge di NEWTON. Sulla stessa orma, anzi anche più vicino a RIEMANN, sta I. YARKOWSKI colla sua ipotesi cinetica della gravitazione e connessione colla formazione degli elementi chimici, apparsa a Mosca nel 1888. Come nella teoria di RIEMANN, così secondo YARKOWSKI l'etere dovrebbe penetrare entro la materia, ed in luogo di scomparirvi, addensarsi in elementi chimici. La vera massa di un pianeta crescerebbe quindi continuamente, ma non la sua forza attrattiva, perchè questa, secondo l'Autore, dipende soltanto dall'intensità della corrente eterea incalzante. A proposito osserva il DRUDE nel suo resoconto del 1897, che questa intensità di corrente deve manifestamente porsi proporzionale alla vera massa, perciò dovrebbe crescere col tempo, ed insieme la gravitazione.

L'idea di una sostanza riempiente in modo continuo lo spazio e sede dell'energia gravifica, che verrebbe assorbita dai corpi materiali, è pur comune al barone von DELLINGSHAUSEN, che dà conto della sua teoria nel 1884. Secondo questa i corpi sono composti di punti materiali, non soggetti ad elasticità od altre forze, ma trascinantisi in movimenti primitivi elicoidali, ciascuno dove gli altri punti gli lasciano posto. La sostanza riempiente l'universo spaziale è sede di moti ondulatori, di cui solo le onde gravitazionali hanno una componente longitudinale, le altre luminose e calorifiche sono trasversali. I corpi togliendo alle onde sopravvenienti le loro componenti longitudinali fanno sì che i loro punti costituenti estendano le loro traiettorie elicoidali. Se ora questa estensione accade sempre verso una direzione, l'intero corpo acquisterà un movimento accelerato, e se fosse dimostrato che proprio da quella parte si trovasse a qualche distanza un altro corpo, si sarebbe creata una specie di forza centripeta.

Mentre il DELLINGSHAUSEN si attacca al RIEMANN per la sua ipotesi che l'intervento dei corpi gravifici nel fenomeno gravitazionale consista soltanto in una specie di assorbimento delle onde eteree gravitazionali, d'altra parte segue la scuola di coloro, che fondano la spiegazione della gravità sovra oscillazioni eteree longitudinali. Quest'idea proviene da HOOKE, il rivale di NEWTON, completata coll'ipotesi che i corpi attraenti o meglio i loro

atomi si trovino essi stessi in movimento oscillatorio; le oscillazioni dovrebbero poi trasmettersi all'etere, propagarsi fino al corpo attratto e produrre il suo avvicinamento. L'ipotesi di HOOKE fu ripresa da I. GUYOT nel 1832, traendo occasione dal fatto da lui osservato sperimentalmente, che in un mezzo materiale incompressibile ha luogo un'attrazione di oggetti leggeri, dischetti di carta, in prossimità d'un corpo, che si trovi in vibrazione, per esempio di un diapason vibrante.

Da simili sperimenti trae pur origine la teoria di F. GUTHRIE, esposta nel 1870. Questi crede che oscillazioni, producenti la gravitazione, debbano dipendere dal moto termico, quindi dalla temperatura dei corpi. A questo proposito P. E. SCHAW e V. DAVY hanno intrapreso recentemente misure d'attrazione, con una bilancia di torsione, facendo variare tra 25° e 250° la temperatura delle masse agenti. La media delle letture ha condotto ad escludere un effetto superiore a 2.10^{-6} per grado. Non provata la dipendenza della massa dalla temperatura, la teoria di GUTHRIE non si potrebbe sostenere.

Un'altra obbiezione si fa alle teorie di GUYOT e GUTHRIE: l'avvicinamento di corpi leggeri a corpi in vibrazione accade soltanto in certe condizioni, laddove in certe altre condizioni si osserva una repulsione, perciò le ipotesi di un etere elastico e di atomi materiali vibranti non bastano per spiegare la gravitazione. Almeno occorre aggiungere un'ipotesi, che produca quelle condizioni, per cui l'attrazione sia in ogni caso garantita.

I. CHALLIS eseguì uno studio teorico preciso, apparso nel 1859, dove si trovavano quelle condizioni. Egli s'era posto il problema come agiscano onde longitudinali in un fluido, le cui variazioni di pressione siano proporzionali alle variazioni di densità, sopra piccole sfere, levigate e non elastiche, immerse in quel fluido. L'Autore giunse al risultato che le piccole sfere sono spinte verso il centro delle onde sferiche, quando le lunghezze d'onda siano grandi rispetto ai raggi delle sfere, sicchè dovrebbero supporre per la gravitazione vibrazioni atomiche tali da produrre nell'etere onde molto lunghe rispetto alle dimensioni degli atomi.

In tutte queste teorie sulle oscillazioni eterie vi è un difetto di principio: si suppone che soltanto il corpo attraente emetta onde ed il corpo attratto sia in quiete e subisca l'effetto delle onde gravifiche. In realtà anche il corpo attratto dovrebbe vibrare emettendo onde, quindi l'esatto problema sarebbe come agiscano le onde gravifiche sopra un corpo, che pur si trovi in vibrazione. Il problema così completato è stato dapprima risolto matematicamente e poi sottoposto a controlli di esperienze idrodinamiche da C. A. BJERKNES, che vi attese dal 1871 al 1881. Egli ha dimostrato che due sfere pulsanti, cioè cambianti di volume, in un liquido incompressibile, con egual numero di oscillazioni e colla stessa fase, si attirano proporzionalmente all'intensità delle pulsazioni e inversamente al quadrato delle distanze, quando le loro dimensioni siano molto piccole rispetto alla loro distanza: se le fasi sono opposte, esse si respingono. Volendo dunque spiegare la gravitazione secondo la rappresentazione di BJERKNES, bisognerebbe supporre che l'etere fosse un fluido incompressibile, che gli atomi dei corpi fossero sfere pul-

santi colla stessa fase e collo stesso numero di vibrazioni e che le intensità delle pulsazioni fossero proporzionali alla massa.

Uno studio di A. H. LEAHY, comparso nel 1885, è analogo a quelli del BJERKNES. L'Autore ha fatto presente che coll'ipotesi di un fluido compressibile, l'effetto di due sfere pulsanti colla stessa fase e colla stessa durata di oscillazioni cambia di segno, quando la loro distanza oltrepassi una mezza lunghezza d'onda. Quindi colla rappresentazione di BJERKNES si deve supporre l'etere o incompressibile, come sostiene A. KORN, oppure compressibile tanto poco, che la mezza lunghezza d'onda delle oscillazioni eterree sia maggiore di quelle distanze, per cui è assicurata la validità della legge di NEWTON: se tali distanze sono quelle del sistema solare, all'infuori di questo, potrebbe cambiare il segno dell'effetto gravifico.

La rappresentazione di BJERKNES non solo è stata ripresa dal KORN per la gravitazione, ma da lui estesa ai fenomeni elettrici, in un trattato edito a Berlino nel 1898. All'obbiezione per qual causa tutte le particelle materiali pulsino con egual periodo e fase, il KORN risponde con un'ulteriore vaga ipotesi, che tutte le pulsazioni dipendano da una pressione esterna, che preme su tutto lo spazio, quindi per esempio sul sistema solare, in modo periodico ed agisca ugualmente su tutti i corpi. Inoltre l'Autore studia il caso della gravità terrestre, che presenta la difficoltà di non potersi più ritenere la distanza dei gravi cadenti, piccola in confronto al corpo attraente. Per sciogliere quella difficoltà o si può supporre la terra a sua volta composta di particelle così piccole da considerarsi sparse in grandi distanze oppure si può particolarmente studiare il caso speciale dell'azione di una sfera pulsante, sopra una molto più piccola vicina alla sua superficie: l'Autore dimostra che in questo caso la pulsazione del piccolo corpo non ha alcuna influenza, in relazione al fatto che la massa dei gravi è indifferente alla loro caduta.

In un suo lavoro del 1898 C. PEARSON, seguace di BJERKNES, ha abbandonata per la gravitazione l'ipotesi di pulsazioni, ma l'ha conservata soltanto per la fisica ottica e molecolare, sostituendo agli atomi pulsanti, i cosiddetti luoghi dell'etere incompressibile, in cui continuamente entra ed esce dell'etere in modo oscillatorio. Per la gravitazione egli suppone in quei luoghi oltre la corrente oscillatoria, anche una corrente continua d'etere. Da questa ipotesi e da quella dell'incompressibilità dell'etere, segue l'esistenza di tanti punti di uscita quanti di entrata di correnti eterree, cioè di masse positive e negative. L'ipotesi dell'esistenza di masse negative, già enunciata dal PEARSON in lavori precedenti, fu sviluppata dal FÖPPEL nel 1897 per spiegare la difficoltà della legge di NEWTON per masse infinite. Questa difficoltà è rimossa, pur conservando la legge di Newton, dall'ipotesi di masse negative, esistenti in egual numero che le positive, e, come nel campo elettrico e magnetico, portanti colle positive a somma algebrica nulla. Nè si può opporre l'obbiezione che non si siano mai riscontrate tra masse ripulsioni, provanti l'esistenza di masse negative, perchè queste, respinte dalle masse positive, ben note, possono esistere in uno spazio, a noi inaccessibile.

In generale per le teorie di BJERKNES e seguaci, si può osservare che le relative ricerche teoriche ed sperimentali hanno un grande interesse idrodinamico, ma non sono sufficienti per la spiegazione della gravitazione. Sono infatti necessarie ipotesi non meno misteriose della stessa gravitazione: le pulsazioni delle particelle dei corpi materiali, il sincronismo, l'eguaglianza di fase, la non dipendenza di questi movimenti dalla temperatura dei corpi, come dovrebbe finora ammettersi, sono ipotesi inesplicabili. Soltanto per una di esse, quella del sincronismo, I. H. WEBER riferisce nel suo *Prometheus*, pubblicato nel 1898, di aver cercato un sostegno sperimentale. Nella dimostrazione dei risultati del BJERKNES, egli ha osservato che il sincronismo delle due sfere si otteneva spontaneamente in brevissimo tempo, in conseguenza delle forze, risvegliate nel liquido dalle oscillazioni, anche quando le pulsazioni non erano da principio sincrone. Egli conclude che se gli atomi dei corpi pulsano, le pulsazioni spontaneamente divengono sincrone.

Le teorie che fanno dipendere la gravitazione da urti di particelle eterree sono più semplici che quelle delle pulsazioni. Il fondatore di questa classe di teorie è LE SAGE, che vi dedica alcune memorie pubblicate a Berlino nel 1782 ed alcuni capitoli del trattato di fisica, redatto da P. PRÉVOST dalle note di LE SAGE, edito a Parigi nel 1818. Secondo LE SAGE l'etere gravifico circondante gli atomi dei corpi sarebbe composto d'innumerabili corpuscoli, solcanti lo spazio cosmico con grandissima ed uguale velocità in tutte le direzioni.

Questa immagine dell'etere gravifico, quantunque da LE SAGE abbia ricevuto un'ombra di mistero per la denominazione di «ultramondani», data ai corpuscoli, provenienti o diretti verso le remote e sconosciute regioni dello spazio, non è lontana dalla concezione del gas secondo la moderna teoria cinetica, quindi detta immagine dovrebbe sembrare ora ai fisici meno strana di quanto forse sembrò all'origine. Secondo il LE SAGE un atomo materiale solitario, immerso in questo etere, non riceve alcun movimento dagli urti delle particelle eterree, poichè gli effetti degli urti da ogni parte sopravvenienti, si elidono l'un l'altro. Ma se in questo etere si trovano immersi due atomi materiali, allora l'uno di essi viene protetto dall'altro, di fronte ad una parte delle particelle eterree, perchè la faccia del primo atomo, rivolta al secondo, è colpita da un minor numero di particelle che la faccia opposta: quindi ogni atomo è spinto nella direzione dell'altro dagli urti maggiori, ricevuti a tergo. Supponendo gli atomi materiali molto grandi rispetto alle particelle eterree, si deduce che l'effetto schermante di un atomo diminuisce col quadrato della distanza dall'altro atomo, cioè la legge newtoniana delle distanze, e supponendo inoltre le masse gravifiche completamente porose alle particelle, si deduce che l'effetto di ogni massa è proporzionale al numero dei propri atomi, quindi la legge newtoniana delle masse. Ma lo stesso LE SAGE nota che senza un'ipotesi aggiuntiva tale effetto potrebbe essere eliminato dalla riflessione di un certo numero di particelle, da parte dell'atomo opposto, sul primo atomo, le quali, in assenza dell'atomo opposto, non colpirebbero il primo. Se queste particelle riflesse avessero la stessa velocità che quelle direttamente urtanti il primo atomo, annullerebbero l'avvicina-

mento, causato dall'effetto schermante. LE SAGE suppone che le particelle eterree siano assolutamente anelastiche, sicchè la velocità media delle particelle riflesse sia minore che quella delle particelle direttamente incidenti, e così per differenza degli effetti schermante e di riflessione abbia luogo l'avvicinamento degli atomi materiali. Negli urti anelastici tanto delle particelle eterree direttamente incidenti quanto di quelle riflesse, dall'atomo opposto, si avrebbe una continua diminuzione dell'energia eterrea, ed infatti secondo LE SAGE la gravitazione dovrebbe avere un fine.

W. THOMSON, in una sua memoria del 1872 sui corpuscoli ultramondani di LE SAGE, cerca una soluzione del problema d'urto, che sia d'accordo col principio di conservazione dell'energia e tuttavia non ammetta compensazione tra l'effetto schermante e quello di riflessione. La soluzione si basa sull'ipotesi che nella riflessione delle particelle eterree, da parte degli atomi materiali, si abbia diminuzione soltanto nell'energia traslatoria, la sola ad influire sulla gravitazione, e questa differenza di energia si trasformi in energia interna, di rotazione o vibrazione, delle particelle eterree riflesse. Queste poi, per gli urti con altre particelle eterree, ripristinerebbero il normale rapporto dell'energia traslatoria all'energia interna, per un teorema di MAXWELL intorno alla teoria cinetica dei gas, che in stato normale si stabiliscono i rapporti costanti delle singole componenti energetiche. Si obietta a questa ipotesi che anche per le molecole materiali dei gas monoatomici non si è potuto dedurre dal rapporto dei calori specifici, l'estendibilità atomica, cioè la condizione per l'energia interna degli atomi; inoltre si fa l'obiezione che per l'urto tra particelle eterree ed atomi materiali, l'energia traslatoria non si trasforma necessariamente nell'energia interna delle particelle, ma potrebbe anche avvenire l'inverso, senza che la somma delle energie abbia a variare.

Da un altro punto di vista si pone C. ISENKRAHE nel suo libro « L'enigma della gravitazione », comparso nel 1879, per spiegare la perdita di energia cinetica traslatoria delle particelle eterree urtanti. Egli ammette che gli urti siano anelastici, ma che l'energia meccanica perduta scompaia nella materia, rigettando così direttamente il principio di conservazione dell'energia. La teoria di ISENKRAHE si conforma del resto a quella di LE SAGE con qualche perfezionamento: essa ascrive all'etere gravifico le proprietà di un gas secondo la teoria cinetica, spiega la porosità dei corpi per le particelle eterree coll'ipotesi della grande distanza degli atomi materiali rispetto alle loro dimensioni, ed infine dà ragione della legge newtoniana delle masse, supponendo gli atomi di qualsiasi materia ugualmente grandi. Malgrado i perfezionamenti del modello di ISENKRAHE rispetto a quello di LE SAGE, la negazione per l'urto anelastico del principio dell'energia, lo rende inaccettabile, non osservandosi in natura nessun urto con reale diminuzione d'energia.

A LE SAGE ed ISENKRAHE segue A. RYSANEK. La sua teoria gravifica, esposta nel 1887, è un'esatta applicazione della teoria cinetica dei gas: nei calcoli si tien conto del fatto che le velocità degli atomi eterrei debbono essere distribuite secondo la legge di MAXWELL. Quanto alla perdita d'e-

nergia degli atomi eteri nel loro urto contro la materia, RYSANEK è d'avviso che gli atomi eteri cedano continuamente energia alla materia e quindi si produca, per trasformazione dell'energia ceduta, il calore interno dei corpi celesti. RYSANEK aggiunge che questo etere, causa della gravitazione, sarebbe diverso dall'etere luminoso, perchè la velocità media traslatoria del primo dovrebbe essere molto maggiore che quella consentita dal secondo, acciocchè non si avessero perturbazioni planetarie per la resistenza dell'etere. Per contro W. R. BROWNE, in uno studio analogo del 1880, reputando complicazione sì grande, l'ammettere due eteri diversi, aveva concluso che non era possibile ridurre la gravitazione ad azione di contatto.

Interessanti lavori sulla teoria dell'urto sono stati fatti da S. T. PRESTON dal 1883 al 1894. Vi si trova la notevole osservazione che la teoria di LE SAGE si può sostituire colla teoria cinetica dei gas, soltanto se si ammette che il libero cammino medio degli atomi eteri sia almeno della grandezza delle distanze planetarie. Infatti non vi può essere nessuna tendenza al movimento tra due corpi ponderabili, immersi in un gas, quando la loro distanza è grande, rispetto al libero cammino medio delle molecole gassose; in spazi di estensione grande rispetto a tal cammino regnerebbe dovunque la stessa pressione.

Ciò è in accordo colla concezione di W. THOMSON, secondo la quale si ha il ricupero dell'energia cinetica traslatoria delle particelle eteri, dopo la perdita subita nell'urto contro gli atomi materiali. Il ricupero non potrebbe certamente avvenire entro il libero cammino medio, ma dopo numerosi urti tra le particelle eteri, cioè per distanze di gran lunga superiori al libero cammino medio. Ne segue che tra corpi a tali distanze non dovrebbe più esistere gravitazione, anche quando le masse fossero enormi. La fusione della concezione di THOMSON colla teoria cinetica dei gas, eliminerebbe dunque la difficoltà della legge di NEWTON per masse infinite ed anche potrebbe spiegare il coefficiente di assorbimento di SEELIGER.

A. IAROLIMEK ha cercato di perfezionare in una sua memoria del 1883, le teorie gravifiche dell'urto e specialmente quella di PRESTON, togliendo il comune difetto di dedurre la legge di gravitazione senz'altro dalla considerazione di un certo libero cammino medio degli atomi eteri, senza por mente alla differenza dei cammini stessi. IAROLIMEK afferma ancora che influiscono sull'attrazione di due atomi materiali soltanto quegli atomi eteri, la cui lunghezza di cammino è realmente maggiore della distanza tra gli atomi materiali. Ma conservando la legge che l'effetto schermante delle particelle materiali contro l'urto delle particelle eteri diminuisca secondo il quadrato delle distanze tra i corpi, si verrebbe a concludere che la gravitazione cresce maggiormente di quanto comporti la legge di NEWTON, al diminuire delle distanze. Infatti quanto minore è la distanza, tanto maggiore è il numero degli atomi eteri, la cui lunghezza di cammino libero l'oltrepassa e che perciò divengono attivi. IAROLIMEK introduce allora un'altra specie di effetto schermante: siano gli atomi materiali non solo ugualmente grandi tra di loro, ma anche cogli atomi eteri gravifici, come ISENKRAHE credeva probabile. Con ciò un atomo materiale protegge un

altro atomo materiale dall'urto di un solo etero, che proprio giunga nella direzione della loro congiungente, senza alcun pregiudizio della loro distanza. Però il numero degli atomi stessi attivi diminuisce per ragioni di probabilità col quadrato della distanza tra gli atomi materiali, quindi si ha la legge giusta gravifica delle distanze. Concludendo la spiegazione più semplice della legge delle distanze sta appunto, secondo IAROLIMEK, nella disuguaglianza dei cammini liberi degli atomi eteri.

Per quanto riguarda la legge delle masse, A. M. BOCK in una sua dissertazione del 1891 fa presente una difficoltà dell'impiego dell'urto anelastico, proveniente dalla possibilità che alcuni atomi eteri permangano aderenti alle molecole ponderabili. La superficie d'urto, quindi anche la massa delle molecole, nelle teorie di LE SAGE e seguaci, dovrebbe quindi sempre aumentare. Questa difficoltà è rimossa dal punto di vista del BOCK: l'effetto d'urto S dell'etere, dopo il passaggio attraverso uno strato di materia di spessore e densità unitarie, resti $S(1 - k)$, significando k il coefficiente d'assorbimento del movimento etero; facendo i calcoli fino alle potenze k^2 , si ha che la costante G universale della legge di NEWTON risulta proporzionale al quadrato di k ed ha quindi un valore determinato. L'Autore esprime poi k^2 in funzione di G , della densità dell'etere e della velocità degli atomi eteri. Acciocchè k sia sufficientemente piccolo, da non produrre sensibile resistenza al moto dei pianeti, la densità etera deve essere molto minore del valore di THOMSON 3.10^{-23} e la velocità degli atomi eteri molto maggiore che la velocità della luce. Ciò concesso, rimane tuttavia inesplorata un'altra difficoltà di tutte le teorie d'urto, alla quale il BOCK richiama l'attenzione: coll'interposizione od anche colla presenza di un terzo corpo, l'attrazione di due corpi avrebbe da modificarsi notevolmente. Così la questione dell'influenza del mezzo, nella maniera studiata da EÖTVÖS e MAJORANA, si può connettere con queste teorie.

PAUL DU BOIS-REYMOND ha prospettato nel 1888 alcuni problemi particolari, difficili a risolversi per le teorie d'urto, tra cui ha suscitato maggior interesse quello di un tronco conico ponderabile, di altezza crescente, che agisce sopra una molecola disposta verso il vertice. Egli ne deduce il dilemma o di attribuire agli atomi eteri effetti di valore infinito o di rifiutare la legge newtoniana per masse infinite. Accettando quest'ultimo punto, resteremmo nella nota difficoltà del SEELIGER e cadrebbe l'obiezione del BOIS-REYMOND.

Maggior scalpore fece il verbo « Ignorabimus », lanciato da questi, per affermare l'impossibilità umana di scoprire, al di là della forma della legge gravifica, la causa della gravitazione. È superfluo rilevare che a tale rinuncia, negazione della potenza del pensiero, la scienza non si rassegna.

Le teorie d'urto della gravitazione presentano senza dubbio un quadro più soddisfacente che non quelle di pressioni eterie per vibrazioni misteriose delle particelle materiali, e di più hanno occasionato alcune ricerche sperimentali di particolare interesse. Così secondo queste teorie sembrerebbe probabile che la disposizione degli atomi materiali dovesse influire sul loro peso. KREICHGAUER nel 1891 studiò se un corpo variasse di peso quando cristallizzava, ma concluse che tal variazione doveva essere in

ogni caso inferiore a decimilionesimi dell'intero effetto. Fini esperienze istituiti nel 1893 A. S. MACKENZIE per constatare se l'effetto gravifico di un corpo cristallino variasse secondo le diverse direzioni. Provò spatò rispetto a piombo, ed anche spatò rispetto a spatò, senza giungere ad un risultato sicuro, almeno fino ad un duecentesimo dell'intera attrazione. POYNTING e GREY nel 1899 spinsero l'approssimazione del risultato, negativo per quella variazione, fino ad $\frac{1}{16500}$, studiando l'attrazione tra quarzo e quarzo, con assi paralleli ed incrociati. Con un più alto grado di precisione, le citate recenti esperienze di ZEEMAN non provano alcuna variazione di effetto gravifico, per l'orientazione di un cristallo.

Neppure i dati astronomici danno qualche conferma alle teorie d'urto, perchè, come osserva l'ISENKRAHE, la velocità relativa di due corpi dovrebbe influire sulla loro attrazione, quando essa divenisse paragonabile a quella degli atomi eterei, e d'altra parte non è provata astronomicamente nessuna modificazione della legge di NEWTON, che si serva di una delle note leggi elettrodinamiche di azioni a distanza, con speciale riguardo alle velocità dei corpi agenti.

Vedesi che ogni modello meccanico del fenomeno gravitazionale, che derivi da LE SAGE, malgrado l'apparente semplicità, presenta da un lato difficoltà tecniche, dall'altro non trova appoggi sperimentali. Ad esso è stato contrapposto dal MAJORANA un modello proprio, analogo a quello di LE SAGE per quanto ha riferimento al trasporto di energia gravifica per opera di particelle, ma di carattere speciale e nuovo. Secondo il MAJORANA il fenomeno gravitazionale potrebbe essere ancora un'azione di contatto, coll'intermediario di un flusso di particelle energetiche, che continuamente si sprigionino dalla materia: l'incontro di queste particelle con altra materia darebbe luogo a forza attrattiva, anzichè repulsiva come vorrebbe la meccanica, e ciò per proprietà speciali delle particelle, diverse dalle comuni materiali. Inoltre le particelle energetiche, incontrando la materia, rimangono fermate, o comunque modificano il loro moto in tutto o in parte, cioè ha luogo l'assorbimento gravitazionale, riscontrato dallo stesso Autore.

Il secondo apparecchio, di cui s'è fatto cenno ⁽¹⁾, usato da lui, per dimostrare questo assorbimento, consisteva in una bilancia ad asse orizzontale, operante nel vuoto, con due sfere di piombo di un chilogrammo, appese alle estremità del giogo e massa schermante di ben dieci tonnellate di piombo, divise in due prismi, che accostati venivano a costituire un cubo, racchiudente nel centro una delle sfere di piombo. Collo stesso apparecchio il MAJORANA esegue nel 1921 un'altra serie di esperienze, per contrapporre il proprio modello di gravitazione a quello di LE SAGE. Secondo il modello di questi, quando due corpi gravitanti si racchiudono in un involucro, la loro attrazione gravifica dovrebbe diminuire, rispetto alle condizioni normali, cioè senza involucro, e pure qualche diminuzione do-

(¹) « Nuovo Cimento », Rivista, Gennaio 1928, pag. xvii.

vrebbe aversi con un involucro aperto. Allora il grande cubo di piombo del dispositivo sperimentale, dovrebbe ridurre l'attrazione tra la sfera appesa e la terra, nel caso in cui la sfera è posta al di sotto del cubo; per contro, nell'ipotesi dell'emissione da parte della materia ponderabile, la presenza del blocco cubico di piombo sopra la sfera, non può variare il peso della sfera. D'altra parte nel caso della sfera posta in alto immediatamente sopra il cubo, secondo il primo modello di LE SAGE, si dovrebbe osservare un aumento di peso, rispetto alle condizioni normali senza schermo, per la diminuita energia delle particelle eteree riflesse specialmente dalla terra, od almeno nessuna variazione di peso; per contro, secondo il modello dell'emissione, si dovrebbe osservare una diminuzione di peso. I risultati delle esperienze del MAJORANA, che realizzano dette condizioni, dimostrano che l'assorbimento manifestantesi attraverso tutto lo spessore del cubo, per la sfera in alto è circa doppio di quello che si ha quando la sfera è al centro di esso, laddove non si ha alcuna diminuzione di peso per la sfera, posta immediatamente al disotto. Nei calcoli fatti dall'Autore per giungere a tali risultati, tolta evidentemente l'attrazione dovuta alla massa di piombo, secondo la legge di NEWTON, valevole in prima approssimazione, si tiene conto delle diverse cause perturbatrici, specialmente della variazione di sensibilità della bilancia, che interviene nella laboriosa operazione di spostamento della sfera dal basso all'alto. Secondo il MAJORANA dovrebbero rigettare l'ipotesi di LE SAGE e concludere per un assorbimento proporzionale al cammino dei raggi gravitazionali, secondo il modello di particelle emananti dalla materia. Questa nuova ipotesi, sulla gravitazione, quantunque sia nell'ordine delle moderne teorie di fisica corpuscolare ed in specie somigli alla radioattività, tuttavia deve essere convalidata da ulteriori conferme nel campo dei fatti. Ad ogni modo essa ha dato occasione al MAJORANA di eseguire esperienze, i cui risultati hanno arricchita la scienza fisica di nuove conoscenze.

§ 2. Teorie elettromagnetiche.

L'anomalia più sensibile, che si nota nell'applicazione della semplice legge di NEWTON ai moti planetari, è lo spostamento secolare del perielio di Mercurio. Falliti i tentativi di spiegare quest'anomalia col mantenere la legge di NEWTON anche per corpi in moto e coll'introdurre nello stesso tempo una velocità finita di propagazione dell'effetto gravifico, si cercò di considerare la legge newtoniana soltanto un caso speciale dei corpi in riposo e di sostituirla per i corpi in moto un'estensione di essa, che togliesse quell'anomalia. Le note leggi elettrodinamiche, trasportate nel campo ponderabile, diedero adito alle prime ricerche.

WILHELM WEBER si propose di mettere in accordo la legge di COULOMB per elettricità statiche colle leggi di AMPÈRE per elettricità in movimento, rimanendo nel campo di pura azione a distanza. La sua legge espressa per masse elettriche m_1, m_2 , alla distanza r , dà il potenziale sotto la forma:

$$P = G \frac{m_1 m_2}{r} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

dove c è una costante determinata sperimentalmente da R. KOHLRAUSCH e che s'accorda col valore della velocità della luce, e v è la velocità del movimento. Supposto che questa legge fondamentale valga per tutte le azioni a distanza, molti astronomi, ritenendovi inclusa la gravitazione, hanno applicato la formula di WEBER ai movimenti planetari. Si ricordi a proposito il calcolo di F. TISSERAND del 1890, che assegna allo spostamento anomalo secolare del perielio di Mercurio, il valore di 14 secondi, cioè soltanto $3/8$ dell'osservato.

In contrapposto a WEBER, GAUSS, suo maestro, e RIEMANN, suo scolaro, volsero le loro ricerche teoriche di una legge generale elettrodinamica, verso il moderno indirizzo di azione di contatto. GAUSS scriveva a WEBER nel 1845: « Parmi sia punto di base di una legge generale, il dedurre le forze, che si vengono ad aggiungere a quelle statiche per le elettricità in moto, non da un'azione istantanea, ma da un'azione propagantesi con una certa velocità ». Non giunse il GAUSS a soddisfare alla condizione da lui esposta, ma enunciò una legge, analoga a quella di Weber, che vale soltanto per processi elettrodinamici. Trasportata da F. TISSERAND nel campo gravifico, la legge di GAUSS conduce al movimento del perielio di 28 secondi, cioè $3/4$ del valore reale.

Spetta al RIEMANN il merito di aver presentata una formula, che, pur tenendo conto della velocità di propagazione del potenziale di una particella elettrica in moto, spiega, in contrapposto a quella di GAUSS, anche i fenomeni delle correnti d'induzione. In uno studio del 1890, M. LEVY applicò la legge di RIEMANN al campo gravifico e dedusse lo stesso valore del movimento secolare di Mercurio che quello dedotto dalla legge di GAUSS. Per raggiungere i 43 secondi, calcolati da LE VERRIER, dovrebbero porsi nelle formule di WEBER, GAUSS e RIEMANN, al posto di quel termine, che ha significato di velocità, e che dicesi velocità critica, valori molto più piccoli della velocità della luce, che importerebbero poi anomalie negli altri pianeti, finora non osservate. Soltanto una combinazione della legge di WEBER con quella di RIEMANN, secondo quello studio del LEVY, offre la possibilità di ottenere l'esatta anomalità di Mercurio, senza dar luogo a contraddizioni colle osservazioni degli altri pianeti.

Questo trasporto delle leggi elettrodinamiche alla gravitazione costituisce soltanto uno studio formale, ma non dà una spiegazione elettrica della gravitazione. Qui s'inoltra veramente H. A. LORENTZ colla sua classica memoria olandese del 1900. Egli riprende l'antica ipotesi che la causa della gravitazione possa risiedere in oscillazioni eterree, supponendo inoltre per la maggior semplicità che queste siano soltanto le oscillazioni elettromagnetiche, in cui consistono i noti fenomeni elettromagnetici. Ogni particella ponderabile dovrebbe allora essere formata di due ioni con cariche opposte ed uguali, e gli stati elettromagnetici nell'etere, che per mezzo della loro azione sui ioni, conducono ad attrazione, potrebbero essere oscillazioni elettriche di lunghezza d'onda piccolissima. Quest'idea ricorda quella di LE SAGE, quando alle particelle, che in numero grandissimo solcano tutto l'universo e che nel loro urto contro le molecole materiali ne provocano

l'avvicinamento, si sostituiscano dei movimenti vibratorii eteri, che si propaghino in tutti i sensi e si estendano nell'intero spazio.

Questo parallelo non deve sembrar strano, dopo aver appreso che le onde elettriche, per esempio i raggi luminosi, propagantisi come proiettili, possono esercitare una pressione sui corpi, che incontrano. Senonchè H. A. LORENTZ giunge al risultato che, con tale ipotesi, è possibile un'attrazione soltanto se, negli elementi di volume, in cui si trovano le molecole ponderabili, continuamente penetri e scompaia energia elettromagnetica. Questa scomparsa costituisce per l'Autore ragione sufficiente per non potere trarre dal modello proposto alcuna spiegazione della forza d'attrazione. Egli rivolge allora nella seconda parte dello studio le sue considerazioni alla teoria elettrica della gravitazione MOSSOTTI-ZÖLLNER.

O. F. MOSSOTTI, torinese, tentò fin dal 1836 di ricondurre la gravità a forze elettriche. Egli suppone che tra due molecole ponderabili ed anche tra due atomi eteri abbia luogo una repulsione, ma che tra una molecola ponderabile ed un atomo etero vi sia invece un'attrazione, che superi la repulsione di due molecole materiali o di due atomi eteri: ne risulta un'attrazione tra due molecole materiali immerse nell'etere. Questa idea, che riposa sugli effetti statici dell'elettricità, fu semplificata da F. ZÖLLNER nel 1882, ammettendo che ogni molecola consti di una particella positiva ed una negativa colle cariche uguali, e che la repulsione di due cariche dello stesso nome sia minore che l'attrazione di due cariche di nome diverso, cosicchè la differenza produca la gravitazione.

H. A. LORENTZ cerca di dare alla teoria di MOSSOTTI-ZÖLLNER una forma, che s'accordi colla teoria del campo elettromagnetico di MAXWELL, dallo stesso LORENTZ estesa ai corpi in moto. Egli immagina che i ioni positivi e negativi risvegliino certe variazioni di stato nell'etere, che diano origine alle quattro forze di MOSSOTTI, per il fatto che dette variazioni non siano interamente della stessa natura e che perciò non abbia mai luogo una totale loro eliminazione. Le variazioni di stato si propaghino tutte colla velocità della luce, e questa sia pure la velocità di propagazione della gravitazione. Sopra un sistema materiale, composto di ioni positivi e negativi, e animato da certa velocità, si esercitano allora certe forze, calcolate poi dall'Autore nel caso speciale dei corpi celesti in moto. Le forze aggiuntive, che egli ottiene, oltre quella della semplice legge di NEWTON, contengono o il fattore $\left(\frac{p}{c}\right)^2$ oppure $\frac{pw}{c^2}$ dove p è la velocità, ritenuta costante, del corpo centrale, w la velocità del pianeta relativamente al corpo centrale e c la velocità della luce. Perciò queste forze sono così piccole da produrre delle perturbazioni nelle traiettorie planetarie, che si sottraggono in ogni caso all'osservazione e per il movimento secolare del perielio di Mercurio danno pochi secondi.

La concezione del LORENTZ non spiega quindi lo spostamento del perielio, ma, ponendo come condizione che questo spostamento non debba essere spiegato da una modificazione della legge di NEWTON, essa è scevra da obiezioni e soprattutto dimostra che la forza di gravità può ascriversi ad azioni, che si propagano colla velocità della luce, sfuggendo quindi alle

conseguenze di LAPLACE, per cui le velocità di propagazione dovrebbe essere molti milioni di volte maggiore. Ciò si deve allo speciale modo, con cui la materia, che si trova in movimento, modifica lo stato dell'etere.

Partendo da queste considerazioni del LORENTZ, il WIEN, in uno studio del 1900, dimostra la possibilità di un fondamento elettromagnetico della meccanica: l'inerzia, come la gravitazione, sarebbe proporzionale al numero intero dei dipoli elettrici, di cui si compongono gli atomi, ma per grandi velocità essa dovrebbe aumentare.

Questa variabilità dell'inerzia modificherebbe il movimento dei pianeti ed appunto, come dà il calcolo, quando si assuma l'inerzia costante e la gravitazione agente secondo la legge attrattiva, estesa dal WEBER. Questa coincidenza non sembra portare maggior luce nelle teorie elettriche della gravitazione, quantunque lo spostamento del perielio di Mercurio sia ottenuto dalla legge di WEBER con qualche successo.

Dal lato sperimentale, oltre l'interpretazione delle perturbazioni planetarie, si è tentato di trovare qualche nesso tra le note proprietà elettromagnetiche dell'etere e l'attrazione newtoniana, nesso naturale, quando si voglia identificare l'origine dei due ordini di fenomeni, gravifici ed elettrici. Il CRÉMIEUX ha allora esplorato il campo elettromagnetico nella vicinanza d'un cilindro di piombo, pesante 50 chilogrammi e girante a 1200 giri al minuto. Dal resoconto delle sue esperienze, dato nel 1919, risulta che il campo elettrico tra la superficie del cilindro ed un elettrodo fisso, non era modificato dalla rotazione del cilindro, a meno di un centomillesimo. Quanto al campo hertziano, il CRÉMIEUX aveva disposto un circuito oscillante in modo che le rette di forza gravifica, trascinate dalla rotazione del cilindro di piombo, spazzassero lo spazio tra le sfere dell'oscillatore del circuito. Un circuito ricevente vicino era accordato in modo da non percepire più alcun segnale, quando il cilindro era in riposo; posto poi questo in movimento, non si ristabiliva in alcun modo nessuna percezione. Pure risultato negativo ottenne con due nicol all'estinzione, il cui interspazio veniva investito dal piano di spazzamento delle linee gravifiche del cilindro: nessuna ricomparsa di luce avveniva per l'introduzione del campo gravifico rotante.

Di più, contro le teorie elettriche della gravitazione, secondo le quali il campo gravifico sarebbe rappresentato da due vettori elettromagnetici, resta ancora insoluta una difficoltà, già dal MAXWELL avanzata in linea generale per la concezione del campo gravifico vettoriale. Acciocchè risulti attrazione tra le masse ponderabili si dovrebbe avere una densità negativa dell'energia, quindi una porzione dello spazio, in cui si formi un campo gravifico, dovrebbe contenere un'energia minore di quella che si avrebbe senza quel campo.

L'ABRAHAM aggiunse più tardi l'obbiezione che, secondo la teoria elettro-gravifica del LORENTZ, una particella materiale vibrante dovrebbe sempre ricevere nuova eccitazione per l'irraggiamento, che ad essa perviene, in contrapposto allo smorzamento, che subisce l'elettrone vibrante per l'irraggiamento emesso; e perciò lo stato di riposo della particella materiale non sarebbe un equilibrio stabile.

In questo punto la teoria della relatività viene a portare allo sviluppo delle teorie gravifiche nuovo impulso: la teoria generalizzata della relatività riesce poi a fondere in un armonico insieme lo studio dei fenomeni gravifici e quello dei fenomeni elettromagnetici.

§ 3. *Teorie relativistiche.*

Il principio di relatività ristretta, enunciato dall'EINSTEIN nel 1905, afferma che per una certa trasformazione, quella del LORENTZ, tutti i sistemi di riferimento sono equivalenti non soltanto per la propagazione delle azioni elettromagnetiche, ma anche per tutti i processi fisici.

Attraverso lo spazio vuoto debbono quindi propagarsi colla velocità della luce, oltre la stessa luce, le azioni gravifiche: in tal modo queste cessano dall'essere azioni a distanza, per cui varrebbe invece la trasformazione classica di GALILEI.

In uno studio del 1906 A. POINCARÉ sollevò la questione come fosse possibile conciliare la condizione del principio di relatività, che la gravità si propaghi colla velocità della luce, col punto di vista del LAPLACE, che la velocità della gravitazione, seppure finita, doveva essere molto maggiore della velocità della luce. Egli ritiene che il punto di vista di LAPLACE è giusto, quando s'introducano, nella legge d'attrazione di due masse, grandezze di primo ordine rapporto a $\frac{v}{c}$ (velocità masse diviso velocità

luce), ma non è giusto, quando si formuli la legge d'attrazione in modo da soddisfare al principio di relatività, scostandosi dalla legge di NEWTON per grandezze di ordine superiore al primo: con questa condizione il POINCARÉ presenta una legge generale di gravitazione. Ne è un caso particolare la legge gravifica formulata da A. MINKOWSKI nel 1910, con semplice trasporto della legge d'azione tra elettroni a quella tra masse. La legge elettronica soddisfa al principio di relatività, quindi anche quella gravifica, ma poichè le leggi del campo gravifico si deducono dalle leggi della teoria elettronica, sussistono ancora per esse le difficoltà insolute di MAXWELL ed ABRAHAM.

Nel caso generale il POINCARÉ non dà le equazioni del campo gravifico, nè queste poi sono state da altri formulate, forse per il difetto intrinseco di non dar ragione di quelle obiezioni.

Contro il trasporto dell'elettrodinamica alla gravitazione, secondo l'idea di MINKOWSKI, si ha pure questa obiezione, opposta dalla teoria della relatività speciale: quel trasporto in seno alla relatività condurrebbe al principio di conservazione della massa pesante, come dalle equazioni del MAXWELL segue quello della conservazione della quantità d'elettricità. Ma la relatività speciale ascrive un'inerzia all'energia di un corpo, sicchè la sua massa inerte è variabile secondo il suo contenuto energetico, quindi il rapporto tra massa inerte e massa pesante non potrebbe essere più costante per uno stesso corpo e per corpi diversi. Questo dovrebbe avvenire in massimo grado per i corpi radioattivi, in cui si osserva una notevole diminuzione d'energia: le esperienze di ZEEMAN e SOUTHERN appunto sulle

sostanze radioattive confermano per contro il principio di equivalenza tra massa inerte e massa pesante.

Nel 1911 A. EINSTEIN rilevò che la velocità della luce doveva dipendere dal campo gravitazionale, secondo l'ipotesi dell'equivalenza tra un sistema di coordinate in riposo K , in cui le rette gravifiche corrono lungo l'asse z , ed un altro sistema K' , libero dalla gravitazione ma animato da un moto uniformemente accelerato lungo l'asse z . Questa ipotesi conduce direttamente allo spostamento verso il rosso delle righe spettrali solari rispetto a quelle terrestri ed all'incurvamento dei raggi luminosi inviati dalle stelle, al passaggio rasente al sole. La relazione tra la velocità della luce ed il potenziale gravitazionale non si accorda colle teorie, che si propongono di dedurre il campo gravitazionale da quello elettromagnetico, perchè la velocità della luce è invariante rispetto alla trasformazione del LORENTZ. L'ABRAHAM ne conclude doversi rinunciare all'analogia tra campo gravitazionale e campo elettromagnetico e propone nello stesso anno 1911 la sua prima teoria della gravitazione.

L'ABRAHAM ritiene la gravitazione, forza propagantesi in onde longitudinali colla velocità della luce: come questa anche la velocità delle onde gravitazionali dipende dal potenziale, però per i campi soliti si può considerare costante la velocità di propagazione. Allora si ha subito l'equazione differenziale del campo, da cui si deduce la legge elementare d'azione tra due punti materiali. Questa legge è più semplice che la legge elettrodinamica, perchè la forza attraente è indipendente dallo stato di movimento del punto attratto. Ma dalla relazione generale tra la velocità della luce ed il potenziale gravitazionale, risulta eliminato il postulato della costanza della velocità della luce e quindi si limita la validità della teoria della relatività, riferentesi alla trasformazione di LORENTZ, a campi infinitesimi di spazio e tempo, in cui la velocità può ritenersi costante. Nella seconda teoria della gravitazione l'ABRAHAM, introdotti alcuni postulati, giunge ad una equazione fondamentale, che collega la massa attirante di un corpo colla sua energia. L'ipotesi più attendibile che la massa attirante sia proporzionale all'energia, costringe l'Autore ad abbandonare la validità della trasformazione di LORENTZ anche nell'infinitesimo ed a proclamare il tramonto della teoria della relatività, quella detta poi ristretta.

Ad ABRAHAM rispose nel 1912 lo stesso EINSTEIN, ponendo in luce il fatto che la relatività ristretta conservava il suo significato soltanto per campi di costante potenziale gravifico e quindi costante velocità luminosa e che doveva essere compito del futuro il ricercare uno schema relativistico, in cui potesse ordinarsi anche il vettore gravità senza contraddizioni.

Migliore introduzione, rispetto a quella di ABRAHAM, della gravitazione nella teoria della relatività ristretta, si deve a G. NORDSTRÖM pure nel 1912: egli suppone la velocità della luce costante e ricava equazioni invarianti rispetto alla trasformazione di LORENTZ. Ma incontra una grave difficoltà nella logica deduzione che la forza di gravità di un corpo in moto non sarebbe proporzionale alla sua energia, il che, specialmente riguardo ai movimenti molecolari, sarebbe in contrapposto colle esperienze di ZEEMAN e SOUTHERN per le sostanze radioattive. Quindi il NORDSTRÖM

presenta nel 1913 una seconda teoria, che soddisfa all'equivalenza tra massa inerte e gravitazionale per sistemi statici, cioè indipendenti dal tempo.

La teoria non importa densità d'energia gravifica negativa, dà ragione dello spostamento verso il rosso delle righe spettrali, ma non è in grado di spiegare il movimento del perielio di Mercurio e specialmente la deviazione della luce in vicinanza del sole: infatti essa assegna, come ogni teoria, che si basi sulla relatività ristretta, alla velocità della luce un valore costante, laddove, secondo il principio di HUYGENS non si possono avere incurvamenti luminosi, se non intervengono variazioni della velocità della luce.

Nell'ambito della teoria della relatività ristretta, anche GUSTAVO MIE sviluppò nel 1912 una teoria della gravitazione, giungendo alle stesse conclusioni della prima forma di NORDSTRÖM, senza sapere di questi. Nella teoria del MIE non si può sostenere l'equivalenza perfetta tra massa inerte e massa gravitazionale, quantunque si tratterebbe di piccolissime differenze, non constatabili sperimentalmente. Per questo la sua teoria è meno attendibile che la teoria generalizzata dell'EINSTEIN, che si basa sul principio di equivalenza. Il MIE tratta anche le relazioni tra potenziale gravifico e processi elettromagnetici, preludendo alla teoria generalizzata dell'EINSTEIN. Egli giunge ad una relatività del potenziale di gravitazione, che così enuncia: la velocità della luce in uno spazio vuoto di materia con un certo potenziale gravitazionale costante è la stessa che quella, che si ha in uno spazio pur vuoto di materia ma con potenziale nullo: di più la differenza di potenziale non ha nessuna influenza sulla grandezza e forma degli elettroni e sulle altre particelle materiali elementari, sulle loro cariche, sulle loro leggi di vibrazione e di qualsiasi loro moto. In generale secondo il teorema di relatività del MIE, le leggi della natura non sono influenzate dal potenziale di gravitazione, e le coordinate di spazio e di tempo rimangono immutate coll'introduzione del campo gravifico, soltanto si passa da un sistema di coordinate ortogonali ad un sistema di coordinate oblique, secondo la metrica della relatività ristretta. Per contro secondo la teoria generalizzata dell'EINSTEIN l'indipendenza delle leggi fisiche dai valori del potenziale gravifico si raggiunge con una trasformazione generale delle coordinate, che non conserva il loro significato di misura di spazio e tempo.

Riconosciute l'acutezza e la profondità delle indagini teoriche di NORDSTRÖM e MIE, si attribuisce tuttavia ad ALBERTO EINSTEIN il vanto di avere presentato nel 1914 uno schema relativistico completo della gravitazione, con rigore matematico, col minor numero di ipotesi sussidiarie e coll'esito più felice d'interpretazione dei fatti fisici d'ordine gravitazionale, fin allora sfuggiti, almeno nel loro complesso, a spiegazioni soddisfacenti. Il mezzo, che ha valso all'EINSTEIN ed al suo collaboratore matematico GROSSMANN, la scoperta delle relazioni fondamentali relativistiche, che danno ragione della gravitazione, è il calcolo assoluto, procedente da GAUSS, RIEMANN e CHRISTOFFEL, e portato a sistema da GREGORIO RICCI CURBASTRO e TULLIO LEVI-CIVITA.

Secondo la relatività della prima maniera, relatività ristretta, i fenomeni fisici o serie di avvenimenti avvengono nello spazio e nel tempo, tra

loro indissolubilmente legati, in modo da costituire una varietà reale a quattro dimensioni. Caratteristica di questa varietà è l'intervallo ds tra due avvenimenti infinitamente prossimi nello spazio e nel tempo. Prendendo i sistemi di riferimento usuali rigidi, in cui le misure di spazio e di tempo si fanno coi soliti regoli graduati e con orologi si giunge alla stessa concezione dello spazio-tempo naturale, cioè allo stesso quadrato dell'intervallo, per tutti i sistemi di riferimento, cosiddetti inerziali, cioè in movimento uniforme e rettilineo, l'uno rispetto all'altro. Se non che non si dovrà eseguire la semplice somma dei quadrati come nella metrica ordinaria, ma si dovrà moltiplicare la misura ottenuta del tempo elementare per la velocità della luce nel vuoto, supposta costante generale, quadrarla e dal quadrato sottrarre successivamente i quadrati della lunghezza, larghezza ed altezza elementari. Si ottiene

$$ds^2 = dX_1^2 - dX_1^2 - dX_2^2 - dX_3^2,$$

quando l'unità di tempo si scelga in modo che la velocità della luce, misurata nei sistemi di riferimento, diventi uguale all'unità.

In questa varietà spazio-tempo, ancora euclidea, il MINKOWSKI presenta le leggi dell'elettrodinamica e della meccanica relativistica, con poche equazioni, che hanno carattere invariante rispetto ai sistemi inerziali.

Nella relatività generale di EINSTEIN, o della seconda maniera le leggi naturali si debbono esprimere con equazioni, che valgano non soltanto per i sistemi inerziali, ma anche per tutti i sistemi di coordinate, dotati di movimenti qualunque, accelerati e rotatori. Tali coordinate nella massima generalità sono le coordinate di GAUSS, cioè numeri, che nella rappresentazione naturale caratterizzano l'avvenimento, in modo che la coincidenza di due avvenimenti sia espressa della concordanza delle coordinate-numeri. Queste perdono il carattere fisico di misure di lunghezze e tempo: il continuo spazio-tempo, quale si presenta in natura, non è più un continuo euclideo e le traiettorie delle particelle libere non sono rettilinee. Questo carattere non euclideo, che coincide coll'incurvamento delle traiettorie dei moti liberi, è quello conferito dalla presenza della gravitazione: in assenza di questa le traiettorie dei moti liberi sono rettilinee e vale la relatività ristretta.

Si consideri un campo quadridimensionale, dove valga la relatività ristretta: l'intervallo ds^2 , a cui si giunge con vere misure, si potrà esprimere in coordinate generali, facendo una qualunque trasformazione di coordinate.

Esso assumerà la forma:

$$ds^2 = g_{11}dx_1^2 + g_{12}dx_1dx_2 + \dots + g_{44}dx_4^2,$$

in cui i g sono funzioni delle coordinate generali, dette potenziali, riducibili ai valori sopra visti $-1, -1, -1, +1$, per un certo sistema di coordinate.

La via seguita dall'EINSTEIN per far intervenire il campo gravitazionale è segnata dal principio d'equivalenza tra massa inerte e massa pesante o gravitazionale, dimostrato con approssimazioni altissime dagli espe-

rimenti di EÖTVÖS, ZEEMAN e SOUTHERN. Secondo questo principio tutti gli effetti, che si attribuiscono ad una virtù propria dei corpi, l'inerzia, si possono ritenere dovuti alla gravitazione. Come l'effetto d'inerzia, che si manifesta nella caduta d'un grave, è l'effetto gravifico della terra, così l'inerzia manifestata da un corpo nella rotazione uniforme attorno al proprio asse ed analogamente qualunque variazione nel moto naturale di un corpo, cioè scostamento dal moto rettilineo ed uniforme, deve essere effetto di gravitazione di masse, anche lontane e sconosciute. Ne risulta che in luogo di studiare i movimenti dei corpi in un campo gravitazionale, rispetto a sistemi inerziali, è lecito studiarli in un sistema libero dalla gravitazione, ma animato dagli stessi movimenti naturali del corpo, rispetto a sistemi inerziali. Significa riferire il corpo o l'ambiente, in cui esso si trovi, ad un sistema di coordinate generali, nelle quali apparirà l'espressione ds dell'intervallo in funzione dei potenziali g , che così caratterizzano il campo gravifico. Se non che in generale non sarà possibile che nell'infinitesimo passare con una trasformazione di coordinate da un campo, in cui i moti liberi siano rettilinei, ad un campo, in cui i moti liberi siano curvilinei, altrimenti lo spazio-tempo naturale sarebbe sempre euclideo. Qui l'EINSTEIN introduce l'ipotesi che la legge, che lega i potenziali g , cioè la legge di gravitazione, sia la stessa anche quando il campo di gravitazione sia finito e non derivi da un sistema euclideo.

Allora valga per un certo campo finito gravitazionale la relatività ristretta: i potenziali si possano ridurre a quei valori costanti -1 , -1 , -1 , $+1$, visti in assenza di gravitazione. Da questa condizione e da quella relativistica d'indipendenza da ogni sistema di riferimento, col sussidio del calcolo assoluto, si deducono dieci relazioni tra i potenziali g , in assenza di materia; poi, in presenza di questa applicando il principio dell'energia, si completano quelle relazioni nelle dieci equazioni gravitazionali, in cui sostanzialmente si ha il campo metrico gravitazionale o la gravitazione in funzione della materia.

Un primo successo della legge generale einsteiniana fu di poter dedurre la legge di NEWTON in prima approssimazione, cioè considerando nel contributo energetico della materia, tensore del calcolo assoluto, soltanto la densità della materia.

Inoltre ⁽¹⁾ la legge generale di EINSTEIN, fondata sulla legge sperimentale dell'uguaglianza della massa inerte e gravitazionale, dà ragione dello spostamento del perielio di Mercurio per 43 secondi in un secolo, nella stessa misura che fu calcolato dai dati d'osservazione dall'astronomo LE VERRIER. Per gli altri pianeti la previsione relativistica dello spostamento del perielio dà valori discordi da quelli che le osservazioni ed i calcoli astronomici presuppongono, ma questo disaccordo non può avere grande importanza, perchè i valori di quegli spostamenti sono molto minori in confronto di quello di Mercurio, quindi è più incerta la loro determina-

(¹) Vedi G. WATAGHIN, *Le vicende recenti della teoria della relatività*, « Scienza », Agosto 1927.

zione da osservazioni e da calcoli, in cui gli errori possono essere dello stesso ordine di grandezza.

Un'altra previsione della teoria gravitazionale di EINSTEIN è l'incurvamento massimo di un raggio luminoso, che rasenti il sole, in 1,75 secondi: questa previsione si è trovata in buon accordo coi risultati dell'eclissi del 29 maggio 1919, che furono di 1,98 secondi a Sobral e di 1,61 secondi all'isola Principe. Questo buon accordo non è da molti astronomi ritenuto sufficiente per confermare la previsione dell'EINSTEIN. Ed infatti non da poche osservazioni si può concludere definitivamente in una questione di così alto interesse, ma esse dovranno ripetersi più volte nelle future eclissi, primacchè la scienza possa affermare che la flessione dei raggi luminosi corrisponda alla teoria relativistica.

Una terza previsione di questa teoria gravitazionale è lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali del sole rispetto alle righe corrispondenti emesse dalle sorgenti terrestri, misurato da 0,008 unità ANGSTRÖM. Le misure fatte nel 1921 da PEROT, BUISSON e FABRY sembrano confermare questa importante previsione, per alcune righe del cianogeno, che presentano uno speciale grado di purezza tanto nello spettro solare che in quello delle sorgenti terrestre. Ed anche le nuove misure del ST. JOHN, eseguite sul Monte Wilson nel 1925, mostrano pel cianogeno uno spostamento di 431 righe, concorde con quello previsto da EINSTEIN.

Per altre righe, per esempio quelle del sodio e del ferro, lo spostamento verso il rosso è diverso, sicchè anche questo controllo lascia adito a molti dubbi. È da augurarsi che i progressi della spettroscopia portino nuovo prezioso contributo su questo punto saliente, a cui l'EINSTEIN attribuisce tanta importanza, da affermare che se non avvenisse lo spostamento verso il rosso delle righe spettrali, causato dal potenziale gravitazionale, la teoria generale della relatività sarebbe insostenibile.

L'enigma della gravitazione si svelerebbe, se si ammettesse, colla teoria relativistica, la curvatura dello spazio-tempo; la legge di gravitazione indica allora la maniera, con cui è determinato dalla materia lo scarto dal carattere euclideo della varietà spazio-tempo.

Forse all'enigma della gravitazione si sostituisce così un altro enigma, perchè questa curvatura non è per ora probabile, data l'incertezza di quei fatti, che ne potrebbero essere la conseguenza e che costituiscono la messe sperimentale, finora scarsa, della teoria della relatività generale, a cui si è accennato. Tuttavia tra i modelli presentati per la gravitazione, quello dell'EINSTEIN singolarmente si distingue per la sintesi raggiunta delle leggi elettromagnetiche e gravifiche, per la spiegazione complessiva dei caratteri della gravitazione e per l'armonia con cui nozioni fisiche e matematiche vi si trovano collegate.

LIBRI RICEVUTI

Esercitazioni di Fisica pratica — Manuale Hoepli, 1928 - DR. GIUSEPPINA ALIVERTI.

Ne riportiamo con piacere la prefazione del Prof. A. Poehettino.

« In tutti gli Istituti Fisici Universitari si compiono, dagli studenti della Facoltà di Scienze, dei corsi di esercitazioni pratiche, le quali, a parte qualche leggera variazione da Istituto a Istituto, sono sempre sostanzialmente le stesse. Ma, mentre all'estero esistono numerosi libri destinati a preparare lo studente all'esecuzione pratica dell'esercizio, in Italia, all'infuori del grande *Manuale di Fisica Pratica*, redatto nel 1876 dai proff. Naccari e Bellati, non esistono, a mia saputa, che corsi di dispense litografate per uso interno dei singoli Istituti. È dunque desiderabile che compaia anche in lingua italiana un manuale moderno di Fisica pratica, giacchè l'opera dei Proff. Naccari e Bellati, pur essendo ancora utilissima per lo studente di Fisica pura, non può nascondere ulteriormente i cinquant'anni della sua gloriosa esistenza ed è di più ormai quasi assolutamente introvabile in commercio.

Sono lieto perciò che la Dr. G. Aliverti, aiuto nell'Istituto Fisico della R. Università di Torino, facendo tesoro dell'esperienza acquistata personalmente nel suo ufficio che copre da diversi anni, abbia deciso di presentare agli studenti di Scienze il presente manuale. La scelta degli esercizi è stata fatta tenendo conto delle svariate esigenze degli studenti delle Facoltà di Scienze italiane; le istruzioni sono state redatte in modo da semplificare grandemente il compito degli Assistenti, destinati alla sorveglianza delle esercitazioni, i quali sono purtroppo nei nostri Istituti quasi dappertutto in numero insufficiente; gli esempi numerici, riportati in fondo a ciascuna istruzione, saranno di grande utilità per istruire gli Allievi sul modo di disporre e di effettuare i calcoli numerici, parte importantissima della esercitazione nella quale i giovani generalmente incontrano difficoltà, la cui rimozione richiede sempre molto tempo da parte dell'insegnante.

Il modo con cui è stato ideato e redatto questo Manuale dà la sensazione di una chiarezza e di una pratica, non disgiunte da rigore scientifico, che saranno apprezzati e daranno, spero, a questo volumetto il successo che mi sembra meritare ampiamente ».

RIVISTA

RECENTI PUNTI DI VISTA SUI FONDAMENTI DELLA FISICA

Nota del Prof. ENRICO PERSICO

In questi ultimi anni si è reso acuto il contrasto fra i fenomeni che sembrano indicare necessariamente una natura ondulatoria della luce (interferenza, diffrazione) e quelli che sembrano indicare una natura corpuscolare (fenomeno foto-elettrico, effetto COMPTON). Un dissidio analogo si è presentato, dopo la meccanica ondulatoria di SCHRÖDINGER, per la natura della materia, ossia, in ultima analisi, della elettricità: ritenuta corpuscolare finora, in base a tante e così svariate esperienze, da potersi quasi credere di aver reso palpabili e visibili i singoli elettroni, si sono ora scoperti (per la prima volta da DAVISSON e GERMER) i fenomeni di diffrazione dei raggi catodici, che non possono spiegarsi se non con una ipotesi ondulatoria, la quale d'altra parte, si era già mostrata meravigliosamente atta a spiegare il comportamento degli elettroni entro l'atomo, come ha mostrato SCHRÖDINGER ⁽¹⁾.

La difficoltà era giunta a una fase talmente critica da far quasi desistere che fosse possibile alla mente umana raccogliere tutti i fenomeni in uno schema unico, senza contraddizioni: ma da un anno circa a questa parte la situazione si è andata chiarendo, e, ciò che è più notevole, non per la scoperta di fatti nuovi, ma perchè si è andato modificando il punto di vista da cui si consideravano quelli antichi. Per quanto possa sembrare strano, si è visto che la difficoltà non era insita nella natura delle cose, ma solo nel nostro modo di considerarle: cosicchè si può dire che la questione della duplice natura della luce, e quella analoga per la materia, più che essere state risolte, sono state mostrate inesistenti.

Non è questa la prima volta, nella storia delle scienze, che delle difficoltà apparentemente insuperabili svaniscono quando si rettifica il punto di vista da cui si considerano i fatti (il che naturalmente non vuol dire che sia facile farle svanire). Con un certo sforzo di immaginazione, noi possiamo figurarci quale enorme difficoltà dovesse rappresentare in antico

⁽¹⁾ Per maggiori ragguagli su questo contrasto, che qui è solo rapidamente accennato, rimandiamo ad una monografia di E. FERMI, su questo stesso *Periodico* (marzo 1926). V. anche: E. PERSICO, *Lo stato attuale della Fisica Atomica*, « *Per. di Mat.* », vol. VII, p. 81.

la concezione degli antipodi, che è così in immediato contrasto con la nostra esperienza di tutti i giorni, e doveva allora sembrare anche in contrasto con l'intuizione, che è, in origine, basata appunto sull'esperienza quotidiana. Soltanto quando si è faticosamente cambiato il nostro punto di vista sulla gravità, e si è educata l'intuizione a rappresentarsi lo spazio a noi sensibile, nel quale i corpi cadono tutti in una direzione, come una piccolissima parte di uno spazio assai più vasto, nel quale i corpi cadono verso un centro, soltanto allora si è riconosciuto come sia ingenuo il domandarsi, perchè mai i nostri antipodi non cadono nel vuoto. La difficoltà primitiva si è dunque mostrata inesistente: essa derivava dalla pretesa di estendere, senza modificarli, i risultati della nostra osservazione diretta, anche al di fuori del campo osservato.

E accanto a questo, si potrebbero citare molti altri casi analoghi. Una caratteristica di questi momenti essenziali nella storia del pensiero, è che, al suo primo apparire, il nuovo punto di vista si presenta sempre con apparenza *paradossale*, perchè contraddice abitudini di pensiero così profondamente radicate in noi, che stentiamo a riconoscerne l'origine empirica e il valore limitato, e le scambiamo per immutabili necessità logiche. E questa illusione è comune non solo alle menti volgari, ma anche alle più elevate, tantochè si può dire che costituisce uno dei più formidabili ostacoli al progredire delle nostre conoscenze, e che i passi più grandi nella storia del pensiero umano si sono fatti proprio ogni volta che si è abbattuto uno di questi ostacoli, posti dentro di noi, piuttosto che dinanzi a noi.

Per es., l'intricato groviglio del moto apparente dei pianeti si è chiarito come per incanto, quando si è giunti a raffigurarsi la Terra — che a noi sembra il centro dell'Universo — come uno qualsiasi dei pianeti, non privilegiato (astronomicamente parlando) rispetto a tutti gli altri: ma quali enormi ostacoli psicologici ha incontrato questo cambiamento di punto di vista, che pur sostituiva, a un complicato macchinario di ipotesi, una veduta straordinariamente più semplice ed organica!

L'ultimo di questi grandi passi è stato quello di EINSTEIN che ha mostrato come le nozioni di tempo assoluto e di spazio assoluto fossero originate soltanto dalla imperfezione delle esperienze quotidiane in base alle quali ci formiamo l'immagine del mondo. Per es., a noi sembra che abbia un senso assoluto il dire che due fenomeni istantanei, aventi luogo in due punti diversi, sono contemporanei: ma se si vuol precisare, bisogna indicare una esperienza (sia pure solamente ideale, cioè praticamente irrealizzabile) per accertare questa contemporaneità, per es., mediante segnali luminosi, e allora, analizzando la cosa e tenendo conto delle particolarità cinematiche che presenta la luce, si riconosce che due eventi contemporanei per un osservatore possono non esserlo per un altro. Si riconosce cioè che il concetto di contemporaneità assoluta ci deriva solo dal fatto, che la luce ha una velocità grandissima rispetto a tutte quelle che possiamo osservare.

Apriamo una parentesi a proposito delle esperienze ideali. Ci sono esperienze che non si possono e forse non si potranno mai eseguire, ma che non contraddicono alcuna legge generale: (per es. pesare la Luna, por-

tandola pezzo per pezzo sulla superficie terrestre). Esperienze ideali siffatte si possono introdurre nei ragionamenti senza alcun inconveniente, anzi, esse costituiscono un utile strumento logico del quale si fa uso corrente, per es. in termodinamica. Ma bisogna guardarsi bene dall'introdurre nei ragionamenti delle esperienze ideali, la cui impossibilità derivi non da ragioni pratiche, ma da ragioni teoriche, esperienze cioè che contraddicono, più o meno velatamente, qualche principio generale: il ragionamento che invochi esperienze di tal genere (che chiameremo *concettualmente* impossibili) condurrebbe manifestamente a risultati falsi o assurdi. La maggior parte degli innumerevoli moti perpetui che ingombrano gli uffici brevetti deve appunto la sua origine a questo errore.

Ebbene, in molti casi è facile rilevare l'errore di sofismi siffatti, che spesso sono più o meno grossolani, ma talvolta è invece accaduto che un tacito riferimento a un'esperienza concettualmente impossibile fosse annidato, per così dire, alla base di un ragionamento universalmente riconosciuto perfetto, finchè un'analisi assai acuta e minuziosa dei suoi principi non ne ha dimostrato la fallacia. Il caso, già accennato, del concetto di contemporaneità assoluta (di cui si fa tacito uso nella cinematica classica) ne fornisce un esempio caratteristico: e l'evoluzione recentissima dei concetti fisici, che forma l'oggetto di questo articolo, non è che un passo più avanti sulla medesima via. Si è infatti riconosciuto che avviene molto più spesso che non si creda, di introdurre indirettamente nei ragionamenti delle esperienze *concettualmente* impossibili, ed è questa, come mostreremo tra poco, l'origine delle difficoltà incontrate sinora nello spiegare la natura della luce e della materia. Bisogna infatti pensare che l'errore accennato si commette non solo quando si invoca esplicitamente un'esperienza concettualmente impossibile, ma anche tutte le volte che si ragiona intorno a cose *concettualmente* non misurabili. Il principio che si è andato più affermando in questi ultimi anni, e che infine da HEISENBERG esplicitamente è stato posto a fondamento della fisica teorica, è il seguente: non si devono introdurre enti fisici di cui non si possa indicare, almeno idealmente, un'esperienza per rivelarli: non si devono introdurre grandezze, senza assegnare un metodo, almeno ideale, ma non assurdo, per misurarle. Tutto ciò che è concettualmente inosservabile, non può essere introdotto in alcuna teoria fisica. Anzi, HEISENBERG dà un significato più profondo a questo principio, considerando addirittura inesistente ciò che è concettualmente inosservabile. Si tratta, in sostanza, di una definizione della realtà fisica: per il fisico, « esistere » significa « essere concettualmente osservabile ». Se il filosofo dà a tale parola un significato diverso e più vasto, questa è una questione che non interessa la fisica.

Vediamo ora le conseguenze del principio di HEISENBERG, applicato ai concetti di luce e di materia, conseguenze che sono assai più rivoluzionarie di quello che potrebbe aspettarsi. Cominciamo dalla questione della luce (con che intendiamo, una volta per tutte, qualsiasi forma di radiazione

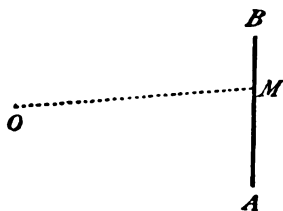
elettromagnetica, dalle onde Herziane ai raggi γ e ai raggi cosmici). Che cosa vuol dire che un atomo emette luce? per dare un senso a questa frase, bisogna pensare ai metodi con cui possiamo rivelare la luce. Anzitutto, possiamo « vederla »: ciò significa, che se il nostro occhio è collocato in posizione opportuna, sulla retina di esso ha luogo un certo fenomeno (non ancora del tutto noto, ma quasi certamente un fenomeno foto-chimico) il quale provoca sulle terminazioni nervose uno stimolo che trasmesso al cervello produce ciò che chiamiamo sensazione luminosa. In secondo luogo, possiamo rivelare la luce mediante una lastra fotografica, la quale, posta in posizione opportuna, subisce anch'essa una certa trasformazione foto-chimica che si rivela dopo lo sviluppo. Infine possiamo ricorrere al fenomeno fotoelettrico, o ad altri ancora. Ebbene, in ciascuno di questi casi, per rivelare la luce è stato necessario *assorbirla*, poichè l'energia che provoca il fenomeno fotochimico nella retina o sulla lastra, o il fenomeno fotoelettrico, è una trasformazione dell'energia luminosa, la quale quindi, come *energia raggiante*, è scomparsa. Il fisico che vuol investigare la natura della luce, che vuol cioè sapere dove e come si propaga l'energia che è scomparsa dal corpo emettente e non è ancora giunta al corpo assorbente, è legato al singolare destino di non poter toccare l'oggetto del suo studio senza distruggerlo.

Si potrà obiettare che è possibile assorbire la luce soltanto in parte, prelevandone, per dir così, un campione, piccolo quanto si vuole, e lasciando che il resto prosegua per la sua via. Ora, è possibile sì, in più modi assorbire soltanto una parte dell'energia di un quanto di luce (per es. nell'effetto COMPTON, l'elettrone diffondente sottrae al quanto solo una piccola parte della sua energia, per trasformarla in propria energia cinetica, ma ciò non può farsi senza alterare la frequenza di quel che rimane (poichè essa è legata all'energia E dalla solita relazione $E = h\nu$) e anche la sua direzione di propagazione; è quindi come se si fosse assorbito per intero il quanto e ne fosse stato rimesso uno a frequenza più bassa, cosicchè si è ben lontani dall'aver raggiunto lo scopo. È dunque impossibile (e l'impossibilità è *concettuale*) rivelare il *passaggio* di un quanto di luce da un punto dello spazio, lasciando che esso si propaghi *indisturbato* al di là. Se quindi si vuol essere coerenti al principio di HEISENBERG si vede che *non ha senso* parlare della traiettoria seguita dal quanto di luce, cioè rappresentarsi questo come un mobile che occupi successivamente diverse posizioni nello spazio: per quanto sia contrario alle nostre abitudini mentali, dobbiamo rinunciare al concetto di continuità del movimento, il quale concetto del resto ci proviene solo dalla osservazione dei corpi *materiali*, quindi non vi è ragione logica perchè debba essere applicato anche alla luce.

Rivediamo ora quale è la difficoltà sostanziale nella questione della luce: ragioniamo, per semplicità, su un caso concreto, per es. sul seguente.

Un atomo O (fig. 1a) emette un quanto di radiazione in presenza di una lastra fotografica AB : un granulo d'argento di questa (ed uno solo) per es. M , viene impressionato, e l'energia da esso ricevuta è eguale a tutta.

l'energia emessa da O . Ciò farebbe supporre che questa energia anzichè essersi propagata per onde sferiche in tutte le direzioni fosse stata lanciata da O in una direzione sola, come una specie di corpuscolo o pacchetto, indivisibile, moventesi in linea retta da O ad M . Ma se ripetiamo l'esperienza, interponendo tra la sorgente e la lastra uno schermo opaco munito di un foro K (fig. 1b), troviamo che può venire impressionato anche un punto M che si trovi al di fuori del cono condotto da O per il contorno del foro K : è questo il fenomeno della diffrazione. Si sarebbe portati



(Fig. 1 a)

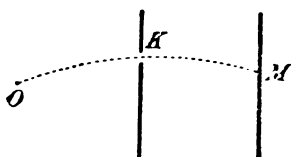


Fig. 1 b)

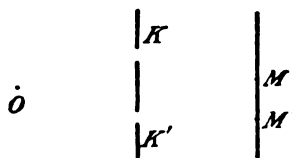


Fig. 1 c)

a dire in tal caso che il quanto non si è propagato in linea retta, ma dopo aver attraversato il foro, ha deviato verso l'esterno del cono. Ebbene, apriamo nello schermo un altro foro K' in posizione opportuna, (in modo cioè che i cammini OKM , e $OK'M$ differiscano di un numero dispari di semi lunghezze d'onda (fig. 1c)) e diverrà impossibile al quanto giungere in M : sarà invece impressionato un altro punto M' che non si trovi in quelle condizioni. Questo fatto nella ipotesi ondulatoria si spiega facilmente con l'interferenza, ma è un singolare mistero dal punto di vista dei quanti. Poichè, come fa il quanto a sapere ciò che si trova non solo sul suo cammino, ma anche lontano da esso?

La chiave del mistero è nel principio di HEISENBERG: non ha alcun senso domandarsi se il quanto è passato da K o da K' , perchè noi non potremmo rivelare questo passaggio senza distruggere o modificare profondamente il fenomeno osservato, cioè l'impressionarsi della lastra. Tuttociò che possiamo dire, senza introdurre nulla di concettualmente inosservabile, è questo: che vi sono sulla lastra delle regioni nelle quali può prodursi l'impressione, e delle altre dove essa non può prodursi: che la distribuzione e la forma di queste regioni dipende dalla apertura dello schermo, e dalla posizione della sorgente, nel modo che l'ottica ondulatoria ci insegna a calcolare. Più precisamente, l'ottica ondulatoria ci insegna a calcolare in ogni punto della lastra una grandezza I (intensità) che classicamente si

interpreta come la *quantità di energia* che cade in 1 secondo sull'unità di superficie mentre la teoria dei quanti di luce l'interpretava sinora come una misura del *numero dei quanti* cadenti in 1" su 1 cm²: essa rappresenta in realtà soltanto la *probabilità* che un granulo d'argento resti impressionato. Dove I è zero, (frange nere) si ha naturalmente l'impossibilità.

Tutti i risultati dell'ottica classica devono essere interpretati statisticamente. Per es., l'ottica classica ci dice che se si traccia una sfera intorno ad una sorgente puntiforme la intensità è la stessa in tutti i suoi punti: ciò significa che se si circonda la sorgente con una sfera rivestita p. es. di gelatina bromuro, ogni granulo di questa ha la stessa probabilità di essere impressionato, cosicchè, *statisticamente*, il numero di quelli impressionati per cm² è lo stesso dappertutto. Ma se la sorgente compie un solo atto elementare di emissione, vi sarà un solo granulo impressionato, e questo potrà essere, con eguale probabilità, uno qualunque. L'energia partita dalla sorgente viene interamente assorbita dall'atomo impressionato, cosicchè può essere comodo se si vuole, il pensare che essa abbia viaggiato in linea retta da un atomo all'altro, ma questa asserzione non ha alcun significato fisico, essendo concettualmente incontrollabile. Il dare un significato fisico a questa asserzione pretendendo di trarne le stesse conseguenze che si trarrebbero se si trattasse di un moto reale, porta a tutte le difficoltà e i paradossi che si presentavano quando si voleva applicare l'ipotesi dei quanti di luce ai fenomeni d'interferenza. D'altra parte il pensare che l'energia si sia propagata per onde sferiche, rende incomprensibile il ritrovarla tutta nell'atomo impressionato. La realtà è, che il parlare del cammino seguito dall'energia raggiante non ha significato fisico, perchè noi non possiamo rivelarla per via senza distruggerla, o, almeno, modificarla e deviarla. La difficoltà che si incontra nell'impadronirsi di questa concezione proviene dal fatto, che noi siamo talmente abituati a vedere i movimenti dei corpi materiali che siamo invincibilmente portati ad attribuire anche alla luce le stesse proprietà cinematiche.

Si osservi che il principio della conservazione dell'energia non viene per nulla intaccato da questo modo di vedere, poichè tutta l'energia emessa si ritrova negli atomi assorbenti. Ma viene invece a crollare un altro principio, che sembrava dovesse avere radici ancora più profonde, tanto che è spesso considerato un principio logico, non un fatto sperimentale: il *principio di causalità*.

Di tutti gli atomi d'argento che tappezzano la sfera di cui parlavamo quale sarà quello impressionato? Non soltanto non lo sappiamo, ma non vi è alcun modo, nemmeno ideale, per prevederlo: tutto ciò che possiamo dire è che la probabilità è la stessa per tutti, cosicchè, quando si ripete un gran numero di emissioni, possiamo essere praticamente certi che i granuli anneriti sulla lastra saranno distribuiti uniformemente. Questo fatto è generale: tutte le leggi fisiche ci danno soltanto delle probabilità, e, finchè noi osserviamo non i fenomeni elementari (per es. ciò che avviene nei singoli atomi) ma la loro distribuzione statistica (e ciò facciamo non solo nella nostra osservazione comune, ma anche con la *maggior parte* delle espe-

rienze fisiche) queste leggi, in virtù della legge dei grandi numeri, ci permettono di prevedere con certezza praticamente assoluta e con grande precisione ciò che dovrà avvenire in date circostanze. Da questo è nata la nostra fiducia che debba esser sempre possibile, almeno teoricamente, prevedere, dallo stato delle cose in un certo istante, come si svolgeranno i fenomeni negli istanti successivi, e che non vi sia nulla lasciato puramente al caso. Ma da quando si è cominciato ad osservare i singoli fenomeni elementari (per es. a studiare gli elettroni uno ad uno col metodo della nebbia, di WILSON, o le scintillazioni prodotte dai raggi α nello spintariscopio, ecc.), questa fiducia è stata scossa, e oggi si fa strada l'opinione, che nel microcosmo non valga il principio di causalità, che cioè i singoli fenomeni elementari siano soggetti soltanto alle leggi del caso.

Vediamo ora le conseguenze del principio di HEISENBERG per quanto riguarda la struttura della materia.

L'esistenza delle particelle ultime costituenti la materia — elettroni e nuclei — è provata da innumerevoli esperienze, non solo ideali ma effettive, che hanno permesso non solo di rivelarle ma di misurarne la carica, la velocità ecc. In particolare, ad un elettrone, in un dato istante, si suole attribuire una *posizione* determinata dalle coordinate x, y, z , e una *velocità* determinata dalle componenti p_x, p_y, p_z della quantità di moto. Non mancano esperienze per determinare le une e le altre. Però un'analisi accurata di queste esperienze — e di tutte quelle che si potrebbero ideare allo stesso scopo — ha portato HEISENBERG ad un risultato singolare, e della più alta importanza.

Immaginiamo di voler determinare con un'esperienza ideale la posizione di un elettrone in un dato istante: il modo più semplice consiste nell'illuminarlo, e guardarlo con un microscopio, cioè raccogliere in un fuoco la luce da esso diffusa. È vero che il potere risolutivo dei microscopi ordinari, che è dato come è noto da

$$(1) \quad \Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$

(λ = lunghez. d'onda, α = semiapertura) è troppo piccolo: ma nulla vieta idealmente di adoperare lunghezze d'onda piccole quanto si vuole, per es. raggi γ , per i quali non esiste, è vero, alcun microscopio, ma non vi è ragione teorica perchè non si possa immaginarlo. Con tale microscopio, che supporremo anche del tutto privo di aberrazione, noi possiamo determinare le *coordinate* dell'elettrone con una incertezza dell'ordine della grandezza (1), e quindi, piccola quanto vogliamo.

Ma se noi vogliamo render piccola questa incertezza, siamo costretti a usar radiazioni di alta frequenza, le quali danno all'elettrone, per effetto COMPTON, un notevole impulso, cosicchè determinando la posizione veniamo ad alterare la *velocità* dell'elettrone, e questo tanto più, quanto più esatta è la misura. E l'alterazione, che noi portiamo in tal modo alla velocità non è in alcun modo prevedibile a priori (come ora si vedrà), cosicchè se noi

vogliamo conoscere molto esattamente la posizione dell'elettrone in un dato istante dobbiamo rinunciare a sapere esattamente con che velocità lo lasciamo. Infatti, dalla teoria dell'effetto COMPTON (la quale come è noto descrive bene i risultati sperimentali) si sa che l'impulso ricevuto dall'elettrone si calcola con le leggi della meccanica, attribuendo una quantità di moto $\frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ al

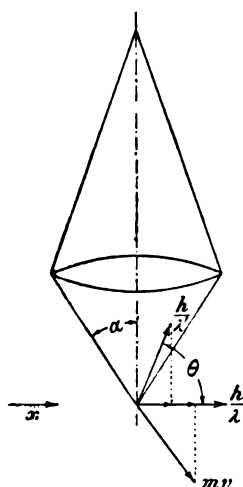


Fig. 2

quanto incidente e $\frac{h}{\lambda'}$ al quanto diffuso (essendo λ' la lunghezza d'onda di questo, poco diversa da λ). Prendendo (v. fig. 2) l'asse x della direzione della luce incidente, la q. d. m. zp_x acquistata dall'elettrone nella direzione x sarà

$$zp_x = \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \theta = \text{circa } \frac{h}{\lambda} (1 - \cos \theta)$$

dove θ è l'angolo tra la direzione del quanto incidente e quello del quanto diffuso. Ma noi non conosciamo θ , perchè il microscopio essendo privo di aberrazioni deve essere fatto in modo che, qualunque sia la direzione del quanto diffuso, entro il cono di apertura dello strumento, esso viene concentrato nel medesimo punto

del piano focale. Quindi θ può variare da $90^\circ - \alpha$ a $90^\circ + \alpha$, e p_x quindi da $\frac{h}{\lambda} (1 - \sin \alpha)$ a $\frac{h}{\lambda} (1 + \sin \alpha)$, cosicchè resta per p_x un'incertezza data da

$$\Delta p_x = 2 \frac{h}{\lambda} \sin \alpha.$$

Come si vede, essa è proprio inversamente proporzionale all'incertezza nella misura di x , poichè si ha, confrontando con la (1),

$$(2) \quad \Delta x \cdot \Delta p_x = h.$$

Ora, il fatto notevole osservato da HEISENBERG è che tutti gli altri metodi che si possono escogitare per determinare x , lasciano in p_x un'incertezza Δp_x la quale è inversamente proporzionale a Δx , e precisamente, il prodotto $\Delta x \cdot \Delta p_x$ è sempre dell'ordine di grandezza di h . Lo stesso, naturalmente, si può ripetere per y e p_y , z e p_z .

Similmente, se noi vogliamo determinare la componente v_x della velocità dell'elettrone in un dato istante, possiamo ricorrere, per es., all'effetto DOPPLER, illuminando l'elettrone, nella direzione x e determinando il cambiamento di lunghezza d'onda $\lambda' - \lambda$ nella luce da esso diffusa indietro: la teoria elementare dell'effetto DOPPLER dà

$$v_x = \frac{c}{2} \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda}.$$

È vero che con ciò noi alteriamo la velocità stessa, per l'effetto COMPTON, ma possiamo conoscere questa alterazione e tenerne conto nel correggere il

risultato: la teoria dell'effetto COMPTON dice che l'impulso ricevuto è $2 \frac{h}{\lambda}$, e quindi, se la massa è m , ad esso corrisponde un aumento di velocità $\frac{m\lambda}{2h}$.

Però, ciò che noi non possiamo sapere con precisione, è l'istante nel quale avviene questo cambiamento di velocità, e, per conseguenza, nemmeno la *posizione* in cui viene lasciato l'elettrone alla fine del processo. Infatti per misurare con precisione la lunghezza d'onda diffusa, è necessario, come si sa dall'ottica, utilizzare un treno d'onda sufficientemente lungo e quindi illuminare l'elettrone per un tempo abbastanza lungo, e non vi è alcun mezzo per determinare l'istante della diffusione in questo intervallo. Precisamente se si utilizza un treno di n onde, si ha su λ' un'approssimazione di

$$\Delta\lambda' = \frac{\lambda'}{n} = \text{circa } \frac{\lambda}{n}$$

e su v_x quindi

$$\Delta v_x = \frac{c}{2\lambda} \Delta\lambda' = \frac{c}{2n}$$

e sulla componente p_x della q. d. m., per conseguenza,

$$(3) \quad \Delta p_x = m\Delta v_x = \frac{mc}{2n}.$$

D'altra parte, la durata dell'illuminazione e quindi l'incertezza nell'istante in cui è aumentata la velocità è $n \frac{\lambda}{c}$: poichè l'aumento di velocità è $\frac{2h}{m\lambda}$, l'incertezza della coordinata x , alla fine del processo, è

$$\Delta x = n \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{2h}{m\lambda} = \frac{2nh}{mc}.$$

Anche qui si ha, confrontando con la (3)

$$\Delta x \cdot \Delta p_x = h.$$

Anche questo esempio può venire generalizzato a qualsiasi altro metodo per determinare le componenti della quantità di moto (o della velocità).

Se ne conclude che: posizione e velocità di un elettrone in un dato istante sono due dati che non possono essere precisati tutti e due contemporaneamente: essi si escludono a vicenda. Più generalmente, l'approssimazione Δq_i con cui è determinata una coordinata generica q_i , e quella del corrispondente momento p_i , sono inversamente proporzionali tra loro, e il loro prodotto è dell'ordine di grandezza di h . È anzi questa, per dir così, la via dalla quale è entrata la costante h nelle leggi dei fenomeni naturali.

Si potrebbe osservare che per determinare la velocità di un elettrone basta determinarne la posizione in due istanti sufficientemente vicini, e poichè questa determinazione si può rendere precisa quanto si vuole, altrettanto può dirsi di quella della velocità. Si vede subito però che così facendo si rinuncia senz'altro ad utilizzare meccanicamente la misura fatta. Infatti, la velocità in un dato istante ha un significato meccanico in quanto serve a

determinare il comportamento successivo (o anteriore) della particella: ma se noi la determiniamo nel modo accennato, cioè « alterandola prima e dopo la misura » otteniamo un numero che non fornisce alcuna notizia sul movimento successivo e precedente della particella, e che quindi non ha alcun interesse meccanico.

Si comprende di qui come tutta la meccanica classica, nella quale entrano contemporaneamente i concetti di posizione e di velocità, entrambi numericamente determinati, contenga in sè per ciò stesso una contraddizione, la quale non si manifesta nei fenomeni macroscopici, poichè, data la piccolezza di h , le indeterminazioni Δx , Δp_x della (2) e le analoghe possono essere entrambe abbastanza piccole, ma quando si ha che fare con fenomeni atomici, nei quali x e p sono già di per sè assai piccoli, quelle indeterminazioni sono ben lontane dall'essere trascurabili, e danno luogo a tutte le difficoltà e gli assurdi che ha incontrato la meccanica classica nei problemi atomici, e che hanno costretto a introdurre i postulati della teoria dei quanti. Questi postulati, come è noto, non costituiscono una teoria organica e coerente: essi sono soltanto una *codificazione* provvisoria delle violazioni e delle aggiunte che si debbono fare alle teorie classiche per metterle d'accordo con l'esperienza. Una trattazione coerente della meccanica, tenendo conto delle indeterminazioni accennate, richiede, come si comprende facilmente, una revisione completa dei metodi in uso e necessita anche di un algoritmo matematico speciale. Essa è stata fatta da HEISENBERG, BORN e JORDAN, DIRAC e altri, ed è nota col nome di *meccanica quantistica*. Una parte dei suoi risultati si possono trovare anche con un metodo singolarmente espressivo ma meno generale, dovuto a DE BROGLIE e SCHRÖDINGER, che costituisce la *meccanica ondulatoria*.

I principi di questi due metodi sono già stati esposti in questo stesso periodico in una monografia di P. STRANEO (aprile 1928) alla quale rimandiamo chi desiderasse maggiori notizie in proposito ⁽¹⁾, nel presente articolo vogliamo occuparci soltanto dell'aspetto gnoseologico delle nuove teorie.

Rivediamo ora, al lume delle considerazioni fatte, il concetto di orbita di un elettrone in un atomo. È facile persuadersi che non ha senso parlare di orbita in un atomo in un dato stato, per es. nel normale, poichè per determinarla noi dovremmo eseguire delle successive determinazioni di posizione, con lunghezza d'onda piccola rispetto alle dimensioni atomiche, ma basterebbe una sola di queste osservazioni per sbalzare via l'elettrone e cambiare quindi lo stato dell'atomo. Noi possiamo quindi determinare, in ciascun atomo, un punto solo dell'orbita. Se ripetiamo la misura su un gran numero di atomi nello stesso stato, possiamo stabilire la *probabilità* di trovare l'elettrone in una data posizione rispetto al nucleo.

Con ciò all'orbita elettronica concepita come una determinata linea, si sostituisce un campo scalare, cioè una funzione del posto, che rappresenta la detta probabilità.

⁽¹⁾ Per la meccanica ondulatoria. V. anche E. PERSICO, « Nuovo Cimento », febbraio 1927.

Tutto ciò è molto analogo a quanto si è visto per la luce: mentre è impossibile determinare la traiettoria di un singolo quanto di luce, è possibile invece determinare la probabilità di trovarlo in un dato punto in un certo istante, e questa è rappresentata dall'intensità luminosa calcolata alla maniera classica (quadrato dell'ampiezza delle vibrazioni luminose).

Orbene: la meccanica ondulatoria stabilisce un procedimento analogo per calcolare la probabilità di trovare un elettrone in un dato punto dello spazio. Si introduce a tal uopo una grandezza ausiliaria Ψ (scalare di campo) funzione del posto e del tempo, la quale varia sinusoidalmente col tempo, soddisfacendo una equazione analoga a quella della propagazione luminosa: il quadrato della sua ampiezza di vibrazione, (cioè $\Psi\Psi$, se si ricorre alla rappresentazione complessa delle funzioni sinusoidali, e si indica con una sopralineatura la quantità coniugata) rappresenta in ogni punto la probabilità di trovare ivi un elettrone. Così, p. es., per un atomo di idrogeno nello stato fondamentale, si trova che tale probabilità è funzione solo della distanza dal nucleo, ma è la stessa in tutte le direzioni, cosicchè il campo della $\Psi\Psi$ ha simmetria sferica: lo stesso avviene per tutti gli stati s.

Bisogna aggiungere che nella prima forma di questa teoria, data da SCHRÖDINGER, si interpretava $\Psi\Psi$ come la misura della densità elettrica, la quale pertanto veniva concepita come diffusa con continuità anzichè concentrata in elettroni; l'interpretazione statistica, data invece dal BORN, è più conforme ai concetti critici di HEISENBERG.

Ma gli elettroni esistono anche fuori dell'atomo, p. es. nei raggi catodici: avrà un senso parlare della traiettoria di uno di questi?

Per analizzare questo concetto, pensiamo, al solito, al procedimento ideale per determinare la traiettoria, supponendo per semplicità, che l'elettrone non sia soggetto ad alcuna forza. Noi possiamo, in un istante qualsiasi, determinare la posizione dell'elettrone con precisione grande quanto vogliamo, e ripetendo la misura molte volte, otterremo una successione di punti. Naturalmente questi punti non saranno in linea retta, perchè, come si è detto, ogni determinazione di posizione dà all'elettrone un nuovo impulso in una direzione del tutto casuale. Si potrà, se si vuole, congiungere i vari punti con tratti rettilinei, ma la spezzata così ottenuta è ben lontana dal rappresentare la traiettoria che avrebbe percorso l'elettrone se non si fosse in alcun modo perturbato, osservandolo. Anzi non si può nemmeno dire che i suoi singoli lati siano effettivamente percorsi dall'elettrone, perchè non vi è alcun mezzo, concettualmente possibile, per accertarsene: la posizione dell'elettrone, in un istante tra due osservazioni, non è in alcun modo determinata, e quindi non si può parlare del cammino che esso segue. « La traiettoria in tanto esiste, in quanto la si osserva ». Insomma, si è qui nella stessa situazione già rilevata a proposito dei quanti di luce, e anche per l'elettrone, come per il quanto di luce, bisogna rinunciare alla idea della continuità del movimento.

Riassumendo potremo dire che l'attuale modo di vedere riguardo ai fondamenti della fisica, è caratterizzato da ciò, che si riconosce l'impossibilità

logica di considerare un fenomeno indipendentemente dai mezzi impiegati per studiarlo: l'oggetto osservato, l'osservatore e i suoi strumenti formano un sistema inseindibile, le cui varie parti agiscono necessariamente l'una sull'altra. Finora, la fisica teorica ha cercato di assegnare le leggi dei fenomeni, *come si svolgerebbero se nessuno li osservasse*, ed ha poi preteso di confrontare le conseguenze di queste leggi con i risultati della *osservazione*: ecco quale era l'origine delle difficoltà apparentemente insormontabili incontrate in questo ultimo venticinquennio. La scoperta di questo errore logico, e la sua non agevole eliminazione, rappresenta il processo veramente essenziale conseguito dalla fisica teorica in questi ultimi anni.

R. Istituto Fisico, Firenze.

UNA PRIORITÀ ITALIANA L'ATTINOMETRO A DISTILLAZIONE DEL BELLANI

Nota del Dott. IVO RANZI

Sir NAPIER SHAW nel suo volume *Meteorology in History* ⁽¹⁾ attribuisce a W. E. WILSON l'invenzione, nel 1903, di un attinometro totalizzatore a distillazione che fu ideato dal nostro ANGELO BELLANI sin dal 1836. Anche molti altri fisici e meteorologi stranieri chiamano, nei loro lavori, tale apparecchio col nome di radio-integratore di WILSON. Riassumo brevemente la descrizione che dà il BELLANI del suo ritrovato negli *Annali delle Scienze del Regno Lombardo-Veneto*, del 1836, pag. 200 (Il Collettore del calorico ossia nuovo strumento meteorologico inventato e descritto da Angelo Bellani). L'apparecchio (fig. 1) consta di una sfera di vetro, del diametro da 20 a 40 mm., terminante superiormente in un tubo ricurvo in basso e chiuso all'estremo: tale sfera contiene una certa quantità di liquido evaporabile e nell'interno è fatto il vuoto. Quando la temperatura della sfera è superiore a quella del tubo *T*, il liquido distilla raccogliendosi in fondo a quest'ultimo: la quantità di liquido evaporato si può misurare mediante una graduazione applicata al tubo. Il BELLANI, nella sua chiara e interessantissima memoria, descrive le applicazioni che del suo strumento possono esser fatte.

Per misurare la quantità totale di energia calorifica apportata dalle radiazioni solari durante un certo periodo di tempo, il BELLANI avvolge con una stoffa nera la bolla e lascia nudo il tubo: il calore assorbito dalla bolla fa evaporare il liquido contenutovi che distilla: la quantità di liquido raccolta nel tubo *T*, offre una misura della quantità di calore apportata dalle radiazioni solari, in quel dato periodo. « Il mio collettore », dice il BELLANI, « tien calcolo e somma tanto le grandi che le piccole variazioni in relazione cogli effetti naturali, che è quanto merita poi di esser conosciuto; perchè la luce tanto necessaria nella vegetazione, non agisce a salti ed in istanti, come erano le nostre osservazioni, e le tabelle che si redigevano, ma opera a gradi lentamente e continuamente ».

Per conoscere poi se in complesso una giornata è stata più calda di un'altra e di quanto, Egli propone di lasciare nuda la bolla e di immergere porzione del tubo nel ghiaccio, per avere una temperatura costante: se l'atmosfera è più calda, comincerà la distillazione che progredirà a seconda

(1) Sir NAPIER SHAW, *Manual of Meteorology*, volume I, *Meteorology in History*, Cambridge University Press, 1926.

della differenza tra le due temperature. Nella stagione fredda invece di acqua, come liquido evaporante, converrà servirsi di alcool.

Il BELLANI parla anche dell'applicazione che può esser fatta del suo strumento, per misurare l'intensità dell'irradiazione notturna: Egli propone di « involgere la bolla in foglia metallica o coprendola o rinchiudendola come in una scatola di metallo lucido e forbito il quale come meno irradiante conserverà alla bolla una temperatura più alta del rimanente.

È interessante notare che alcune recenti ricerche su tale argomento furono condotte con attinometri a distillazione basati sullo stesso principio di quello del BELLANI ⁽¹⁾: ma di quest'ultimo non è fatta menzione.

Un'altra applicazione descrive il BELLANI, per la misura dello stato igrometrico dell'aria durante una giornata, oppure della essiccazione (evapora-

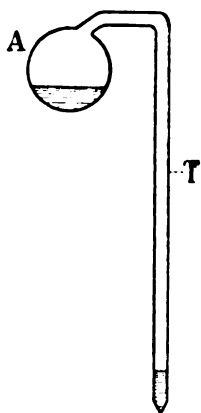


Fig. 1



Fig. 2

zione) prodotta per vento regolare o intermittente, all'ombra o al sole: Egli involge perciò la bolla in una pezza di tela, ben inzuppata di acqua e mantenuta tale per capillarità. « Per l'evaporazione che succede, raffreddandosi la bolla passa il liquido dal tubo in quella, indicando negativamente la quantità evaporata per la quantità diminuita lungo il tubo graduato in proporzione del secco nell'aria, e dell'essiccamento che si produce nella superficie del suolo per la siccità propria dell'aria, e per vento e per calore oscuro, o procedente dai raggi solari diretti ». Dunque anche come evaporimetro può servire questo strumento, mirabile per la sua semplicità.

Il BELLANI propone poi la modificazione seguente: l'aggiunta di una seconda bolla prima del tubo *T*, onde eliminare l'inconveniente dovuto al fatto che la capacità del tubo è piccola e va poi diminuendo man mano che i vapori si condensano. Altre considerazioni di grande interesse si trovano in fine alla citata memoria, riguardanti la costruzione, la taratura del suo

(1) Vedi ad es. BOUASSE, *Emission, Chaleur solaire*, ecc., pag. 262.

strumento e le modificazioni che vi devono essere apportate a seconda delle applicazioni.

Un perfezionamento all'istrumento, usato per la misura della intensità delle radiazioni solari, fu apportato in seguito, costruendo la bolla in vetro azzurro (invece di avvolgere la medesima con una stoffa nera) e ponendo la sfera stessa all'interno di un'altra sfera di vetro bianco, di diametro maggiore, e facendo il vuoto nell'intercapedine: si evita in tal modo una causa di perturbazione dovuta al raffreddamento della sfera prodotto dai venti.

Non mi è stato possibile trovare la memoria originale in cui W. E. WILSON ⁽¹⁾ descrisse il suo radio-integratore: ho potuto però vedere la descrizione di tale apparecchio in varie memorie più o meno recenti: esso è perfettamente identico a quello del BELLANI: la fig. 2 rappresenta il radio-integratore del WILSON ed è stata tolta da un lavoro di RUSSEL (I fattori che determinano la temperatura del suolo a Rothamsted. *Journal of Agricultural Science*, 1921-3). Nella citata memoria del BELLANI si trova descritto un *collettore del calorico* a due sfere in tutto simile a questo.

È dunque doveroso per tutti riconoscere al nostro ANGELO BELLANI la priorità nell'invenzione di uno strumento che, quantunque non consenta di ottenere dei dati esprimibili in unità assolute e di grande precisione, tuttavia è di grandissima utilità, specialmente per ricerche di carattere meteorico-agrario, in cui, per la sua semplicità di costruzione e di uso, dovrebbe essere largamente impiegato.

⁽¹⁾ W. E. Wilson fu direttore dell'Osservatorio Astronomico di Daramona (Inghilterra): morì nel 1908. Vedi Necrologia in « Nature », 12 marzo 1908, p. 443.

RIVISTA

LO STATO ATTUALE DELLE CONOSCENZE SUGLI ISOTOPI

Nota di A. CAMPETTI

Mi occuperò qui specialmente della isotopia degli elementi non radioattivi, giacchè i problemi relativi alla isotopia degli elementi a trasformazione rapida rientrano nella teoria generale della radioattività; come è naturale, qui esporrò soltanto quanto si riferisce ai risultati ottenuti negli ultimi due o tre anni, essendo le ricerche precedenti ormai sistematicamente registrate nei trattati moderni più completi.

Le questioni più importanti su questo argomento sono: a) la separazione degli isotopi con uno dei metodi che utilizzano i raggi positivi; b) la separazione con altri mezzi fisici o chimico-fisici; c) l'effetto di isotopia negli spettri e il possibile riconoscimento degli isotopi coi metodi della spettroscopia ordinaria; d) il problema della isotopia in relazione alla costanza, quasi generale, del peso di combinazione per gli elementi naturali.

a) Per la separazione degli isotopi col metodo dei raggi positivi l'ASTON ⁽¹⁾ ha usato nuove forme più perfezionate dello spettrografo di massa: nelle sue ultime misure la precisione è, secondo l'A., dieci volte maggiore che nelle precedenti.

Il campo elettrico era stabilito fra due lastre di centimetri cinque per uno, alla distanza di 1,25 millimetri, tra le quali si poteva stabilire una differenza di potenziale di 400 volt; il campo magnetico poteva essere portato sino a 20000 Gauss.

Gli ultimi risultati principali delle ricerche dell'ASTON eseguite con questo apparecchio sono i seguenti: Per il mercurio sono stati constatati sei isotopi (invece dei cinque che erano stati riconosciuti in esperienze precedenti): e precisamente 198-199-200-201-202-204. Per lo zolfo, che finora figurava come elemento unico (nel senso che di esso si conosceva l'unico termine di peso 32, poco differente dal peso di combinazione 32,07) si poterono stabilire tre isotopi 32-33-34, dei quali però i due ultimi sarebbero nella proporzione del 3 % soltanto. Le ricerche furono fatte in condizioni di sensibilità tali che *O* (16) e *CH*₄ (16,03 circa) davano linee a distanza di più che mezzo millimetro; si trovarono in tal modo linee deboli corrispondenti ai pesi atomici 33 e 34 e anche linee deboli 49 e 50 (*SO*) e 65-66 (*SO*₂) che permisero appunto di individuare gli isotopi sopra indicati. Colla stessa disposizione sperimentale furono trovati nuovi isotopi anche per lo stagno.

Anche un risultato notevole di ricerche recenti di ASTON è stato l'aver stabilito in modo sicuro la esistenza per il cadmio di sei isotopi e cioè 110 (c); 111 (e); 112 (b); 113 (d); 114 (a); 116 (f) (le lettere indicano con la loro successione l'importanza relativa dei vari componenti) e l'aver pure individuato i tre isotopi 126-128-130 del tellurio. In entrambi i casi si esaminò il fluoruro dell'elemento in questione e si ricorse, per gli spettrogrammi, a pose molto lunghe su lastre speciali.

Per il caso del tellurio però la intensità delle righe 128 e 130 risultò circa doppia di quella della riga 126: questo condurrebbe a un peso di combinazione superiore a 127,5, valore comunemente adottato: questa circostanza rende necessaria una revisione delle esperienze.

Alcune altre recenti ricerche sono state eseguite con metodo che è molto vicino a quello di DEMPSTER. Come è noto, il DEMPSTER, invece di fare uso, come l'ASTON, dei raggi canali, adoperò raggi anodici e precisamente gli ioni positivi emessi nel vuoto da sali metallici riscaldati. Sottopose poi anche qui le particelle, prima a un campo elettrico acceleratore, poi a un campo magnetico che fa loro percorrere una semicirconferenza, finchè attraverso a una fenditura, cadono sopra una lastra (collegata a un elettroscopio od un elettrometro) alla quale cedono le loro cariche. Allora dalle solite relazioni $\frac{1}{2}mv^2 = eV$; $\frac{mv^2}{r} = eVH$ si ricava la massa m della parti-

cella, cioè $m = \frac{eH^2r^2}{2V}$ nella quale relazione V è quella differenza di potenziale che le particelle debbono attraversare affinchè la curvatura della loro traiettoria nel campo magnetico sia tale da farle penetrare attraverso alle fenditure.

Il MORAND ⁽²⁾ nelle sue ricerche si collega alle esperienze di DEMPSTER: egli riscaldando delle punte metalliche molto sottili ricoperte di un sale, oppure sottoponendo queste punte a un bombardamento elettronico assai intenso, è riuscito ad ottenere direttamente (con campi in vicinanza della punta dell'ordine di grandezza di qualche milione di Volt per centimetro, campi che si possono ottenere con punte assai sottili) un flusso abbondante di particelle positive tutte della stessa direzione e velocità; sottoponendo tale flusso a un intenso campo magnetico uniforme, deve essere quindi possibile separare le particelle di massa diversa.

Il MORAND ha, per ora, applicato questo metodo al litio, affine di determinare il rapporto quantitativo di due isotopi 6 e 7: i due isotopi separati dal campo venivano raccolti su due laminette isolate, unite rispettivamente ad un galvanometro e dal rapporto delle intensità di corrente ottenute si ricava il rapporto ponderale dei due isotopi. Tale rapporto varia tra $\frac{1}{14}$ e $\frac{1}{15}$ il che porta appunto ad un peso atomico tra 6,93 e 6,97 (in accordo quindi col peso di combinazione 6,94 ordinariamente adottato).

Il dispositivo, usato dal MORAND, sarà poi, a quanto asserisce l'A., assai migliorato e perfezionato: tuttavia sembra sia stato già possibile ottenere depositi separati di un isotopo di circa 0,01 milligrammi.

Sempre a proposito della massa atomica del litio, è anche notevole una ricerca di L. COSTA (*), eseguita collo spettrografo di ASTON, diretta a determinare con molta precisione la massa dell'isotopo 6 del litio; e precisamente per confronto colla massa atomica dell'elio, presa uguale a 4: le esperienze dettero per la massa del litio 6, come valore medio, 6.010 circa; e più precisamente $6,009 \pm 0,002$.

Recenti ricerche di ASTON (*) sono dirette a riconoscere la costituzione isotopica del piombo ordinario ed hanno condotto a risultati assai notevoli. L'A. usò per le ricerche il piombo-tetrametile e ottenne molto ben distinte le linee 206 (4); 207 (3) e 208 (7): da questi dati risulterebbe come peso atomico medio 207,2 che è appunto il peso di combinazione comunemente adottato. Servì di conferma il ripetersi dello stesso gruppo di linee in corrispondenza al piombo-monometile, — dimetile e — trimetile. Si ebbe pure indizio della presenza di un isotopo 209; ma, nel caso, in piccolissima quantità. Qualche accenno si potè anche riconoscere di altri isotopi più leggeri 203, 204, 205; ma non si potè essere sicuri della loro esistenza, perchè le righe corrispondenti coincidono con quelle di isotopi del mercurio, del quale non si riuscì ad evitare completamente la presenza nell'apparecchio. Anzi l'ASTON ritiene di avere in queste esperienze individuata un'altra linea debole a 196 spettante al mercurio: se questa presunzione verrà confermata, sarebbero allora riconosciuti per il mercurio sette isotopi.

Per quanto riguarda l'isotopia degli elementi radioattivi sono molto interessanti alcune considerazioni di HAHN (*), in quanto esse toccano la questione dell'origine della serie dell'attinio. L'HAHN osserva che il peso atomico dell'*UI*, calcolato risalendo da quello molto ben determinato del radio ($225,97 = 226$ circa), risulta, in base alla teoria della disgregazione atomica, uguale a 238: e, poichè l'uranio come elemento misto ordinario contiene il 2 % di *UII* (234), il peso atomico o di combinazione dell'uranio dovrebbe essere 237,92.

Invece HÖNIGSCHMID ha sperimentalmente e con vari metodi chimici determinato il peso di combinazione dell'uranio e trovato valori compresi tra 238,1 e 238,2 e verisimilmente siamo molto prossimi a 238,2.

Per spiegare questa divergenza si dovrebbe ammettere l'esistenza di qualche isotopo superiore dell'uranio: anzi vari autori, tra cui specialmente il RUSSEL, hanno supposto che da uno di questi isotopi di peso atomico 239 (e non da *UII*) derivi, attraverso il protoattinio, la serie dell'attinio; in tal caso al protoattinio dovrebbe essere assegnato il peso atomico 231, in luogo di 230 ora attribuito.

La questione potrà essere chiarita se sarà possibile la determinazione diretta del peso atomico del protoattinio e mediante l'esame dello spettro di massa dell'uranio.

b) I tentativi di separazione degli isotopi mediante altri mezzi fisici non hanno, come si sa, dato finora risultati in complesso molto notevoli e sicuri: nè le ultime ricerche hanno finora aggiunto gran che alle precedenti.

BRONSTED ed HEVESY ⁽⁶⁾, come è noto, proposero per i primi il metodo cosiddetto *della distillazione ideale* (distillazione, cioè, operata a bassa pressione, in modo da evitare, per quanto è possibile gli urti che potrebbero rinviare, per riflessione, delle molecole dal vapore nel liquido). In queste condizioni, se il liquido contiene due soli isotopi di masse atomiche m_1 e m_2 , e se la condensazione del vapore ha luogo sopra una parete molto fredda, le concentrazioni C_1 e C_2 , dei due isotopi nel condensato staranno nel rapporto

$$\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}},$$

come è facile dimostrare.

L'applicazione ripetuta di questo metodo al mercurio permise di separare il mercurio in due porzioni, una di peso specifico 1,00023 (riferito al mercurio comune = 1): l'altra di peso specifico 0,99974; la differenza risulta quindi di 0,49 per mille (corrispondente a una variazione di circa 0,1 nel peso di combinazione).

Più tardi RICHARDS e KING ⁽⁷⁾ tentarono di applicare lo stesso metodo al piombo; e, per esaminare il grado di separazione eventualmente ottenuto preferirono determinare direttamente il peso atomico, anzichè ricorrere al metodo delle densità: le ricerche tentate non dettero però alcun risultato positivo, avendo essi trovato in tutte le frazioni separate sempre lo stesso peso atomico 207,217.

Recentemente HARKINS e STONE ⁽⁸⁾ hanno applicato, per la parziale separazione degli isotopi del cloro, il metodo di diffusione attraverso a una parete porosa, metodo che già, sia pure con dispositivi diversi, era stato precedentemente adoperato da BRONSTED ed HEVESY e dallo stesso HARKINS. In queste ultime esperienze il peso atomico fu determinato mediante il rapporto ponderale argento-cloruro d'argento, usando per le reazioni recipienti di quarzo.

Mentre dunque in esperienze precedenti gli A. stessi avevano raccolto una frazione di cloro di peso atomico 35,515, cioè superiore di 0,058 al peso atomico del cloro ordinario preso uguale a 34,457, in queste ultime esperienze fu raccolta ed esaminata la frazione più leggera di peso atomico 35,418, inferiore quindi di 0,39 al peso atomico del cloro ordinario.

Se queste esperienze saranno, con ulteriori ricerche di controllo, confermate si devono considerare i risultati come assai notevoli, in quanto che la differenza dei due pesi atomici massimo e minimo è circa 0,1; superiore quindi di molto a quella che può essere attribuita ad errori sperimentali.

SAMESHINA, AIHARA e SHIZAI ⁽⁹⁾ tentarono invece di separare pure gli isotopi del cloro col metodo dell'assorbimento frazionato, facendo cioè assorbire HCl da carbone di legna espressamente preparato; ma non ottennero alcun risultato: e nemmeno riuscì questo metodo applicato da ASTON per il neon.

Una parziale separazione degli isotopi per via elettrolitica è stata proposta da KENDALL e WHITE ⁽¹⁰⁾, i quali ritengono molto verisimile che ioni isotopi abbiano mobilità alquanto differenti, e in ciò si appoggiano anche su una teoria svolta da LINDEMANN, secondo la quale gli ioni $\overline{Cl}_{18}$ e $\overline{Cl}_{37}$ dovrebbero presentare mobilità differenti dell'1,7 per cento.

Se ciò veramente fosse, la parziale separazione per via elettrolitica dovrebbe essere possibile, dato che agli autori è riuscito di separare (col metodo della migrazione degli ioni) ioni come Cl e I , di cui le mobilità differiscono tra loro circa dell'uno per cento.

Se non che si può osservare che, come la mobilità degli ioni $\overline{Cl}$ e I differisce appena dell'uno per cento a causa della loro idratazione che rende la differenza relativa di massa e volume dei due ioni assai piccola, malgrado la differenza di circa 91 unità nel peso atomico, così è quasi certo che le mobilità dei due ioni $\overline{Cl}_{18}$ e $\overline{Cl}_{37}$ devono essere così vicine che la separazione per via elettrolitica, riuscirà praticamente impossibile. E difatti le esperienze di PILLEY ⁽¹¹⁾, il quale tentò per via elettrolitica la separazione degli isotopi del cloro e del magnesio, sono completamente fallite.

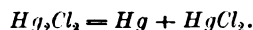
Lo stesso risultato negativo si deve registrare per le esperienze di EILERT ⁽¹²⁾ che cercò di separare per via elettrolitica gli isotopi del nichel, operando su soluzioni di solfato di nichel.

In conclusione è poco probabile (e già ne è stata data una delle ragioni principali) che la separazione degli isotopi per via elettrolitica possa condurre a buon risultato.

Anche altri metodi di separazione che possiamo dire chimico-fisici (velocità di reazione, reazioni fotochimiche), metodi che pure *a priori* sembrerebbero suscettibili di buona applicazione, hanno dato fin qui risultati negativi. Nè veramente è da sperare, dato anche il concetto e la definizione di isotopia, che metodi puramente chimici possano riuscire alla separazione: tuttavia è da ricordare che in base a precedenti esperienze di DILLON, CLARKE e HINCHY (Proc. Roy. Dubl. Soc. 1922-17) era stata annunciata una parziale separazione degli isotopi del piombo mediante la cosiddetta reazione di GRIGNARD, trasformando cioè il cloruro di piombo, in *piombo* e *piombo-tetraetile*.

Il BRENNEN ⁽¹³⁾ però, poco persuaso dei risultati annunciati precedentemente, ha voluto riprendere queste esperienze, determinando con grande cura i pesi atomici col metodo indicato da Th. W. RICHARDS: ma non ha potuto, in due distinte serie di determinazioni, riscontrare alcuna differenza di peso atomico tra il piombo ottenuto direttamente e il piombo ricavato dal piombo-tetraetile.

Anche RICHARDS e KING (l. c.), applicando la reazione di GRIGNARD al piombo, ottennero risultato negativo: lo stesso si può dire delle posteriori esperienze di KING ⁽¹⁴⁾ sul mercurio, ricorrendo a reazioni del tipo



Concludendo questa parte del nostro articolo possiamo dire che i vari tentativi di separazione degli isotopi con mezzi diversi dai raggi canali o

positivi hanno dato finora risultati scarsi e in parte anche poco sicuri: è invece molto probabile che il metodo dei raggi positivi, quando si riesca ad ottenere flussi molto intensi di corpuscoli, possa portare a una separazione, anche quantitativamente notevole.

c) Molta importanza hanno pure acquistata in questi ultimi anni le ricerche dirette a stabilire la relazione in cui stanno gli spettri di emissione e di assorbimento degli elementi colla loro costituzione isotopica. Già da tempo l'EHRENHAFT ⁽¹⁵⁾ osservava in una breve nota, pubblicata sulla « Nature » (a proposito della possibile differenza fra gli spettri di serie degli isotopi) come la formula primitiva di BOHR, nella quale appare la influenza della massa del nucleo atomico sulla frequenza emessa valga solo per il caso di un elettrone solo che si muova attorno al nucleo: si può però sostituire una formula più approssimata. Sempre secondo EHRENHAFT, quando si hanno due elettroni simmetrici rispetto al nucleo, l'influenza di piccole variazioni di massa nucleare sopra gli spettri di serie sparisce. Il BOHR ⁽¹⁶⁾ rispondeva a questo proposito che però, applicando la sua nuova teoria, si può aspettare, anche nei casi considerati dall'EHRENHAFT, una piccola influenza della massa nucleare sulle orbite elettroniche: quindi una piccola diversità per gli spettri di serie negli isotopi non potrebbe escludersi.

Poco più tardi NAGAOKA e SUGIURA ⁽¹⁷⁾ emisero l'ipotesi che solo una parte delle linee spettrali di un elemento siano determinate dai salti di orbita, secondo la regola dei quanti, che avvengono in ogni singolo atomo; ma supposero in più che alcune linee possano essere emesse per vibrazioni di coppie di atomi. In tale ipotesi è molto diverso il caso se l'elemento emittente è unico o è formato da una miscela di isotopi: in quest'ultimo caso le coppie possibili sono parecchie e questo porterebbe una notevole complessità nello spettro.

Il più semplice caso è quello di due soli isotopi: così per il cloro potrebbero funzionare come centri di emissione le coppie (35-35), (37-37), (35-37): per il litio le coppie (6-6), (7-7), (6-7) etc.

Gli A., introducendo anche l'ipotesi che l'energia di una di tali coppie non varii, quando ad un atomo si sostituisce il suo isotopo, calcolano per vari elementi la variazione di frequenza prodotta dalla variazione di massa: confrontano poi i risultati teorici colle osservazioni fatte sulle corrispondenti linee spettrali e i loro satelliti, trovando delle coincidenze notevoli. Così secondo gli A., per il litio le linee di serie 4132,58 (2p-5d) e 3985,94 (2p-5s) sarebbero emesse dalle coppie (6-6), (6-7) rispettivamente.

Il RUNGE ⁽¹⁸⁾ però si dichiara contrario a questa teoria e ritiene che le coincidenze osservate siano puramente casuali.

In un recente lavoro B. PERRETTE ⁽¹⁹⁾ determina le lunghezze d'onda di una serie di linee d'arco (nel primo ultravioletto) sia per il piombo comune (p. a 207,2), sia per il piombo ricavato dalla pechblenda (p. a 206,4), servendosi dell'*étalon* di FABRY e PEROT: e riscontra che le linee emesse dal piombo della pechblenda hanno lunghezze d'onda leggermente minori: manca però una teoria che dia una ragione quantitativa del fenomeno.

Relazioni notevoli ha stabilito il MULLIKEN ⁽²⁾ per l'effetto di isotopia nelle bande, riattaccandosi alle idee espresse da LOOMIS ⁽¹⁾ e KRATZER ⁽²⁾ sulle osservazioni di IMES ⁽³⁾ relativamente allo spettro di bande del cloro.

Il MULLIKEN, per ricavare le sue formule, considera due atomi isotopi A' e A'' di masse M'_A e M''_A , i quali con un terzo atomo B di massa M_B possano formare le molecole $A'B$, $A''B$. Tali molecole si differenziano soltanto per la massa, giacchè si possono considerare come identici la distanza tra gli atomi in ciascuna delle due molecole e il moto degli elettroni nella molecola; od almeno la differenza deve essere così piccola da produrre effetti ottici non facilmente riconoscibili cogli attuali metodi di misura. Invece, essendo praticamente identiche le forze di attrazione di A' su B e di A'' su B , ma diverse le masse, sarà diversa la frequenza delle vibrazioni nucleari e precisamente (siccome la frequenza delle vibrazioni dipende dalla massa relativa $\frac{M_A M_B}{M_A + M_B}$) le frequenze delle vibrazioni nucleari staranno nel rapporto

$$\frac{\nu'}{\nu''} = \sqrt{\frac{M''_A}{M'_A} \cdot \frac{M'_A + M_B}{M''_A + M_B}}.$$

Quindi un gas biatomico, le cui molecole siano formate da un elemento unico e un elemento con due isotopi, dovrà emettere, per dir così, un doppio spettro di bande. E così, nell' HCl , nelle cui molecole il cloro figura colle masse 35 e 37, le linee delle bande delle vibrazioni rotazionali devono essere doppietti con differenza di frequenza costante. (Vedi IMES, l. c.). Il MULLIKEN ha poi sviluppato ulteriormente la sua teoria e stabilite le formule per le frequenze corrispondenti alle teste delle bande date da varie molecole biatomiche formate da un elemento con isotopi ed un elemento con atomo unico, come BO , SiN , CuJ etc. ed anche per molecole come $CuCl$, $CuBr$.

In particolare il MULLIKEN ha studiato lo spettro di bande dato dal boro e dai suoi composti in presenza di azoto e di ossigeno e ha stabilito due formule che forniscono le frequenze delle teste o limiti di quattro bande presenti in ogni gruppo: di queste quattro bande due appartengono all'isotopo 10 e le altre due all'isotopo 11 del boro. Il confronto delle formule coi dati sperimentali fa poi ritenere al MULLIKEN che i centri di emissione siano molecole di BO .

Invece che riferirsi a spettri di emissione il PLYLER ⁽⁴⁾ cercò l'effetto di isotopia mediante l'assorbimento, sia esaminato direttamente sia mediante le corrispondenti bande di riflessione. L'A. esamina dapprima, servendosi del metodo della coppia termoelettrica, le bande d'assorbimento della *brucite* nell'ultrarosso, intorno a $2,5\mu$: e trova, oltre alla banda più intensa a $2,48\mu$, altre bande più deboli a $2,40$, $2,30$ e $2,14\mu$ che, in base a particolari considerazioni teoriche, attribuisce agli isotopi Mg_{10} , Mg_{11} , Mg_{12} già individuati dell'ASTON.

Per quanto riguarda la isotopia del nichel, l'A. esamina le bande di riflessioni delle soluzioni di solfato di nichel, che forniscono due massimi

a 9,15 e 9,50 μ , massimi che attribuisce agli isotopi 58 e 60: anzi, tenuto conto delle intensità relative dei due massimi, ne deduce che il Ni_m deve essere in quantità circa doppia del Ni_m , il che dà un peso atomico corrispondente al peso ordinario di combinazione, cioè 58,68.

Per il solfato di potassio si ottengono due bande di riflessione nell'ultrarosso a 9,1 e 9,4 μ , le quali, per la loro posizione, dovrebbero essere date da $K_{2,39}SO_4$ e $K_{39}K_{41}SO_4$, mentre non fu osservata la banda $K_{2,41}SO_4$. L'A., tenuto conto delle intensità, conclude essere $K_{39}:K_{41} = 19$, il che darebbe, come peso di combinazione dell'elemento misto, 39,1. Invece il solfato di cadmio dette una banda unica.

La calcite fornì nell'ultrarosso bande di riflessione negli intorno di 6,5 μ e precisamente con tre deboli massimi a 6,36, 6,54 e 6,62 μ con le intensità nel rapporto 1:20:4 in corrispondenza agli isotopi 39, 40, 44. Il peso di combinazione calcolato risulterebbe allora un po' superiore a quello sperimentale (40,4 invece di 40,1 circa): ma la divergenza si può facilmente spiegare, data la debolezza dei massimi e la difficoltà quindi di individuare con molta precisione le loro intensità relative. È anche da notare che, secondo le più recenti esperienze di ASTON (l. c.) lo solfo non sarebbe un elemento unico, ma risulterebbe di tre isotopi (sia pure con grande prevalenza dell'isotopo 32) e questo può portare qualche complicazione nelle esperienze coi solfati.

Da tutto ciò che precede su questo particolare argomento risulta che per la teoria della isotopia e per la sicura individuazione degli isotopi i metodi spettroscopici ordinari possono fornire risultati molto importanti, paragonabili a quelli dati degli spettri di massa: i due metodi possono anche servire di reciproco controllo.

d) Un'ultima questione assai importante si presenta rispetto agli isotopi: poichè una parte notevole degli elementi chimici è una miscela di isotopi, questa miscela è in ogni caso costante, per quanto riguarda il rapporto ponderale dei componenti? O, in altre parole, è il peso di combinazione una costante universale per ogni elemento?

Cominciamo subito dal ricordare che tale costanza non sussiste, quando, per disgregazione atomica, si formano nuovi atomi da atomi più complessi, dopo che la crosta terrestre ha assunto l'attuale stato di rigidità; quindi tale costanza può mancare per gli elementi radioattivi ed i loro prodotti finali (ed è tipico il caso del piombo, caso ormai ben noto e studiato). Fatto luogo a queste eccezioni si può dire che tutte le ricerche già conosciute ed eseguite da RICHARDS per il rame, da GLEDITSCH per il cloro, da BAXTER per il nichel, ricavati da minerali di età geologica anche molto diversa, da meteoriti etc., hanno condotto a pesi di combinazione costante.

Nuove ricerche su questo argomento hanno istituito JÄGER e DYKSTRA ⁽²⁾, HARKINS e STONE ⁽³⁾ e MENZIES ⁽⁴⁾.

I due primi esaminarono il silicio proveniente dalle meteoriti e quello dato da minerali terrestri di diversa età geologica e di diversa provenienza: invece di determinare direttamente il peso atomico, si servirono del peso specifico (che per gli isotopi di un elemento si può ritenere proporzionale al peso atomico) e propriamente non del silicio, ma di un com-

posto appropriato e cioè del silicio-tetraetile $\text{Si}(\text{C}_2\text{H}_5)_4$. Le differenze trovate di peso specifico, differenze estremamente piccole, sono dagli A. (in base a determinazioni di indici di rifrazione) attribuite ad impurità.

Gli A., trovando confermato, anche dalle loro esperienze, che il rapporto di mescolanza, per gli isotopi di un elemento, ha il carattere di una costante universale, emettono la ipotesi che i diversi isotopi componenti un elemento abbiano differente probabilità di formazione (e ciò, verisimilmente, per la differenza nei loro nuclei che hanno la stessa carica, ma differente massa). Quindi, qualunque siano le circostanze in cui l'elemento si è formato, il rapporto del numero di atomi dei vari isotopi è sempre costante.

HARKINS e STONE hanno ripreso in esame la composizione isotopica del cloro di varia origine (dalle meteoriti, dal salgemma, dalla Wernerite, dalle acque marine etc.): la costanza, che appare generale, del rapporto di mescolanze degli isotopi viene da HARKINS attribuita principalmente alla diversa stabilità per gli atomi dei vari isotopi di uno stesso elemento.

Anche il MENZIES ha eseguito analoghe ricerche sperimentali ed è giunto alle stesse conclusioni di HARKINS e STONE; egli osserva però che, per quanto riguarda il cloro delle meteoriti, esso potrebbe non essere primario (cioè di provenienza extraterrestre, come il ferro delle meteoriti stesse), ma secondario, cioè di provenienza terrestre, per le azioni chimiche sul masso meteorico dopo la sua caduta. Ad ogni modo anche queste ultime esperienze confermano che (a parte le eccezioni prima indicate) il rapporto di miscela per gli isotopi appare come una costante universale per ogni elemento.

BIBLIOGRAFIA

- (1) F. W. ASTON, « Nature », 116-1925; « Phil. Mag. », 49-1925; « Nature », 117-1926; « Proc. Roy. Soc. of London », 115-1926; « Nature », 119-1927.
- (2) M. MORAND, « C. R. », 1926; « Annales de Physique », 7-1927.
- (3) J. L. COSTA, « C. R. », 180-1925.
- (4) F. W. ASTON, « Nature », 120-1927.
- (5) O. HAHN, « Zeit. für an. Chemie », 147-1925.
- (6) J. N. BRONSTED, « Zeit. für Phys. Chemie », 1921-99, G. v. HEVESY, « Phil. Mag. », 43-1922.
- (7) T. W. RICHARDS, H. S. KING e L. P. HALL, « Journ. Am. Chem. Soc. », 48-1926.
- (8) W. D. HARKINS e F. A. JENKINS, « Journ. Am. Chem. Soc. », 48-1926.
- (9) J. SAMESHINA, K. AIHARA e T. SHIRAI, « Science Reports of Tôhoku Imp. University », 12-1923.
- (10) J. KENDALL, J. F. WHITE, « Proc. Nat. Ac. Amer. », 10-1924.
- (11) J. G. PILLEY, « Phil Mag. », 1925.
- (12) A. EILERT, « Verh. d. D. Phys. Gesell. », 4-1923 e 5-1924.
- (13) H. BRENNEN, « C. R. », 4, 1925.
- (14) H. S. KING, « Journ. Am. Chem. Soc. », 49-1927.
- (15) P. EHRENFHART, « Nature », 109-1922.
- (16) N. BOHR, « Nature », 109-1922.

- (17) A. NAGAOKA e Y. SUGIURA, « Japan. Journ. of Physics », 2-1923.
- (18) C. RUNGE, « Nature », 113-1924.
- (19) B. PERRETTE, « C. R. », 180-1925.
- (20) R. MULLIKEN, « Phys. Rev. », 25 e 26-1925.
- (21) F. W. LOOMIS, « Astrophys. Journal », 52-1920.
- (22) A. KRATZER, « Zeit. fur Physik. », 3-1923.
- (23) E. S. IMES, « Astrophys. Journal », 50-1919.
- (24) E. K. PLYLER, « Phys. Rev. », 28-1926 e « Science », 65-1927.
- (25) JÄGER e DYKSTRA, « Proceed. Amsterdam », 27-1926.
- (26) W. HARKINS e S. STONE, « Nat. », 116-1925 e « Journal Am. Chem. Soc. », 48-1926.
- (27) A. MENZIES, « Nature », 116-1925.

NOTIZIARIO

Nuove teorie della meccanica quantistica.

Nell'*Annuario scientifico ed industriale*, anno LXIII (1926), vol. I (Milano, Treves, 1928), BEPPO LEVI si occupa delle nuove teorie della meccanica quantistica e delle loro relazioni con l'analisi, limitatamente all'anno 1926.

Dopo esposte in maniera magistrale e con tutta la simpatia che meritano la meccanica delle matrici della scuola di Göttingen e la meccanica ondulatoria dello SCHRÖDINGER e del DE BROGLIE, l'A. esprime il suo pensiero « in maniera forse troppo brusca », dicendo che, in questi vari tentativi, gli pare di vedere « una specie di superstizione algoritmica; una specie di fede in una soprannaturale magia della formula matematica » insieme con « l'indeterminata ipotesi di una meccanica teleologica per la quale lo stato di un sistema possa essere influenzato dagli stati futuri o da quelli possibili ».

« Egli è vero — aggiunge l'illustre matematico, divenuto, da qualche anno, fisico entusiasta, — che, esagerando forse qualche principio di filosofia naturale che informò le teorie fisico-matematiche del KIRCHHOFF e del MAXWELL, si è guardato spesso con simpatia alla eliminazione delle ipotesi incontrollabili e alla sostituzione di esse con le « equazioni » che esprimono i dati sperimentali diretti — e a questo ordine di pensieri si riferiscono esplicitamente, come abbiamo ricordato, HEISENBERG e BORN —; ma il programma seducente ci pare di fatto inattuabile, perchè anche le equazioni sono astrazioni e generalizzazioni dei dati sperimentali e non sono i dati medesimi. Esso ci pare anche contrario ai bisogni della nostra intuizione: la fisica non sarebbe certo al punto d'oggi, se essa avesse respinto l'ipotesi molecolare, per quanto incontrollabile ».

L'automobile di Leonardo.

Nel fascicolo di gennaio-marzo 1928 dell'*Archeion*, GUIDO SEMENZA, dopo aver discusso due ipotesi sulla natura di un carrello disegnato da LEONARDO nel *Codice Atlantico*, conclude che si tratti veramente di un automobile, analogamente a quanto aveva affermato GEROLAMO CALVI in una memoria (1905) rimasta inedita.

« Vi riscontriamo senza alcun dubbio un giuoco di molle, che costituisce la sola origine di forza motrice meccanica, o se si vuol essere più esatti, il solo modo di accumulare energia in piccolo spazio che fosse ancora a disposizione: vi è, anche questo senza alcun dubbio, un « differenziale » necessario perchè un carro mosso dalle proprie ruote, giri bene nelle curve:

e infine il carrello è provvisto di uno sterzo, un organo di direzione da manovrarsi da chi è sul carro stesso e che non sarebbe giustificato in un veicolo qualunque. Un automobile dunque, un carro che cammina senza essere trainato: avrà potuto avere una corsa di qualche decina di metri, ma il riuscire a questo poteva bene essere un problema abbastanza attraente per uno spirito come quello di LEONARDO: forse era soltanto destinato a far avanzare uno di quei carri d'assalto di cui troviamo numerosi esempi nei suoi disegni (Confronta foglio 15 R. b). Che se poi io errassi in questa assunzione, l'aver LEONARDO disegnato un « differenziale » sarebbe già da sè solo una nuova pietra al monumento della sua gloria ».

L'Annuario dell'Associazione Ottica Italiana.

Il primo Annuario (1928) dell'*Associazione Ottica Italiana* contiene notizie storiche su HUYGHENS, NEWTON, YOUNG, FRESNEL, FRAUNHOFER e due scritti di G. MARTINEZ e di GIORGIO ABETTI. Il MARTINEZ illustra lo scopo dell'*A. O. I.* che è, in breve, quello di creare nel paese una coscienza ottica; l'ABETTI in uno studio sulle protuberanze solari, mette in evidenza « il ricco e preciso contributo di osservazioni e di geniale interpretazione dei risultati » che in questo campo, come in tanti altri dell'astrofisica, ha portato il SECCHI.

seb. t.

RIVISTA

LE AURORE POLARI

Nota del dott. Ivo RANZI

Supponendo note tutte le modalità del meraviglioso fenomeno naturale delle aurore polari, passeremo rapidamente in rassegna le varie teorie proposte per spiegare tale fenomeno, limitandoci a quelle che presentano qualche base seria: infine esporremo i risultati di alcune recentissime ricerche sull'origine dello spettro della luce aurorale e vedremo quali siano le questioni principali ancora da risolvere.

Teorie sull'origine delle aurore polari.

Le uniche teorie che appaiono seriamente fondate sono quelle che fanno intervenire fenomeni di natura elettrica nelle manifestazioni aurorali. Una teoria di tale tipo, ora già vecchia, ma che mette in gioco un fenomeno di cui al giorno d'oggi, a torto, non si tien più gran conto, è basata sull'ipotesi di una grande conducibilità dell'alta atmosfera, ipotesi questa che, in base a vari fatti, ha acquistato ora un alto grado di verisimiglianza. Nel movimento di rotazione della terra, gli strati conduttori dell'alta atmosfera, che non vengono completamente trascinati, possiedono un movimento relativo rispetto alle linee di forza del campo magnetico terrestre: per ciò, tutto avviene come se essi stessero fermi e un flusso magnetico li attraversasse da ovest verso est: in conseguenza di ciò deve svilupparsi una forza elettromotrice diretta, in ciascun emisfero, dall'equatore verso i poli, la quale deve causare un apporto di cariche positive nelle regioni polari e di cariche negative all'equatore: alle prime sarebbero dovuti i fenomeni aurorali, alle seconde i temporali giornalieri delle regioni equatoriali (¹). Quantunque tale teoria si presenti sotto una forma un po' vaga, tuttavia essa è interessante pel fenomeno di induzione che fa entrare in gioco.

Ma le teorie che hanno incontrato il maggior favore e che appaiono basate su qualche dato sperimentale sono quelle che fanno intervenire un irraggiamento di elettroni o di ioni positivi emessi dal sole verso la terra: la prima ipotesi di tale natura fu emessa dal DONATI nel 1872; in seguito il GOLDSTEIN, nel 1881 (²), pensò che la radiazione in parola dovesse esser costituita da raggi analoghi ai catodici: tali teorie però erano formulate in una maniera molto vaga. Ugualmente, il PAULSEN, nel 1894 (³), emise una teoria in cui faceva intervenire bensì raggi catodici emessi dagli strati elevati dell'atmosfera verso il basso, ma anche una *materia aurorale* di natura puramente ipotetica, luminosa per se stessa.

Ma l'ipotesi dell'intervento di raggi analoghi ai catodici nei fenomeni aurorali fu presentata sotto una forma precisa da K. BIRKELAND: questi, nel 1896 (*), riferì di un'esperienza fatta per vedere la traiettoria dei raggi catodici in un tubo di CROOKES, sotto l'azione di un forte campo magnetico: egli osservò così che i raggi catodici convergevano in punto. H. POINCARÉ spiegò, in base a un teorema di DARBOUX, l'esperienza di BIRKELAND e giunse alla conclusione che la traiettoria di un corpuscolo catodico in un campo magnetico sufficientemente intenso è una linea geodetica di un cono di rivoluzione il cui vertice coincide col polo magnetico. In seguito il BIRKELAND, a supporto della sua ipotesi, eseguì un'altra serie di esperienze in cui un magnete sferico era bombardato da raggi catodici: in opportune condizioni, si producevano due bande luminose attorno ai poli della sfera, a simiglianza di quanto avviene per gli anelli luminosi delle aurore polari.

Il primo risultato importante dunque sembrava ottenuto, e cioè la dimostrazione sperimentale dell'azione di risucchio da parte dei poli terrestri sui corpuscoli catodici emanati dal sole e la conseguente formazione di anelli luminosi sulla superficie del magnete.

CARL STÖRMER, insigne matematico, iniziò nel 1903 una serie di ricerche teoriche intese a spiegare, dapprima, in tutti i loro particolari, le esperienze di BIRKELAND, e a giungere, in seguito, a una teoria completa delle aurore boreali e delle perturbazioni magnetiche (*). L'opera dello STÖRMER è di un'importanza veramente enorme in questo campo ed ha fornito una teoria che è l'unica a dare una spiegazione abbastanza soddisfacente dei principali caratteri del fenomeno delle aurore polari.

Il problema teorico, di trovare le traiettorie di corpuscoli negativi nel campo di un magnete elementare, che lo STÖRMER si pose era assai complesso, per cui egli dovette fare varie ipotesi semplificatrici, che però nulla toglievano alla validità di una teoria generale. Dalla soluzione del problema analitico, così posto, lo STÖRMER trovò che una larga zona attorno all'equatore e due zone attorno all'asse magnetico non possono essere investite dalle radiazioni elettroniche: queste si concentrano quasi in due bande, l'una artica e l'altra antartica, in cui si deve avere la frequenza massima delle aurore polari: queste deduzioni sono pienamente confermate, almeno qualitativamente, dalle osservazioni fatte.

Inoltre, la teoria spiega pure soddisfacentemente la conformazione delle aurore secondo lunghi archi o drappi orientati dall'ovest verso l'est magnetico, la variabilità così accentuata dei fenomeni d'aurora, la breve durata dei drappi luminosi raggianti, la forma e l'orientamento dei raggi aurorali.

Non è altrettanto soddisfacente però la spiegazione quantitativa di alcuni fatti, tra cui il più importante è quello relativo alla situazione della zona di frequenza massima delle aurore polari. Il calcolo, in base alla teoria dello STÖRMER, della distanza angolare estrema dall'asse magnetico terrestre a cui l'aurora può arrivare, supponendo si tratti di raggi catodici emessi dal sole verso la terra, porta a valori compresi fra 2° e 6° ; se, invece, si suppone che la radiazione emessa dal sole consti di particelle α del tipo di quelle emesse dalle sostanze radioattive, il valore della detta distanza risulta compreso fra 16° e 19° . La distanza angolare media osservata è di

23° circa e inoltre, durante le forti perturbazioni magnetiche, le aurore polari possono allontanarsi sino a 40° e più dall'asse magnetico. Tali risultati costituivano una seria obiezione alla teoria di BIRKELAND: lo STÖRMER, per togliere così grave disaccordo tra teoria ed osservazione, riprese i calcoli, partendo da ipotesi meno semplici e giunse ad interessanti risultati, col considerare l'influenza di un anello corpuscolare, costituito da elettroni e situato nel piano equatoriale a una certa distanza dalla terra: bisogna notare che le esperienze di BIRKELAND mostravano la formazione di un simile anello e anche la teoria primitiva dello STÖRMER faceva prevalere la sua esistenza. Sotto l'influenza di un anello corpuscolare, la cui azione magnetica sulla terra fosse inferiore anche a una millesima parte del magnetismo terrestre, la zona di frequenza massima delle aurore prevista dalla teoria coinciderebbe con quella osservata: inoltre, dalla teoria così modificata, si deduce che l'apparizione di aurore a distanze angolari superiori ai 30°, 50° dall'asse magnetico devono essere sempre accompagnate da perturbazioni magnetiche: le osservazioni fatte confermano tale importante deduzione. Il BIRKELAND coll'esecuzione di importanti esperienze di laboratorio, coll'impianto e l'organizzazione di osservatori nelle regioni polari ha compiuto un'opera veramente considerevole, per la spiegazione dei fenomeni aurorali. Inoltre la collaborazione di CARLO STÖRMER, nei calcoli difficili e complicati delle traiettorie elettroniche, ha dato una base teorica di grandissimo valore alla sua concezione.

Una interessantissima esperienza di VILLARD (*) sembra apportare un appoggio considerevole alla teoria di BIRKELAND. Sottoponendo, in modo opportuno, un fascio di raggi catodici all'azione di un campo magnetico, il VILLARD riuscì a riprodurre una delle più brillanti manifestazioni aurorali, cioè *l'aurora a ventaglio*. In tale realizzazione sperimentale, che colpisce per la sua simiglianza al fenomeno naturale, si osserva il caratteristico arco aurorale oscuro sui contorni del quale si appoggiano le basi più luminose del resto, dei raggi divergenti. Se la sorgente di elettricità che alimenta il tubo da scarica presenta delle variazioni periodiche di voltaggio, si produce la rotazione dell'aurora artificiale, e, se si varia anche l'intensità del campo magnetico, si hanno movimenti vari dei raggi luminosi: la cosiddetta *danza dei raggi*, osservata in natura, può quindi interpretarsi come dovuta a variazioni del campo magnetico e del campo elettrico terrestre. Il VILLARD ammette che le particelle catodiche di provenienza solare, giungendo, per effetto del campo magnetico terrestre, in vicinanza dei poli, urtino contro gli aghetti di ghiaccio che costituiscono i cirri, i quali, come è noto, accompagnano sempre le manifestazioni aurorali: questi aghetti possono essere elettrizzati negativamente, perchè i ioni negativi condensano il vapor d'acqua più facilmente dei ioni positivi, e costituiscono quindi degli estesi catodi secondari, cosicchè sotto l'urto dei raggi catodici si ha un'emissione abbondante di elettroni. Il VILLARD cercò poi di spiegare, in base all'azione del campo magnetico terrestre, le varie manifestazioni osservate nelle aurore polari; in particolare, egli trovò che il fascio di raggi catodici, giunto in prossimità di un polo, deve bruscamente invertire il proprio cam-

mino (generalmente elicoidale), per dirigersi verso l'altro polo: ugualmente questo polo non può venire raggiunto, ma, a una certa distanza, si ha una nuova inversione nella traiettoria. Dunque, per un certo spazio attorno ai poli si deve avere completa oscurità; in corrispondenza di tale spazio, nell'aurora naturale si ha l'arco aurorale. Altra conseguenza importante di tale teoria (e anche dell'esperienza che a questa ha dato origine) è l'apparizione contemporanea delle aurore polari nei due emisferi. Questa simultaneità, benchè di difficile constatazione per le diverse condizioni d'illuminazione solare, nello stesso momento, nei due emisferi, tuttavia da parecchie osservazioni fatte (anche in base alle perturbazioni magnetiche caratteristiche delle aurore), sembra che corrisponda alla realtà.

Passiamo ora a un rapido cenno alle teorie che, contrariamente a quelle di BIRKELAND, STÖRMER, VILLARD ecc., fanno intervenire un irraggiamento dal sole non già di elettroni ma di ioni positivi, analoghi ai raggi α . VEGARD ha formulato una di tali teorie (¹), la quale però per le varie ipotesi che bisogna ammettere, non presenta un buon grado di attendibilità.

Però l'applicazione del calcolo alla determinazione delle traiettorie dei raggi α sembra dare dei risultati che si accordano meglio coi fatti osservati che non quelli a cui si giunge coll'ipotesi dei raggi catodici. Il VEGARD, poi, pensa che contemporaneamente alla emissione anodica solare, si abbia una emissione catodica, a cui sarebbero dovute le tempeste magnetiche. La teoria di VEGARD e quelle analoghe non rendono ragione di un gran numero di fatti che invece le teorie basate sull'emissione catodica sembrano sufficientemente spiegare: perciò, come conclusione, si può dire che ancor oggi la teoria che presenta il maggior grado di verisimiglianza è quella di BIRKELAND e STÖRMER; ma non bisogna nascondersi che siamo ben lungi dall'aver in questa una spiegazione soddisfacente di tutti i fenomeni osservati e che rimane sempre una questione oltremodo difficile da risolvere, la questione, cioè, della emissione catodica originale. BIRKELAND suppone che questa emissione risulti dalle tempeste solari e che i centri di emissione siano costituiti dalle macchie. Però lo SCHUSTER (²), con semplici considerazioni sulle azioni elettrostatiche fra gli elementi che dovrebbero costituire questi getti di corpuscoli elettrizzati, ha potuto dimostrare che tali getti si disgregano molto rapidamente e non possono giungere sino a noi. Ammesso che si tratti di un'emissione generale dalla superficie solare, resta da spiegare come possano queste radiazioni sfuggire al campo magnetico dell'astro, a meno di supporre che quest'ultimo sia di un valore oltremodo piccolo. Una tale supposizione parrebbe in contraddizione formale colle esperienze di HALE (³), che dimostrano l'esistenza di campi magnetici notevolissimi (di 30.000 gauss) al centro delle macchie: tali campi però diminuiscono rapidamente quando ci si allontana dal centro e inoltre sono limitati alle macchie stesse e agli strati bassi: al bordo del sole, secondo HALE, il campo si ridurrebbe a 25 gauss circa: un tale valore è ancora troppo elevato perchè gli elettroni possano sfuggire. D'altra parte C. STÖRMER (⁴), in base al calcolo delle traiettorie dei raggi coronali osservate in un'eclisse totale di sole, supponendo tali raggi costituiti da radiazioni

cattodiche della stessa natura di quelle che provocano le aurore polari, ha trovato per la forza magnetica alla superficie del sole il valore approssimato di 10^{-7} gauss. H. DESLANDRES ⁽¹⁾ con tutt'altro metodo aveva trovato anteriormente lo stesso valore. Questa apparente incompatibilità dei risultati, secondo DESLANDRES, è dovuta al fatto che il campo studiato da HALE si riferisce agli strati bassi dell'atmosfera solare, mentre i calcoli suoi e dello STÖRMER si riferiscono agli strati superiori.

Bisogna anche tener conto del fatto che le relazioni fra aurore polari e variazioni solari sono state stabilite in modo indubbio: infatti la frequenza d'apparizione delle aurore mostra una stretta relazione col ciclo delle macchie solari e le notevoli perturbazioni solari appaiono d'ordinario quando le aurore sono assai brillanti ed estese.

Ci sembra opportuno ricordare qui un altro ordine di fatti, che potrebbero forse portare un po' più di luce sulle relazioni fra attività solare e aurore polari. È innegabile che le grandi tempeste magnetiche sono per lo più accompagnate da intense manifestazioni aurorali: ora, gli studi recenti sulle relazioni tra eruzioni solari e tempeste magnetiche terrestri hanno portato a stabilire che esiste una stretta connessione tra i due fatti e che le tempeste magnetiche non possono essere causate direttamente dai campi magnetici delle macchie solari, dato il fatto che la intensità del campo nelle macchie decresce rapidamente dal livello della fotosfera verso la cromosfera (HALE); ma la loro origine è dovuta a sciami di corpuscoli proiettati da limitate regioni della superficie solare attorno alle macchie. Dal ritardo con cui la tempesta magnetica raggiunge il massimo d'intensità rispetto all'attività della eruzione corrispondente, si può dedurre, secondo un calcolo recentemente fatto dall'ABETTI ⁽²⁾, una velocità di 1600 Km/sec per la trasmissione della perturbazione dal sole alla terra. Il MILNE ⁽³⁾ aveva in precedenza calcolato la velocità limite con cui atomi ad alta velocità possono uscire dal campo gravitazionale del sole, sotto l'azione della pressione di radiazione: per gli atomi di $Ca+$ egli trovò una velocità di 1630 Km/sec ed anche per atomi di altri elementi, come ad es. H , He , $Ti+$, Sr , Mg , trovò delle velocità dello stesso ordine di grandezza.

La coincidenza di tali valori teorici con quelli dedotti dall'ABETTI sembra appoggiare l'ipotesi di una emissione, dalle regioni perturbate del sole, di sciami di atomi, che, quando la loro direzione è tale da investire la terra, diano origine alle tempeste magnetiche e, in particolari condizioni, alle aurore polari.

Contro una tale ipotesi rimane però la dimostrazione dello SCHUSTER ⁽⁴⁾, secondo cui raggi corpuscolari emessi a sciami dal sole si disgregherebbero rapidamente (*).

(*) Assai recentemente HULBURT (« Phys. Rev. », 1928, 31, p. 1038) ha emesso l'ipotesi che l'aurora sia dovuta alla luce ultravioletta solare, la quale produce ioni ed elettroni nell'alta atmosfera; questi ioni si diffondono lungo le linee di forza magnetiche, si concentrano verso i poli, e quivi si ricombinano sviluppando l'energia necessaria a produrre l'aurora.

Lo spettro della luce aurorale.

La maggior probabilità di giungere a una soluzione del problema dell'origine delle aurore polari si ha certamente nello studio dello spettro caratteristico della luce aurorale. Vediamo ora a quale punto siano presentemente le nostre conoscenze al riguardo.

Lo spettro della luce aurorale è così costituito:

1° Una serie di quattro bande ben marcate le cui teste corrispondono alle lunghezze d'onda 3914, 4278, 4708 e 5227 Å.

2° Una intensa e finissima riga giallo-verdastra, la cui lunghezza d'onda, misurata recentemente con grande esattezza da BABCOCK ⁽¹⁾ mediante un interferometro di FABRY e PEROT, è risultata di $5577,35 \pm 0.005$ Å: la sua larghezza non è superiore a 0,035 Å.

Le bande 3914, 4278, 4708 e 5227 Å sono state identificate coi principali membri del primo sistema negativo di bande dell'azoto gassoso.

Per ciò che riguarda la riga verde 5577,35 fino a qualche tempo fa non è stata possibile riferirla ad alcuno dei gas noti, per cui la si attribuiva a un gas ancora incognito. Nel 1923 il VEGARD ⁽²⁾ emise l'ipotesi che l'origine della radiazione verde aurorale dovesse essere ricercata nel bombardamento elettronico di particelle d'azoto allo stato solido, finalmente suddivise e in sospensione nell'alta atmosfera. Per verificare tale ipotesi, egli eseguì varie esperienze, nel laboratorio criogenico di Leyda, sul bombardamento dell'azoto solido da parte di raggi catodici; e nel 1924 ⁽³⁾ annunciò di aver trovato nello spettro della luce così emessa, una riga che si avvicinava moltissimo alla riga verde aurorale. Poco dopo tale annuncio, il MC LENNAN, colla collaborazione di SHRUM, FRERN e THOMSON ⁽⁴⁾, studiò con maggior precisione lo spettro dell'azoto solido bombardato da elettroni: ma i risultati ottenuti non confermavano affatto le conclusioni del VEGARD: infatti egli trovò bensì una banda *N*, identica a quella ottenuta dal VEGARD, nella quale questi pensava si trovasse la riga aurorale, ma un esame attento mostrò che tale banda è costituita di tre membri di λ 5556, 5617 e 5654 Å, i quali sono estremamente larghi e diffusi: ciascuno ha un'estensione di circa 50 a 100 Å: è quindi impossibile che la luce di questi membri o di tutti assieme consenta di ottenere un sistema nettissimo di interferenza quale fu ottenuto da BABCOCK. Perciò la ipotesi del VEGARD è affatto insostenibile.

Il MC LENNAN continuò le sue ricerche in altro senso e riuscì a scoprire nello spettro dell'ossigeno eccitato in particolari condizioni ⁽⁵⁾ una riga in tutto identica a quella aurorale: infatti la misura della sua lunghezza d'onda, eseguita con un interferometro di FABRY e PEROT, fornì il valore di $5577,341 \pm 0.004$ Å: la larghezza della riga stessa fu trovata di circa 0,030 Å: perciò la sua identità colla riga verde aurorale si può dire praticamente stabilita.

La intensità della riga osservata nello spettro dell'ossigeno presentava delle marcate variazioni al variare delle condizioni di eccitazione: l'elio e ancor più il neon e l'argon quando venivano mescolati coll'ossigeno ne rin-

forzavano notevolmente la intensità. Ora che, grazie alle ricerche del MC LENNAN, si è potuto stabilire in modo indubbio l'origine della riga verde aurorale, rimane un problema ancora insoluto: la determinazione, cioè, dell'agente o degli agenti che tale radiazione eccitano. È noto che l'esame spettrale della luminosità che si osserva nel cielo notturno ha permesso di stabilire l'esistenza di una riga verde, la cui lunghezza d'onda coincide con quella della riga verde aurorale, e che va di conseguenza attribuita all'ossigeno: le altre radiazioni che si notano nello spettro della luce del cielo notturno sono di intensità estremamente piccola, almeno per ciò che riguarda lo spettro visibile. Ora, non è ben noto in quale stato l'ossigeno possa emettere la riga verde aurorale soltanto e non altre radiazioni. Il MC LENNAN, nella sua comunicazione al Congresso internazionale dei fisici, a Como, ha emesso l'ipotesi che la luminosità dell'ossigeno nell'alta atmosfera debba attribuirsi all'ozono presente alle altitudini aurorali e la cui esistenza è stata chiaramente dimostrata: può darsi che nel processo di dissociazione dell'ozono in ossigeno o nel processo per cui una molecola di ossigeno è dissociata o formata, alcuni atomi passino in uno stato energetico più elevato del normale e che tale passaggio sia accompagnato dalla emissione della radiazione aurorale e del cielo notturno di λ 5577,341 Å, e probabilmente dall'emissione di altra luce non scoperta sinora (ultravioletta o infrarossa).

Dato il fatto che nello spettro aurorale appaiono le bande dell'azoto molecolare e la riga verde dell'ossigeno, mentre nella radiazione del cielo notturno è presente la sola riga verde dell'ossigeno (atomico), il MC LENNAN deduce che le molecole di azoto e gli atomi di ossigeno sono presenti alla stessa elevata altitudine nell'atmosfera, ma che per l'eccitazione del primo sistema negativo di bande dell'azoto molecolare occorre un agente di maggior intensità di quello che sempre agisce per eccitare l'emissione della riga spettrale 5577,341 Å dagli atomi di ossigeno. Non è chiaro come l'ossigeno atomico e l'azoto molecolare possano raggiungere altezze tanto elevate nell'atmosfera terrestre (fino a 700 Km.), ma secondo il MC LENNAN non sembra necessario supporre che essi non siano di origine terrestre. Secondo l'A. bisogna tener conto della probabilità che la radiazione solare possa avere un qualche effetto sulla produzione della radiazione verde aurorale, e del fatto che la massima intensità nello spettro solare si ha appunto tra le lunghezze d'onda di 5000 e 6000 Å ed infine che nell'alta atmosfera possano essere presenti radiazioni solari di lunghezze d'onda inferiori ai 3000 Å.

In conclusione, si può dire che il complesso problema dell'origine dell'aurora polare (e della luce del cielo notturno) si avvia verso la sua soluzione, ora che si è potuto con sicurezza stabilire la natura della famosa riga verde.

Molto ancora resta da fare, specialmente per ciò che riguarda le particolari condizioni di eccitazione per cui appare la sola riga verde dell'ossigeno atomico.

BIBLIOGRAFIA

- (1) CHAUVEAU, « Ann. d. Bur. Centr. Météor. », t. III, 1899, p. c. 50.
- (2) GOLDSTEIN, « Wied. Ann. », t. 12, p. 266, 1881.
- (3) PAULSEN, *Sur les récentes théories de l'aurore polaire*, (1906).
- (4) BIRKELAND, « Archives de Genève », p. 497, 1896. *Expédition norvégienne 1899-1900 pour l'étude des aurores boréales*. Christiania, 1901.
- (5) C. STÖRMER, « Terrestrial Magnetisme », t. 22, p. 22 e p. 97, 1917.
- (6) P. VILLARD, « Radium », t. 3, p. 97, 1906.
- (7) L. VEGARD, « Phil. Mag. », 23, p. 211, 1912 ; « Ann. d. Phys », 50, pagina 850, 1916.
- (8) SCHUSTER, « Proc. Roy. Soc. », 85, p. 44, 1911.
- (9) HALE, « Journ. de Phys. », t. 3, p. 914, 1913.
- (10) STÖRMER, « C. R. », t. 174, p. 1447, 1922.
- (11) DESLANDRES, « C. R. », t. 157, p. 517, 1913.
- (12) ABETTI, « Atti Acc. Lincei », vol. V, p. 721, 1927.
- (13) MILNE, « Monthly Not. R. A. S. », vol. 86, p. 459, 1926.
- (14) BABCOCK, « Astroph. Journ. », t. 57, p. 209, 1923.
- (15) VEGARD, « Phil. Mag. », vol. 46, p. 193, 1923.
- (16) VEGARD, « Nature », p. 716, « May », 17, 1924.
- (17) MC LENNAN, « Proc. Roy. Soc. A. », vol. 116, p. 1, 1927 ; p. 12, 1927, n.º 773.
- (18) MC LENNAN, « Proc. Roy. Soc. A. », vol. 108, p. 501, 1925 ; vol. 115, pagina 515, 1927. Vedi pure CARIO, « Z. f. Physik. », vol. 42, p. 15, 1927.

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

SUNTI DEI RENDICONTI

2° SEMESTRE 1927

FISICA

Un metodo statistico per la determinazione di alcune proprietà dell'atomo - FERMI E. (pag. 602) — In questa nota viene studiata la distribuzione degli elettroni di un atomo in funzione della distanza r dal nucleo. Si applica per questo un metodo statistico consistente nel considerare gli elettroni, dato il loro considerevole numero, come un gas che si trovi in stato di completa degenerazione. Si stabilisce così una equazione differenziale la cui integrazione, che viene effettuata numericamente, determina il potenziale elettrico dell'atomo in funzione di r . Nelle note seguenti sono mostrate le applicazioni alla teoria della formazione dei gruppi anomali nel sistema periodico di MENDELEJEFF e al calcolo delle energie degli stati stazionari di tutti gli elettroni dell'atomo. - E. FERMI.

Sul fenomeno Doppler d'accelerazione - GIORGI G. (pag. 261) — Fra gli scienziati che si interessano al dibattito sull'ipotesi balistica nella propagazione luminosa, discussioni recenti sono sorte intorno alla previsione di un cosiddetto effetto DOPPLER d'accelerazione che si dovrebbe produrre, in aggiunta all'effetto DOPPLER ordinario, allorchando una stella lontana possiede un'accelerazione diretta verso la terra. Gli astronomi, come BERNHEIMER e DE SITTER, avevano dedotto che tale accelerazione avrebbe dovuto produrre un'abbreviazione degli intervalli d'arrivo fra le onde successive, e quindi una variazione della frequenza di ricezione; e non verificandosi questa variazione, ne conseguivano argomenti contro la teoria balistica. Di recente una nota autorevolmente scritta da CORBINO e LEVI-CIVITA, approfondendo la teoria matematica del fenomeno aveva concluso che, ferma stante l'ipotesi classica sulla emissione isocrona delle onde luminose, sarebbero dovute avvenire, per certe stelle conosciute, variazioni grandissime della frequenza, tali da fare oscillare le righe fino al di fuori dello spettro; ciò che non avviene. Questa conclusione era stata interpretata nel mondo scientifico, con una portata al di là del pensiero degli autori, quale una condanna definitiva dell'ipotesi balistica.

Il GIORGI in questa Nota riprende in nuovo esame la questione, e mostra che spingendo l'approssimazione del calcolo a quei termini ulteriori che gli autori precedenti non hanno calcolato, si perviene bensì a variazioni della frequenza d'arrivo, ancor più grandi di quelle calcolate da CORBINO e LEVI-CIVITA, perchè in casi di molte stelle doppie ben note, tale frequenza do-

vrebbe arrivare fino all'infinito. Egli fa osservare però che tale risultato non costituisce una previsione nuova in confronto a quelle fatte dai difensori della teoria balistica, perchè il LA ROSA ha calcolato appunto sui raggi emessi dopo che raggiungono quelli emessi prima, cioè su una riduzione a zero di certi intervalli d'arrivo.

Da questa riduzione non è detto che dovrebbe seguire con certezza uno spostamento di righe spettrali. E le previsioni si modificano ancora più grandemente, se si tiene conto che l'emissione luminosa nel fatto avviene, non per effetto di radiatori isocroni, ma quantisticamente. Quando una stella dotata di velocità e d'accelerazione radiale emette luce quantizzata, la velocità produce bensì l'effetto DOPPLER ordinario, ma l'accelerazione deve rimanere senza influenza sulla posizione delle righe spettrali.

Per conseguenza, conclude il GIORGI che le conclusioni finora tratte dalle previsioni sul fenomeno DOPPLER d'accelerazione sono tutte premature. Dalla ricerca di un fenomeno siffatto non si può trarre argomento alcuno a favore o contro la ipotesi balistica. E gli argomenti che potranno realmente dimostrare erronea questa ipotesi si devono ricercare in altri ordini di fenomeni. - LA REDAZIONE.

Ulteriori ricerche sulla dispersione rifrattiva e rotatoria naturale - PAGLIARULO M. L. (pag. 157) — L'Autore ha esteso le sue ricerche all'aspartato monoisoamilico, confermando come esista una relazione fra la dispersione rotatoria e la rifrattiva, relazione la quale sfugge all'esame diretto delle curve di dispersione e può essere messa in evidenza applicando il metodo di derivazione dovuto al prof. Cantone - O. SPECCHIA.

Sopra l'intensità di una riga proibita del potassio - RASETTI F. (pag. 54) — L'A. descrive alcune esperienze eseguite sul vapore di potassio, allo scopo di vedere se la presenza delle righe proibite (che si manifestano soltanto quando l'atomo è soggetto a campi elettrici e magnetici), sia un effetto di pressione. Queste righe si osservano anche in assorbimento nei metalli alcalini (combinazioni $S-D$) e per esse l'A. determina la dispersione anomala, legata all'assorbimento, servendosi del metodo PUCCIANTI. Ad una certa pressione del vapore di potassio, con una sola fotografia delle frange, l'A. poteva avere, per dispersione anomala, forte inclinazione di esse nella regione delle righe rosse della serie principale ed in quelle di una riga proibita. Le misure davano il numero degli elettroni di dispersione per la riga proibita, un milione di volte minore che per il primo doppietto della serie principale. Per questo il numero degli elettroni di dispersione è di uno per atomo, come ha determinato con precisione R. MINKOWSKY (1926); per la riga proibita sarà di uno per 10^6 atomi.

L'A. non ha potuto fare simili esperienze per diverse pressioni, il che avrebbe deciso la questione della influenza della pressione sulle righe proibite. - G. DALLA NOCE.

Sopra l'intensità delle righe della serie principale del potassio - RASETTI F. (pag. 503) — L'A. determina con misure di dispersione

anomala, metodo PUCCANTI, il numero di elettroni di dispersione per le prime righe della serie del potassio. Speciali disposizioni l'A. ha introdotto per lavorare nell'ultravioletto, e si è servito, con notevole vantaggio nella misura degli spostamenti delle frange, di un arco a ferro, che dà righe ben note. Giovandosi della regola di MINKOWSKY che per il primo doppietto della serie del potassio, il numero di elettroni di dispersione è uno per atomo, per confronto dei numeri di elettroni di dispersione relativi ad esso, trovati colle misure di dispersione, l'A. determina i valori assoluti degli elettroni di dispersione per alcuni primi termini della serie. Dagli stati mP allo stato S non si ha per tali valori la proporzionalità inversa ad m^2 , valida per i termini elevati. - G. DALLA NOCE.

Sulla spiegazione del raggio verde - RUDA F. (pag. 152 e pag. 228)

— Se si ammette che il fenomeno del *raggio verde* sia dovuto alla rifrazione atmosferica, calcolando, in base alle tavole di rifrazione, lo spessore che deve avere l'orlo verde all'orizzonte, e considerando la velocità apparente con la quale il sole va scomparendo dietro l'orizzonte medesimo, si trova che nella nostra latitudine e nei mesi di equinozio, la durata del fenomeno deve essere di circa un secondo.

Invece, le osservazioni, fatte principalmente dal GUGLIELMO e dallo JULIUS, mostrano come la durata reale di esso è di solito molto maggiore della teoria, arrivando persino a 2 secondi. Per spiegare questa divergenza, JULIUS propose l'ipotesi che, in vicinanza dell'orizzonte, l'atmosfera produca una dispersione anomala per le radiazioni solari comprese fra la E e la F di FRAUNHOFER, in particolar modo per quelle intorno ai $530 \mu\mu$, che è la lunghezza d'onda corrispondente al raggio verde.

Tale dispersione anomala, dovrebbe, secondo lo JULIUS, attribuirsi alla presenza, nella regione dello spettro considerata, di righe telluriche di assorbimento prodotte dagli ioni liberi negli alti strati dell'atmosfera terrestre.

Due fatti importanti contraddicono, però, a tale ipotesi:

1° l'assenza di dati riguardanti l'apparizione di righe telluriche di assorbimento nella regione verde dello spettro del sole, quando questo sia molto vicino all'orizzonte;

2° i risultati negativi delle esperienze eseguite dal GUGLIELMO.

Se gli ioni liberi dell'aria producono righe caratteristiche di assorbimento per radiazioni prossime ai $350 \mu\mu$, deve anche avvenire che, in prossimità di tali righe si debbano avere forti variazioni dell'indice di rifrazione per le onde di lunghezza immediatamente superiore e inferiore a quella delle onde che vengono assorbite. Quindi per qualche regione dello spettro intorno ai $350 \mu\mu$, l'indice di rifrazione dell'aria priva o povera di ioni dovrebbe essere diverso da quello dell'aria fortemente ionizzata.

È quanto ha cercato di verificare sperimentalmente l'A. servendosi di un interferometro di JAMIN in modo che uno dei fasci interferenti attraversasse uno strato d'aria fortemente ionizzata da raggi X.

Le varie esperienze eseguite dall'A. provano che l'indice di rifrazione dell'aria ionizzata non differisce da quello dell'aria non ionizzata.

Questo risultato induce a ritenere probabile che il fenomeno del *raggio verde* sia dovuto a rifrazione atmosferica senza intervento di dispersione anomala.

Per quanto riguarda la colorazione variabile dal verde all'azzurro osservata dal GUGLIELMO, si può interpretarla facendo intervenire fenomeni di diffrazione dovuti ai corpuscoli, di dimensioni variabili, che l'atmosfera, specie negli strati bassi, tiene in sospensione.

Infine la divergenza fra la durata teorica e quella effettivamente osservata del fenomeno si può spiegare sia ammettendo col GUGLIELMO che varie cause accidentali, difficilmente valutabili, concorrano a prolungare il fenomeno, sia, più opportunamente, fondandosi sulla teoria del GIORGI sulla visione dei colori. - O. SPECCHIA

Sulla distorsione: interpretazione nuova di una vecchia esperienza - RONCHI V. (pag. 149) --- È nota l'esperienza classica con la quale si suole dimostrare la distorsione delle immagini ottiche: un'ampia rete a maglie quadrate, disegnata su un vetro smerigliato e illuminato intensamente, costituisce l'oggetto, di cui l'immagine deve essere formata da un sistema ottico affetto da forte aberrazione sferica. Tale immagine appare estremamente confusa, dipendentemente dal fatto che essa risulta dalla sovrapposizione di un'infinità di immagini diverse dovute alle varie regioni della lente. Diviene distinta in tutto il campo, se si interpone uno stretto diaframma prima o dopo la lente: vi è però distorsione, a cuscinetto o a barile, dipendentemente dalla posizione del diaframma. A questa esperienza viene ordinariamente associata un'altra la cui analogia con la prima è soltanto apparente. Si ha infatti, ancora, distorsione se si guarda una struttura reticolare attraverso un sistema a forte aberrazione sferica; e la distorsione è a cuscinetto o a barile a seconda della posizione, rispetto alla lente, dell'occhio e dell'oggetto.

Sulla spiegazione di questa seconda esperienza in generale si sorvola: si ritiene che essa non sia che una riproduzione, in condizioni diverse, della prima esperienza, il diaframma essendo sostituito dalla pupilla dell'occhio.

In realtà le due esperienze sono diverse. Infatti, per la prima, fissata la posizione dell'oggetto e della lente, la distorsione cresce al crescere della distanza fra il diaframma e la lente, e si annulla quando questa è zero (ciò che equivale a diaframmare strettamente la lente). In ogni caso, la distorsione, nella regione parassiale, è minima.

Per la seconda invece, fissata la posizione dell'oggetto e della lente, la distorsione aumenta quanto più l'occhio si avvicina al piano dell'immagine: s'inverte quando l'occhio oltrepassa questo piano, e l'inversione avviene attraverso il valor massimo della distorsione. Inoltre può avvenire che la distorsione sia maggiore proprio nella regione parassiale.

Dimostrato come le due esperienze siano diverse, l'A. mostra come si possa pervenire a una spiegazione della seconda esperienza fondandosi sull'analogia fra il comportamento delle figure distorte e quello delle frangie d'ombra che si ottengono filtrando l'immagine di un reticolo attraverso una fenditura parallela ai tratti di questo. - O. SPECCHIA

FISICA MATEMATICA

Sull'induzione magnetica - GRAFFI D. (pag. 595) — L'A., riprendendo i concetti del VOLTERRA sui fenomeni ereditari, suppone l'intensità di magnetizzazione di un corpo magnetico funzione del campo magnetico attuale e di tutti i campi magnetici, che hanno agito in precedenza sul corpo stesso.

In base a questa ipotesi l'A. imposta il problema dell'induzione magnetica sotto forma di equazione funzionale. Valendosi di formule ricavate in una nota precedente dimostra sotto certe condizioni l'unicità della soluzione dell'equazione e ricava formule esprimenti l'energia dissipata per isteresi.

Infine dimostra che le funzioni di linea che legano le componenti del campo magnetico a quelle dell'intensità della magnetizzazione non possono essere polinomi (nel senso delle funzioni di linea). Questo risultato è raggiunto fondandosi sui fenomeni della saturazione magnetica e della limitazione dell'energia dissipata in un ciclo d'isteresi alternativa. - D. GRAFFI

CHIMICA FISICA

Relazione tra i potenziali di ionizzazione degli elementi omologhi - PICCARDI G. (pag. 305) — Poichè dalla curva che rappresenta il potenziale di ionizzazione di primo ordine degli elementi quale funzione del numero atomico, non si possono trarre relazioni numeriche di esattezza sufficiente, dato che i periodi ed i sottoperiodi in cui essa risulta spezzata (in perfetta coincidenza col sistema degli elementi) sono come irregolarmente spostati gli uni rispetto agli altri, l'A. ha cercato non una relazione fra i valori assoluti dei potenziali, ma fra i valori che i potenziali dei vari elementi presentano rispetto a quelli di certi altri elementi detti *fondamentali*.

Gli elementi fondamentali possiedono un unico elettrone sulla stessa orbita sulla quale gli elementi da considerare presentano i loro elettroni periferici (l'A. adotta per questo riferimento la configurazione atomica di HUND.). L'A. ha così riferito il valore del p. di i. di un metallo alcalino terroso (2 elettroni sull'orbita *s*) a quello del metallo alcalino precedente (1 elettrone sull'orbita *s*); quello di uno dei metalli *Zn*, *Cd*, *Hg* (2 elettroni sull'orbita *s*) a quello del metallo nobile precedente (1 elettrone sull'orbita *s*); quello di un elemento appartenente ai gruppi *C*, *N*, *O*, alogeni, gas nobili (rispettivamente 2, 3, 4, 5, 6 elettroni sull'orbita *p*) a quello del metallo trivalente precedente (1 elettrone sull'orbita *p*): cioè considera quale funzione del numero atomico, non il valore assoluto del potenziale, ma la differenza Δv che passa fra il potenziale di ciascun elemento e quello dell'elemento fondamentale ad esso relativo. In tal modo le discontinuità esistenti fra periodo e periodo, sottoperiodo e sottoperiodo risultano eliminate ed il Δv mostra, in ogni gruppo di elementi omologhi, un andamento del tutto regolare, decrescendo al crescere del numero atomico, secondo una curva che ricorda l'iperbole equilatera. Dall'esame delle curve ottenute risulta:

che i Δv relativi ai metalli bivalenti *Zn, Cd, Hg*, ed ai metalli alcalino-terrosi stanno esattamente sopra la stessa curva, quantunque i potenziali di questi due gruppi di elementi siano molto diversi fra loro — si noti che gli elementi appartenenti a questi due gruppi possiedono tutti due elettroni sull'orbita *s*;

che i Δv relativi agli elementi del gruppo del *C* (che tutti possiedono due elettroni sull'orbita *p*) stanno con buona approssimazione sulla curva definita dai Δv relativi ai metalli alcalino-terrosi, dimostrando così che l'aumento di un elettrone in una orbita esterna, sia essa *s* o *p*, produce, almeno in prima approssimazione, lo stesso aumento del potenziale di ionizzazione;

che per gli altri gruppi di elementi, dato che gli elementi del gruppo del carbonio seguono la curva dei metalli alcalino-terrosi e dato che le strutture atomiche periferiche degli elementi omologhi sono identiche, è prevedibile che i Δv stiano sopra curve che si possono derivare dalla curva relativa ai metalli alcalino-terrosi, moltiplicandone le ordinate per un fattore costante. L'A. mostra che i pochi valori offerti dalla letteratura non solo verificano questa supposizione, ma dimostrano che il fattore moltiplicativo è un numero intero e precisamente:

- 1 per gli elementi del gruppo del *C*,
- 2 per gli elementi dei gruppi *N* ed *O*,
- 3 per gli alogeni,
- 5 per i gas nobili.

Con questo sistema di curve è possibile determinare con buona esattezza il potenziale di ionizzazione di un qualunque elemento. (Per mancanza di dati sperimentali l'A. non ha potuto estendere lo studio agli omologhi che si trovano nei soli grandi periodi). - G. PICCARDI.

Relazioni tra i potenziali di ionizzazione di 1° e di 2° ordine degli elementi omologhi - PICCARDI G. (pag. 428) — Usando il sistema di curve riportato nel precedente lavoro, l'A. calcola alcuni potenziali di ionizzazione fin'oggi sconosciuti o valutati grossolanamente: *Ge* 7,52; *As* 9,04; *Sb* 8,46; *Bi* 8,48; *Se* 9,02; *Te* 8,43; *Po* 8,46; *Cl* 12,26; *Br* 10,47; *J* 9,76; *I* 9,75; *Xe* 12,33 (¹); *Rd* 11,96.

L'A. considera quindi come vari il rapporto *r*, fra i valori dei potenziali di secondo e di primo ordine relativi ad uno stesso elemento ($r = V.II/V.I$) nei diversi gruppi di elementi omologhi, stabilendo le seguenti relazioni:

Quando le due successive ionizzazioni avvengono sopra la stessa orbita *s* o *p*, il rapporto *r* è sensibilmente costante in ogni gruppo di elementi omologhi ed il valore che esso può presentare è compreso fra 1,9 (caso dei metalli alcalino-terrosi) e 2,2 (caso dei gas nobili).

(¹) Il valore del potenziale di ionizzazione calcolato dall'A. $Xe \cdot I = 12,33$ è stato poi riconfermato per via spettroscopica da I. H. ABBINK e H. B. DORGELO (« ZS. f. Phys. », 47, 221, (1928)), i quali hanno trovato $Xe \cdot I = 12,0$ volta, con ottimo accordo.

Quando le due successive ionizzazioni avvengono sopra orbite diverse ma appartenenti ad una stessa serie, il rapporto r è sempre sensibilmente costante ma assume un valore anormalmente alto: così per i metalli tri-valenti *B, Al, Ga, In, Tl*, per i quali la prima ionizzazione avviene sopra un'orbita p e la seconda sopra un'orbita s (appartenenti alla stessa serie di orbite), $r = 3$ circa; similmente avviene per i metalli nobili per i quali la prima ionizzazione avviene sopra un'orbita s e la seconda sopra un'orbita d , e per i quali $r = 2,9$.

Quando le due ionizzazioni avvengono, non solo su due orbite diverse, ma su orbite appartenenti a due serie differenti, ed entrano perciò in giuoco le discontinuità profonde della struttura atomica (che coincidono con quelle del sistema degli elementi), r ha un comportamento del tutto eccezionale e varia fortemente al variare del numero atomico, pur restando grandissimo in valore assoluto. È questo il caso dei metalli alcalini, per i quali r varia dal valore 13 (per il *Li*) al valore 5 (per il *Cs*).

Ciò conferma ancora una volta che l'inizio di un periodo avviene effettivamente in corrispondenza di un metallo alcalino, che si deve perciò considerare come l'elemento capostipite di tutto il periodo stesso.

Usando i valori del rapporto r presentemente stabiliti e le curve riportate nel precedente lavoro, l'A. calcola infine i valori del potenziale di primo ordine del *Ra* e dell'elemento sconosciuto di numero atomico 87, trovando $Ra.I = 5,35$ e $87.I = 4,24$ - G. PICCARDI.

ASTROFISICA

Contributo alla « Teoria balistica delle stelle variabili » - CANATA C. (pag. 296) — Allo scopo di ottenere, dalla teoria balistica delle stelle variabili, dei risultati che più frequentemente possano essere controllati dalle osservazioni, l'A. ricava le equazioni della *curva di luce* di un astro mobile, allorchè l'orbita descritta anzichè un circolo sia un'ellissi, comunque posta rispetto all'osservatore.

L'A. si ripromette di illustrare in una prossima nota, con applicazioni a casi concreti, i risultati ottenuti. - I. RANZI.

Le problème de l'index de couleur en astronomie - TIERCY G. (pag. 301) — L'esame della variazione della spettro di *SU Cassiopeiae* ha condotto l'A. a studiare le variazioni della temperatura, del raggio, della pressione media e della ionizzazione nello strato invertente, e dell'*indice di colore* (differenza tra la grandezza fotografica e la grandezza visiva). L'A. giunge all'importante conclusione che il valore dell'indice di colore non è sufficiente nè per fissare la grandezza nè per fissare il tipo spettrale.

Dallo studio, poi, dell'indice di colore delle Cefeidi, l'A. deduce due curve importantissime; una curva esprime la relazione tra l'indice di colore e il raggio di una stella variabile relativamente a un determinato tipo spettrale; l'altra curva dà la relazione tra l'indice di colore e la grandezza di una stella, sempre relativamente a un dato tipo spettrale. - I. RANZI.

NOTIZIARIO

Il Congresso delle scienze.

Il XVII Congresso della *Società Italiana per il Progresso delle scienze*, tenutosi a Torino dal 15 al 21 settembre, è riuscito bene.

Il Comitato ordinatore presieduto dal Prof. Pochettino aveva scelto, d'accordo con la Presidenza della Società, alcuni argomenti di particolare importanza, invitando a svolgerli gli uomini più adatti per competenza e per posizione sociale, i quali in gran parte hanno aderito. E poichè in via di esperimento erano state abolite le sedute di sezione, il Congresso ha acquistato una grande solennità.

Dal punto di vista della fisica tuttavia si è avuto assai meno di quanto si poteva sperare. Basti dire che Cantone, Corbino, Fermi, Garbasso, La Rosa, Levi-Civita, Lo Surdo, Majorana, Puccianti, Ronchi e molti altri erano assenti; e che dei fisici presenti pochi hanno preso la parola.

Noi ci limiteremo a dare un rapido resoconto di quanto interessa più direttamente il nostro periodico, ma vogliamo pure dare un cenno sui discorsi del Bottazzi e del Severi.

Nel discorso inaugurale, che egli tenne come Presidente della Società, il BOTTAZZI, illustra le varie fasi dello sviluppo scientifico in Italia, dal Risorgimento nazionale fino a noi, si fermò sulle cause per le quali la Società non ha potuto assolvere in maniera compiuta il suo compito fondamentale che è quello di promuovere il progresso delle scienze e fare risorgere nel paese lo spirito scientifico. Secondo l'oratore, la nostra decadenza scientifica è dovuta specialmente alla separazione troppo recisa tra scienza pura e scienza applicata, al non aver curato nel paese la diffusione della cultura scientifica e a non aver dato ai laboratori (in particolare a quelli di biologia) i mezzi necessari.

Il SEVERI, dopo avere illustrato magistralmente il poderoso contributo dato negli ultimi anni dall'Italia alla matematica e messi in evidenza i vantaggi che la fisica ha saputo trarre anche da quei rami della matematica che sembravano più astratti, ha esortato i giovani a non abbandonare il culto della scienza pura per eccessivo amore delle applicazioni, giacchè le applicazioni senza l'alimento della scienza pura sono impossibili.

Nella sua conferenza sui metodi fisici per l'indagine del sottosuolo, ALFREDO POCHETTINO ha cominciato con l'esporre i principi su cui si fonda questo nuovo ramo della fisica applicata e ha fatto una lucida esposizione critica dei metodi principali (gravimetrico, elettrico, sismico, magnetico, termico, radioattivo). Senza insistere sulla parte espositiva per la quale ci limitiamo a rimandare i lettori al volume di Richard Ambronn: *Methoden der angewandten Geophysik* (Dresda e Lipsia, Steinkopff, 1926), accenne-

remo alla parte critica. Secondo il Pochettino i risultati ottenuti non sono stati sempre finora come si potrebbe desiderare perchè è mancata l'intima cooperazione tra fisici e geologi da cui non si può prescindere e perchè si tratta di ricerche assai difficili, soprattutto dal punto di vista dell'interpretazioni di dati.

Detto poi che in teoria tutti i metodi si equivalgono e sono perciò tutti capaci di darci la conoscenza del sottosuolo, il Pochettino ha espresso l'opinione che, secondo lui, il metodo più promettente è (non quello gravimetrico, come si crede comunemente ma) quello elettrico, inquantochè esso consente di aumentare entro larghi limiti il campo di forza di cui si studia la configurazione, consentendo di aumentare la sensibilità degli apparecchi e perchè si presta mirabilmente a esperienze di controllo in laboratorio. Aggiungiamo subito che queste esperienze di controllo non sono un ideale vago, ma un proposito preciso che ha il Pochettino e che ci auguriamo vivamente egli possa realizzare.

Infine l'oratore ha illustrato brevemente l'opera svolta dall'A. G. I. P. prima con personale straniero e poi con squadre gravimetriche e magnetiche interamente italiane e quella che svolgerà con la squadra geoelettrica organizzata da lui e dal prof. Vercelli, esprimendo la sua fiducia per trovare, se esistono, giacimenti petroliferi nel nostro sottosuolo.

Il Direttore della *Meteorologia Pratica* e dell'Osservatorio di Montecassino P. BERNARDO PAOLONI ha parlato di disturbi atmosferici e dell'importanza che essi hanno nella meteorologia, dell'opera svolta dal suo Osservatorio, degli aiuti ricevuti dal Governo e di quelli promessi dal Consiglio Nazionale delle ricerche. Egli si è fermato sulle varie classificazioni degli atmosferici e in particolare « su quello che il prof. Carlo Negro nella sua *Elettricità atmosferica* ha chiamato *scale Paoloni* ».

Secondo il Negro però, un difetto che risulta immediatamente a proposito della scala Paoloni « è che essendo basata esclusivamente sulle doti auricolari dell'osservatore, si possono assai difficilmente fare confronti non solo fra stazione e stazione, ma anche fra i dati di una stessa stazione ». Il Negro aggiungeva che i concetti di più forte e meno forte sono troppo elastici e che la scala si deve dunque considerare come interamente soggettiva e poco definita.

Ispirandosi press'a poco a queste considerazioni, un congressista ha chiesto al Paoloni di precisare il criterio che è a base della sua scala e il significato di certe espressioni relative all'intensità dei disturbi, fissando una specie di apparecchio-tipo al quale s'intendano riferite le osservazioni.

Il Paoloni ha risposto che bisogna escludere gli apparecchi a cristallo e quelli a molle valvole; e, in un ordine del giorno proposto da lui stesso, si è stabilito che gli apparecchi destinati allo studio degli atmosferici devono essere tutti identici. Innegabilmente, per quanto la discussione sull'interessante argomento non si possa considerare esaurita, un po' di luce si è fatta.

Di aeronautica si sono occupati il generale Cristoforo Ferrari e il prof. Modesto Panetti. Il FERRARI ha fatto un'esposizione dottissima sulle esperienze, gli studi e le costruzioni dell'aeronautica nel 1928; il PANETTI ha

studiato a fondo l'aeronautica come mezzo di trasporto. Premesso un dato fondamentale dell'economia, cioè che la convenienza dei trasporti aerei è limitata alle grandi velocità, il Panetti ha studiato in maniera originale l'aumento del costo del lavoro meccanico per unità di peso di aeromobile quando si sostituisce un tipo più veloce a uno più lento; ha dimostrato che per calcolare esattamente il costo della tonnellata per via d'aria in ragione della velocità di trasporto, occorre tener conto delle maggiori difficoltà e dei maggiori pericoli dell'atterraggio per gli apparecchi più veloci, traendo importanti conseguenze sul più probabile sviluppo delle aviolinee.

Il comandante ANGELO JACHINI ha fatto una bella esposizione delle principali applicazioni dell'ottica nella guerra navale, fermandosi specialmente sui telemetri e sui periscopi.

Il T. Colonnello del Genio CARLO MICHELETTA ha parlato dell'impiego delle radiazioni oscure dello spettro nel collegamento dei campi di battaglia. Egli ha illustrato in particolare il sistema telegrafico a raggi ultrarossi di Rolla e Mazza e quello a raggi ultravioletti del Majorana.

Date le caratteristiche dei due sistemi, secondo il Micheletta è estremamente difficile pronunziare un giudizio differenziale esatto. Il sistema a raggi ultrarossi, se ha il vantaggio, grandissimo in montagna, di non esser soggetto alle limitazioni della trasparenza atmosferica, ha d'altra parte l'inconveniente di essere per ora esclusivamente telegrafico. Il sistema Majorana consente invece benissimo la telefonia, ma può essere paralizzato dalla foschia o dalla nebbia ed esige una maggiore spesa di energia di trasmissione.

L'oratore ha poi illustrato le possibilità pratiche di questi nuovi mezzi di collegamento in guerra e dopo un confronto tra i nuovi apparecchi e quelli ottici comuni, ha concluso dicendo che, per la loro segretezza, per essere al riparo da disturbi atmosferici e da interferenze, essi potranno trovare molte possibilità d'impiego presso i comandi di ordine superiore, specialmente in montagna, se il loro rendimento energetico sarà migliorato.

Molto originale è stata la conferenza del Prof. FRANCESCO VERCELLI sulla *cimanalisi* e le sue applicazioni.

La nuova parola (coniata in analogia con *cimometro* = *ondametro*, in seguito a consiglio del Peano, che è insieme matematico e filologo) significa analisi delle onde, analisi delle curve oscillanti ed è una denominazione più propria di quella che il Vercelli chiamava prima *analisi periodale*.

Com'è noto, il Vercelli ha studiato a fondo la teoria idrodinamica delle *sesse* (speciali oscillazioni dei laghi) di G. Chrystal e l'ha applicata al lago di Garda, sviluppando in particolare il metodo delle residuazioni dello stesso Chrystal.

Per l'analogia che egli riscontrò fra qualche curva barometrica e i diagrammi limnimetrici, tentò in seguito lo studio della pressione atmosferica col metodo del Chrystal, ottenendo risultati incoraggianti che ebbero la loro sanzione in presagi fatti durante la guerra nell'ufficio meteorologico della 3ª armata.

L'ingegnere americano A. Streiff, tenendo conto delle modificazioni introdotte dal Vercelli nel metodo delle residuazioni, trovò opportuno di sosti-

tuire metodi numerici ai procedimenti grafici (sempre un po' arbitrari e non sufficientemente approssimati), ma conservò alcune operazioni grafiche da compiere a vista.

Il Vercelli ha ora ridotto l'analisi a operazioni esclusivamente aritmetiche conseguendo molti vantaggi dal punto di vista della precisione e dell'evidenza; e nella sua relazione ha illustrato i procedimenti più indicati nelle varie circostanze (valendosi anche di opportuni esempi), mettendo in particolare evidenza uno schema molto conveniente in certi casi.

Il Prof. CINO POLI, allievo del Somigliana, ha parlato in forma vivace delle teorie fisiche moderne davanti a un pubblico numeroso e attento. Ha parlato della variabilità della massa dell'elettrone, della teoria della relatività (nelle sue due forme), di quella dei quanta, della meccanica ondulatoria, facendosi paladino della meccanica classica e della logica. Ma per quanto in un certo punto abbia detto: « Crisi vi è, ma non di teoria: di serietà scientifica », egli, in sostanza, se ne ha molto criticato la forma, non si può dire che abbia negato il valore delle nuove idee.

Così al proposito delle formule assegnate dalla relatività alla massa dell'energia raggiante e a quella dell'elettrone, egli ha detto che esse si possono dedurre direttamente, come ha dimostrato il Lenard, dall'elettrodinamica classica e che quindi, in fondo, si tratta di un puro artificio formale per introdurre nelle equazioni del moto di un elettrone le forze esercitate dal campo che esso stesso produce.

A proposito della relatività generale, egli ha detto che bisogna distinguere la parte formale da quella fisica e ha riconosciuto che il suo contenuto fisico è importantissimo.

Particolarmente vivace è stata la critica al principio di Heisenberg. « Quando Heisenberg ci vuol convincere della necessità di abbandonare il pregiudizio del determinismo dei fenomeni fisici, di abbandonare cioè il principio di causa ed effetto, il principio di ragione sufficiente, per costruire le teorie fisiche sulla base delle *leggi del caso*, quando a proposito delle statistiche di Fermi sentiamo quasi quasi discutere se le molecole abbiano una anima, mi pare di vedere le facoltà di scienze tramutarsi in facoltà teologiche e mi torna in mente l'epigramma del Giusti sulla scienza che uccise il buon senso ».

Ma anche qui non si tratta di una negazione assoluta. Il Poli ha solo richiesto che si faccia una traduzione delle nuove idee in linguaggio classico.

Il Somigliana, dopo di essersi congratulato con l'allievo che aveva espresso egregiamente alcune sue aspirazioni, sfidò i più scalmanati avversari alla discussione.

Sul principio di Heisenberg in particolare tutti avrebbero desiderato una discussione, ma purtroppo Fermi e Persico non c'erano e Wataghin, che su questo punto era d'accordo col Poli, si limitò a considerazioni di dettaglio che non sollevarono contrasti. Egli fece tuttavia un'importante osservazione di principio che si può formulare in questi termini: Vale proprio la pena di rinunciare alla forma nuova delle nuove teorie? La forma classica non riuscirebbe forse estremamente complicata?

In conclusione, a noi sembra che il pubblico abbia finito col persuadersi

che se nelle nuove teorie c'è ancora molto di discutibile almeno nella forma, c'è pure molto di accettabile anche nella forma.

Nell'assemblea di chiusura è stato stabilito che le sedute di sessione restino abolite, ma purchè le singole società scientifiche tengano i propri lavori durante i congressi della Società italiana per il progresso delle scienze, in modo che esse sostituiscano le vecchie sezioni. La Presidenza della Società dovrà prendere gli opportuni accordi in questo senso con le singole società speciali.

È stato pure votato un ordine del giorno per migliorare le condizioni degl' insegnanti di matematica e fisica nelle scuole medie, sfrondando i programmi e alleggerendo gli orari.

Nuovo Presidente è stato eletto l' illustre Prof. G. A. Blanc; sede del prossimo congresso Firenze.

seb. t.

RIVISTA

PROPAGAZIONE ANOMALA DELLE ONDE

Nota del dott. ORAZIO SPECCHIA

(Parte Prima)

In una memoria pubblicata negli « Annales de Chimie et de Physique » del 1891, il Gouy ha dimostrato, sia in base a considerazioni teoriche, sia con esperienze di interferenza, come un'onda luminosa subisca, passando per un fuoco o per una focale, un'alterazione nella sua velocità di propagazione, che si traduce in un anticipo di fase di $\frac{\lambda}{2}$ nel caso del fuoco, di $\frac{\lambda}{4}$ nel caso della focale.

Questa propagazione accelerata delle onde periodiche, è, come dimostra il Gouy, una proprietà generale delle onde allorquando il loro raggio non è molto grande in confronto della lunghezza d'onda: la propagazione normale rappresenterebbe un caso limite, e, come tale, d'una semplicità eccezionale, che si verifica solo quando si considerino onde piane o sferiche di raggio grandissimo.

Formule del Gouy.

Queste formule che il Gouy stabilisce, trattando il caso acustico, sono relative a onde sferiche isotrope, cioè tali che il mezzo essendo ugualmente

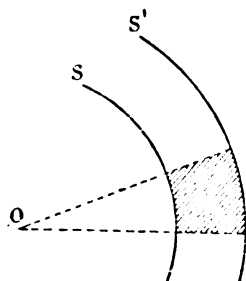


Fig. 1

perturbato secondo tutte le direzioni intorno a un punto fisso O , il movimento vibratorio in ogni punto del mezzo non dipende che dalla distanza r di questo punto dal punto O , centro delle onde.

Indichiamo con u lo spostamento piccolissimo di ciascuna particella del mezzo dalla sua posizione iniziale quando il mezzo era in riposo; con E il

modulo d'elasticità di questo (per i gas si ha, com'è noto, $E = p \frac{C}{c}$), con s la condensazione; e consideriamo due sfere concentriche S ed S' di raggi r ed $r + dr$.

Un cono di piccolissima apertura col vertice in O taglia sulle due sfere due cerchi sensibilmente uguali di raggio s , e il volume dV del tronco di cono così definito sarà: $\pi s^2 dr$.

Se ρ è la densità del mezzo, la massa racchiusa nel volume dV sarà espressa da:

$$dV\rho = \rho\pi s^2 dr.$$

Calcoliamo ora il valore della forza applicata al volume dV :

Sulla faccia che appartiene alla sfera S agisce la forza $E s^2 \pi$, su quella che appartiene alla sfera S' la forza $-\pi E s^2 \left(s + \frac{ds}{dr} dr\right)$. La componente secondo il raggio vettore della forza che agisce sulla superficie laterale essendo trascurabile, la forza risultante dF applicata al volume dV è quindi espressa da:

$$dF = -\pi E s^2 \frac{ds}{dr} dr.$$

E l'equazione del movimento sarà:

$$\rho\pi s^2 dr \frac{d^2 u}{dt^2} = -\pi E s^2 \frac{ds}{dr} dr.$$

Ponendo $a = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, velocità di propagazione delle onde piane, si ottiene infine:

$$(1) \quad \frac{d^2 u}{dt^2} = -a^2 \frac{ds}{dr}.$$

Questa equazione, valida tanto per le onde piane quanto per le onde sferiche, è diversa nei due casi per l'espressione di s . Infatti, il mezzo essendo in riposo, si consideri lo strato compreso fra le sfere di raggi r ed $r + dr$. Il suo volume è

$$V = 4\pi r^2 dr.$$

Durante il movimento, r ed $r + dr$ diventano $r + u$ ed $r + u + dr + \frac{du}{dr} dr$. Il nuovo volume sarà dato da:

$$V + dV = 4\pi(r + u)^2 \left(dr + \frac{du}{dr} dr\right)$$

da cui si ricava:

$$dV = 4\pi r^2 ds \left(\frac{du}{dr} + \frac{2u}{r}\right)$$

ed

$$(2) \quad s = -\frac{dV}{V} = -\left(\frac{du}{dr} + \frac{2u}{r}\right).$$

Tenendo conto della (2) la (1) diventa:

$$(3) \quad \frac{d^2 u}{dt^2} = a^2 \left(\frac{d^2 u}{dr^2} + 2 \frac{d}{dr} \frac{u}{r} \right).$$

Per r infinitamente grande si ritrova l'equazione classica delle onde piane:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = a^2 \frac{d^2 u}{dr^2}.$$

L'integrale generale dell'equazione (3) è: $u = u_1 + u_2$, dove:

$$(4) \quad u_1 = \frac{1}{r^2} F_1(at - r) + \frac{1}{r} F_1'(at - r)$$

$$(5) \quad u_2 = -\frac{1}{r^2} F_2(at + r) + \frac{1}{r} F_2'(at + r)$$

essendo F , ed F' , funzioni arbitrarie di $(at - r)$ e di $(at + r)$ rispettivamente, ed F'_1 ed F'_2 , le derivate di F , ed F' , rapporto ad $(at - r)$ e ad $(at + r)$.

Supponiamo che t vari di Δt : a questa variazione di t , corrisponderà per r la variazione $a\Delta t$. Le funzioni F , ed F'_1 rimangono inalterate se ad un accrescimento di t corrisponde una diminuzione di r ; il contrario avviene per le funzioni F , ed F'_2 . L'equazione (5) rappresenta quindi il movimento di un'onda sferica che si propaghi con velocità a nel senso delle r decrescenti, cioè un'onda convergente verso il punto O . L'equazione (4) invece rappresenta il movimento di un'onda sferica che si dilati a partire da O propagandosi con velocità a , cioè un'onda divergente.

Il movimento più generale risulta dalla sovrapposizione dei movimenti (4) e (5).

Il caso particolare più importante si ha quando esiste solamente la funzione u . In questo caso i valori della velocità vibratoria v , e della condensazione s , sono dati dalle espressioni:

$$(6) \quad \begin{cases} v_1 = \frac{du_1}{dt} = \frac{a}{r^2} F_1'(at - r) + \frac{a}{r} F_1''(at - r) \\ s_1 = -\left(\frac{du_1}{dt} + \frac{2u_1}{r}\right) = \frac{1}{r} F_1''(at - r). \end{cases}$$

La prima delle (6) ci mostra come l'espressione di v , è costituita da due termini che dipendono da r secondo due leggi differenti. Siccome, in generale, le funzioni F' ed F'' , sono dello stesso ordine di grandezza, il secondo termine della (6) sarà trascurabile di fronte al primo per piccolissimi valori di r ; il contrario avverrà per grandi valori di r . Così, in prossimità del centro di perturbazione, la velocità vibratoria v , è sensibilmente eguale ad $\frac{1}{r^2} F'(at - r)$; lontano dal centro è invece uguale ad $\frac{1}{r} F''(at - r)$. Se si prescinde dai fattori $\frac{1}{r}$ ed $\frac{1}{r^2}$, si può dire che nei due casi considerati la velocità vibratoria è espressa da due funzioni delle quali una è la derivata dell'altra rapporto ad $at - r$.

Consideriamo il rapporto

$$\frac{v_1}{s_1} = a \left(1 + \frac{1}{r} \frac{F_1'(at-r)}{F_1''(at-r)} \right) \text{ come risulta dalle (6).}$$

In generale, come abbiamo detto, F' ed F'' han lo stesso ordine di grandezza. Quindi il rapporto $\frac{v_1}{s_1}$ non avrà il suo valore normale a che come limite, quando cioè si abbia a che fare con onde piane oppure sferiche di raggio grandissimo. In generale tale rapporto sarà diverso da a e aumenterà senza limite quando si consideri delle onde di raggio via via più piccolo.

• • •

Nelle considerazioni fin qui esposte abbiamo lasciato indeterminata la causa produttrice delle onde sferiche. Per precisare, supponiamo ora che il centro di vibrazioni sia costituito da una sfera solida di raggio ϵ che si contragga o si dilati senza deformarsi e senza che il suo centro subisca spostamento alcuno. Sulla superficie della sfera supponiamo inoltre che si abbia:

$$v = k \sin 2\pi \frac{t}{T}, \text{ dove } k \text{ e } T \text{ sono due costanti.}$$

Se supponiamo il raggio ϵ piccolissimo sarà come abbiamo già visto:

$$\epsilon^2 k \sin 2\pi \frac{t}{T} = F'(at - \epsilon) = F'(at) \text{ (sensibilmente).}$$

E le equazioni del movimento saranno, applicando le (6):

$$v = k\epsilon^2 \left[\frac{1}{r^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{Ta} \right) + \frac{1}{r} \frac{2\pi}{Ta} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{Ta} \right) \right]$$

$$s = k\epsilon^2 \frac{1}{ar} \frac{2\pi}{Ta} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{Ta} \right)$$

oppure, essendo $\lambda = at$:

$$(7) \quad \begin{aligned} v &= k\epsilon^2 \left[\frac{1}{r^2} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) + \frac{1}{r} \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \right] \\ s &= k\epsilon^2 \frac{1}{ar} \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right). \end{aligned}$$

Se r è piccolissimo in confronto di λ , si ha sensibilmente:

$$v = \frac{k\epsilon^2}{r^2} \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Per grandi valori di r si ha invece:

$$(8) \quad \begin{aligned} v &= \frac{k\epsilon^2}{r} \frac{2\pi}{\lambda} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) = \frac{k\epsilon^2}{r} \frac{2\pi}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \frac{1}{4} \right) = \\ &= \frac{k\epsilon^2}{r} \frac{2\pi}{\lambda} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r - \frac{\lambda}{4}}{\lambda} \right). \end{aligned}$$

Questa relazione mostra come il movimento vibratorio possegga, a una grande distanza dal centro di vibrazione, un anticipo di $\frac{1}{4}$ di periodo su quello che si avrebbe se le onde si propagassero, a partire dal centro, con la velocità normale a . Tale anticipo implica necessariamente che la velocità di propagazione delle onde debba essere, in qualche parte del loro percorso, maggiore di a . Infatti, consideriamo, ad un certo istante, le sfere sulle quali si abbia $v = 0$. Il raggio ρ di una di queste soddisferà alla relazione che si deduce dalla (7) ponendo $v = 0$.

$$\rho = -\frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{tg} 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\rho}{\lambda} \right),$$

dalla quale si ricava per la velocità di propagazione $\frac{d\rho}{dt}$ delle onde al punto considerato:

$$(9) \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{-\frac{\lambda}{T} + \frac{d\rho}{dt}}{\cos^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\rho}{\lambda} \right)} = \frac{a}{\sin^2 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\rho}{\lambda} \right)} = a \left[1 + \left(\frac{\lambda}{2\pi\rho} \right)^2 \right].$$

La (9) mostra come sia sempre $\frac{d\rho}{dt} > a$.

Solo nel caso che ρ sia grandissimo, la velocità di propagazione assume il valore normale a ; mentre per ρ piccolissimo in confronto di λ essa può avere dei valori estremamente elevati. Questa velocità anomala, dalla quale dipende l'anticipo di fase di $\frac{1}{4}$ di periodo, si verifica nelle immediate vicinanze del centro di vibrazione: poi diminuisce rapidamente, tendendo al valore normale a .

Considerazioni analoghe valgono per le onde convergenti. In questo caso il centro verso cui l'onda si dirige non è più occupato da una sorgente di vibrazioni, ma è un fuoco e l'onda si deve supporre generata da una perturbazione anteriore del mezzo. Quest'onda dopo essersi concentrata nel fuoco dà origine a un'onda divergente: e la velocità di propagazione anomala farà guadagnare, in prossimità del fuoco, un anticipo di $\frac{\lambda}{4}$ tanto all'onda che vi converge quanto a quella che se ne diparte: in totale al passaggio per il fuoco corrisponderà un anticipo di $\frac{\lambda}{2}$.

Questo è il risultato cui il GOUY giunge attraverso le considerazioni sulle onde sferiche isotrope che ho cercato di riassumere; la verifica sperimentale è stata data, per il caso ottico, da vari sperimentatori: dallo stesso GOUY, dal FABRY, dallo ZEEMAN, dal SAGNAC e dal REICHE. Le esperienze del GOUY e del FABRY relative a tale passaggio dell'onda per un fuoco provano solamente come a tale passaggio corrisponda una variazione di fase di $\frac{\lambda}{2}$, senza per altro decidere se si tratti di un anticipo o di un ritardo. Che si tratti

effettivamente di un anticipo, è dai due autori messo in evidenza considerando il passaggio per una focale, al quale passaggio corrisponde, come vedremo, un anticipo di $\frac{\lambda}{4}$.

Inoltre, secondo la teoria del GOUY, la variazione di fase si avrebbe bruscamente al passaggio per il fuoco o per la focale: SAGNAC e REICHE, riprendendo e variando un'esperienza di ZEEMAN, han mostrato come il fenomeno del GOUY, della propagazione anomala delle onde, è, come vedremo, un fenomeno complesso e relativamente esteso.

Esperienza di Gouy.

L'apparecchio adoperato (fig. 2) non differisce dall'apparecchio classico dei due specchi di FRESNEL se non in ciò: uno dei due specchi piani è sostituito da uno specchio sferico concavo in modo che i raggi riflessi da questo passino per il fuoco prima di interferire con quelli riflessi dallo specchio

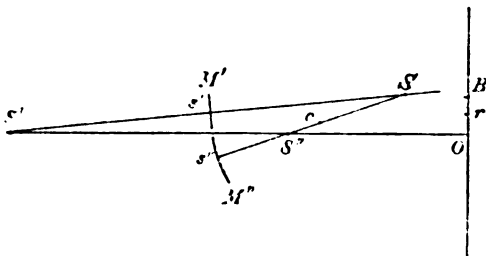


Fig. 2

piano. Il fenomeno che si deve osservare consiste unicamente nel carattere della frangia centrale e nelle colorazioni delle frange. Se il fenomeno della propagazione anomala dell'onda non esistesse, si avrebbe, come è noto, un sistema di frange, di cui la centrale, che occupa punti cui corrispondono uguali cammini dei raggi interferenti, sarebbe *bianca*.

Il passaggio per il fuoco, producendo in base alla teoria, un anticipo di $\frac{\lambda}{2}$ su uno dei fasci interferenti, la frangia centrale dovrebbe essere *nera* e tutte le colorazioni complementari di quelle che si avrebbero nell'ipotesi precedente. Il sistema di frange dovrebbe essere, in ultima analisi, analogo a quello che si ottiene nell'esperienza dei tre specchi di FRESNEL, nella quale la riflessione produce su uno dei fasci interferenti un cambiamento di segno.

L'esperienza conferma queste previsioni. La disposizione di GOUY dà effettivamente un sistema di frange a *centro nero*, come se il movimento luminoso passando per il fuoco subisse una variazione di fase di $\frac{\lambda}{2}$.

Esperienza di Fabry.

Il FABRY utilizza un apparecchio produttore di anelli di NEWTON costituito da una lente convergente di cui una faccia, convessa, è applicata su una superficie piana riflettente (fig. 3).

Un punto luminoso lontano, oppure un collimatore nel cui piano focale è disposto uno schermo con un foro piccolissimo, invia sul sistema un'onda

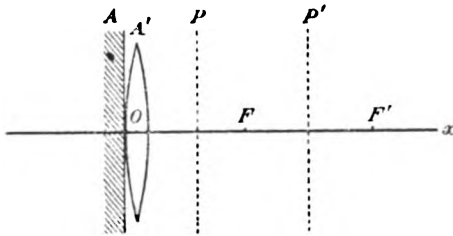


Fig. 3

sensibilmente piana, parallela alla superficie riflettente. Si ottengono degli anelli di NEWTON non localizzati, osservabili, cioè, in qualsiasi piano avanti il sistema. Le interferenze si producono fra due onde Ω e Ω' di centri F ed F' , la cui posizione si calcola facilmente. Infatti, supponiamo che la lente sia infinitamente sottile, biconvessa e simmetrica, d'indice uguale a 1,5 e che il raggio di curvatura di ciascuna faccia sia uguale ad R . L'onda piana incidente che attraversa la lente converge in un punto a sinistra del sistema: di questo punto lo specchio piano dà un'immagine virtuale a destra alla distanza $R = f$. Quest'immagine funziona da oggetto virtuale rispetto alla lente, attraverso la quale essa dà infine un'immagine reale F' alla distanza $\frac{R}{2}$.

Consideriamo ora l'onda che si riflette sulla faccia sinistra della lente. Tenendo conto che essa attraversa il diotro due volte e subisce una riflessione su una faccia della lente che funziona da specchio concavo, si vede, con ragionamento analogo a quello del caso precedente, che essa converge in un punto F alla distanza $\frac{R}{4}$.

Osserviamo le frange in un piano P normale a $\overline{FF'}$: si ha un sistema di anelli a *centro nero*, dipendentemente dalla perdita di fase dell'onda Ω per riflessione. Al di là di F l'onda Ω subisce una variazione di fase di $\frac{\lambda}{2}$: quindi in ogni punto del segmento $\overline{FF'}$ le due onde saranno in concordanza e in un piano qualsiasi P' tra F ed F' gli anelli saranno a *centro bianco*. Al di là di F' è l'onda Ω' che subisce la variazione di fase di $\frac{\lambda}{2}$: gli anelli saranno di nuovo a *centro nero*.

Altre esperienze.

L'osservazione del fenomeno scoperto dal GOUY è stata anche tentata da MESLIN, utilizzando le mezze lenti di BILLET con una disposizione diversa da quella che s'adotta nella esperienza classica. È noto come le frange di interferenza che si ottengono con gli specchi di FRESNEL, con le mezze lenti di BILLET, ecc. sono sensibilmente rettilinee, rappresentando esse le sezioni d'un piano parallelo all'asse con un sistema di iperboloidi omofocali di ri-

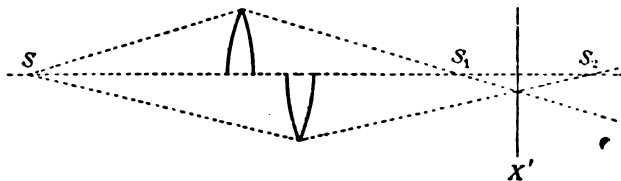


Fig. 4

voluzione intorno alla linea dei fuochi. Ma è possibile, con le mezze lenti, ottenere anche delle frange circolari con l'ingegnosa disposizione immaginata dal MESLIN. Si separino le due mezze lenti e si dispongano una di seguito all'altra davanti a una sorgente puntiforme e si regolino le cose in modo che questa e i due centri ottici delle mezze lenti siano sensibilmente sull'asse del fascio luminoso (fig. 4).

L'osservazione delle frange va fatta in piani normali a tale asse, in una regione compresa fra S , ed S_1 , nella quale vi è interferenza tra le onde divergenti che emanano da S , e quelle che convergono verso S_1 .

Questa disposizione sembrerebbe atta a mettere in evidenza il fenomeno del GOUY: in realtà, nella realizzazione pratica, essendo costretti a spostare le due mezze lenti perpendicolarmente all'asse S, S_1 , ne risulta non solo una deformazione delle frange, ma anche che i punti della retta S, S_1 non corrispondono più a ritardi nulli e quindi il centro degli anelli non solo non ha più il carattere di frangia centrale, ma anzi, in certe condizioni, può anche non essere visibile.

L'esperienza del GOUY è stata ripresa dallo scrivente, il quale utilizza un interferometro di MICHELSON in cui uno degli specchi piani è sostituito da uno specchio sferico concavo (fig. 5).

La sorgente è un punto luminoso lontano, in modo che il fenomeno di interferenza risulta non localizzato e le frange sono osservabili in qualsiasi piano avanti l'apparecchio. Esse sono circolari, essendo la lamina equivalente limitata da una superficie piana e da una superficie sferica e indicano, come negli anelli di NEWTON, regioni di uguale spessore di tale lamina. Questa disposizione presenta su quella del GOUY il vantaggio di permettere l'osservazione delle frange sia avanti che dopo il fuoco, sicchè il fenomeno della propagazione anomala si constata immediatamente confrontando i due sistemi di frange che si osservano nelle due

posizioni indicate. Inoltre, l'impiego di una sorgente monocromatica (arco a vapori di mercurio) permette di fare l'esperienza con spessori notevoli della lamina equivalente, eliminando l'inconveniente di un regolaggio penoso e delicato dell'apparecchio per ottenere il contatto ottico fra le due superfici riflettenti: necessario ove si voglia fare l'osservazione in luce

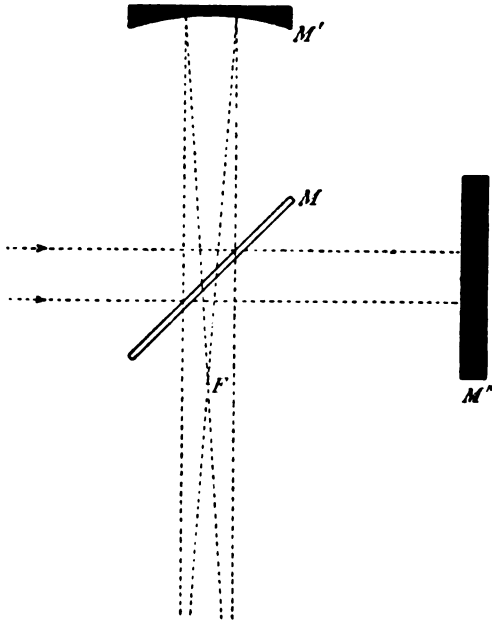


Fig. 5

bianca. Nell'esperienza si procede in questo modo: spostando convenientemente lo specchio mobile si cerca che il sistema di frange avanti il fuoco sia per es. a *centro oscuro*; al di là del fuoco il sistema diventa a *centro brillante*, conformemente alla teoria del GOUY.

Però, come avviene anche nell'esperienza del FABRY, l'intensità dei due fasci interferenti diventano così diverse a una certa distanza al di qua e al di là del fuoco che le frange non sono visibili ed è quindi impossibile verificare se la variazione di fase che subisce l'onda al passaggio per un fuoco sia brusca, come esige la teoria del GOUY, oppure continua.

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

SUNTI DEI RENDICONTI

1° SEMESTRE 1928

FISICA

Velocità molecolari, stati d'eccitazione e probabilità di transazione in un gas degenerare. Note I e II - PERSICO E. (pag. 137 e pag. 235) — Secondo un'ipotesi di FERMI, generalmente accettata, il moto delle molecole di un gas perfetto deve considerarsi come quantizzato, cioè la velocità di ciascuna molecola è caratterizzata da tre numeri quantici interi. Inoltre, estendendo al gas il principio di PAULI, si deve ritenere che non vi possano essere contemporaneamente nello stesso recipiente due molecole uguali aventi gli stessi numeri quantici, e quindi, in particolare, le stesse componenti la velocità. Questo impone una modificazione alla legge maxwelliana, e quindi all'equazione di stato, la quale è sensibile soltanto quando il gas è a bassissima temperatura, o ad altissima densità, o quando ha piccolissimo peso molecolare: in tali condizioni il gas dicesi « degenerare ».

Ciò premesso, nel presente lavoro si ricerca ciò che avviene quando le singole molecole del gas, anzichè poter essere considerate come punti materiali tutti uguali tra loro, come nella teoria di FERMI, sono suscettibili di assumere diversi stati di eccitazione, come è effettivamente nella generalità dei casi. Allora due molecole, che si trovino in diverso stato d'eccitazione, non si possono più considerare uguali agli effetti del principio di PAULI e quindi possono anche assumere le medesime componenti di velocità: ne risulta una modificazione alla legge di distribuzione delle velocità.

Inoltre, la probabilità di passaggio di una molecola da uno stato di eccitazione a un altro (da cui dipende, come si sa, l'emissione o l'assorbimento di radiazione), la quale è governata da una legge dovuta ad EINSTEIN, viene modificata dalla necessità di conformarsi al principio di PAULI. È infatti evidente, p. es., che una molecola non potrà passare da uno stato ad un altro, se vi è già nel recipiente altra molecola trovantesi in questo secondo stato e avente le medesime componenti di velocità (o, più generalmente, gli stessi numeri quantici). Ciò fa sì, che per un gas degenerare le formule di EINSTEIN per le probabilità di transizione debbano essere modificate.

Ne segue anche una diversa distribuzione delle molecole fra i vari stati d'eccitazione, risultando generalmente aumentato il numero di quelle che si trovano negli stati di energia maggiore.

Vengono esaminati in particolare il caso in cui la degenerazione è piccola (condizioni di laboratorio) e quello in cui è invece quasi completa (il che si realizza nell'interno di alcune stelle). - E. PERSICO.

Policroismo e orientazione degli joni nei cristalli di terre rare -
BRUNETTI R. (pag. 238) — L'analisi coi raggi X ha rivelato la distribuzione spaziale degli joni nei composti allo stato cristallino. Tale analisi tuttavia non dice se gli joni assumano ai vertici del reticolo cristallino una orientazione definita oppure no. E' noto che ogni jone (o atomo) allo stato naturale, ovvero sottoposto all'azione di un campo magnetico o elettrico simmetrici rispetto a un asse, possiede un asse momento che, in certo senso, può considerarsi come un asse di simmetria ottico dello jone. Rispetto ad esso infatti la radiazione che è emessa o assorbita dallo jone (o atomo) è polarizzata, nei casi più semplici con frequenze parallele a tale asse e frequenze il cui vettore luminoso ruota in piano ad esso ortogonale.

L'esame dello stato di polarizzazione delle radiazioni assorbite dagli joni che fanno parte di un edificio cristallino pare all'A. la via adatta a rispondere alla questione dell'orientazione degli joni nei cristalli. Gli joni dei sali di terre rare presentano policroismo d'assorbimento e precisamente, come in modo chiaro ha dimostrato l'A. in alcuni casi (bromato di neodimio, solfato pentaidrato di praseodimio, ecc.) manifestano radiazioni d'assorbimento delle quali alcune polarizzate parallelamente all'asse principale del cristallo, altre si comportano come se fossero polarizzate circolarmente in un piano normale all'asse del cristallo.

Questo fatto indica che è fondata l'ipotesi che gli joni del reticolo cristallino assumono orientazione definita in qualche caso, se non in tutti, molto semplice. Il vettore di orientamento dello jone essendo nei cristalli esaminati parallelo all'asse cristallografico.

Quale sia la natura del vettore rispetto a cui gli joni dei cristalli sono orientati non è possibile decidere fino a che non sia nota la classificazione degli spettri degli joni trivalenti delle terre rare e finchè la teoria degli effetti ZEEMAN e STARK dovuti a campi non uniformi non soccorra l'esperienza. Tuttavia, anche da quanto è noto circa la natura dei campi intramolecolari, pare ragionevole supporre che il vettore d'orientamento sia un vettore dipendente dal campo elettrico, a cui ogni jone soggiace per effetto degli joni che lo circondano. - R. BRUNETTI

Sulle caratteristiche dei triodi a tensioni di griglia saturanti -
LO SURDO (pag. 279) — Nella prima parte del lavoro l'A. studia la variazione dell'intensità della corrente di placca in un triodo, nelle condizioni di saturazione, dipendentemente dal potenziale di placca: siccome tali variazioni sembrano dovute all'azione del campo elettrico sull'emissione termoionica del filamento, l'A. ha voluto studiarle proteggendo il filamento dalle forti variazioni del campo elettrico: a tale scopo, in un triodo, il filamento e la griglia erano connessi tra di loro attraverso a una pila di f. e. m. sufficiente a produrre la saturazione tra i due elettrodi; il sistema filamento-griglia (con tensione costante di saturazione) e placca funzionava poi da valvola rettificatrice. Le curve costruite nelle condizioni di saturazione mostrano che la corrente di placca cresce proporzionalmente alla differenza di potenziale applicata tra filamento-griglia e placca. Però l'in-

cremento osservato nella corrente di saturazione unitaria, in ampère, per l'aumento di un volta di differenza di potenziale tra anodo e catodo era di 17.10^{-6} ; mentre, nel caso di un triodo montato come rettificatore ordinario, cioè coll'anodo costituito da griglia e placca unite assieme, detto incremento assumeva il valore di 87.10^{-6} .

Nella seconda parte del lavoro l'A. riferisce le caratteristiche (per un triodo Philips), che rappresentano l'andamento della corrente di placca con tensioni di placca più basse di quella minima necessaria per produrre la saturazione: tali caratteristiche sono in sostanza quelle del dynatron di Hull. Infine l'A. riporta la spiegazione che si suole dare della particolare forma di queste caratteristiche. - I. RANZI.

Sulla deduzione statistica di alcune proprietà dell'atomo. Applicazione alla teoria del sistema periodico. Calcolo della correzione di Rydberg per i termini s . Note I e II - FERMI E. (pag. 342 e pag. 726) — Se si considera un atomo di numero atomico molto elevato, gli elettroni che circondano il suo nucleo sono sufficientemente numerosi per venir trattati, in via di approssimazione, con un metodo statistico. Gli elettroni vengono dunque considerati come una nuvola formata da gas di elettroni che viene trattenuta in vicinanza del nucleo dalla attrazione elettrostatica verso di questo. Il calcolo della loro distribuzione non si può fare coi metodi della statistica classica; infatti l'atmosfera elettronica di un atomo ha densità tanto grande che il gas di elettroni, alle temperature ordinarie si trova in condizioni di degenerazione completa e ad esso si deve perciò applicare la forma di statistica proposta dall'A. Per mezzo di questa può risolversi in generale per un atomo qualunque il problema della determinazione della distribuzione degli elettroni intorno al nucleo, e quindi anche l'andamento del potenziale elettrico nell'interno dell'atomo.

La conoscenza della distribuzione degli elettroni permette di render conto teoricamente degli aggruppamenti elettronici della tabella di BOHR-STONER e quindi di rendersi conto, se pure in modo approssimato, delle varie particolarità e anomalie del sistema periodico degli elementi. In particolare vengono calcolati i numeri atomici per i quali ha principio la anomalia del primo grande periodo e il gruppo anomalo delle terre rare.

La determinazione del potenziale elettrico interno all'atomo permette inoltre di calcolare i livelli energetici di un atomo qualunque. Questa vien fatta, con i metodi della nuova meccanica, per il caso dei termini s di tutti gli atomi. Il confronto fra teoria ed esperienza mostra una soddisfacente concordanza tra i valori osservati e quelli calcolati. - E. FERMI.

Sulla teoria dei satelliti di Rutherford - GENTILE G. (pag. 346) — Si sa in che cosa consista questa ardita concezione del RUTHERFORD sulla costituzione del nucleo degli elementi radioattivi. Egli immagina nell'interno del nucleo stesso un sistema simile al modello dell'atomo di BOHR: una parte centrale caricata positivamente, intorno a cui ruotano degli atomi neutri di elio — in cui i due elettroni, per il forte campo elettrico, si trovano in or-

bite molto strette al nucleo. Questi atomi *He* si caricano per influenza alla stessa maniera d'una sfera conduttrice isolata, posta in un campo elettrostatico; si può così determinare la forza elettrica d'attrazione, che è compensata dalla forza centrifuga. Per questo sistema si scrivono infine, le condizioni di BOHR-SOMMERFELD.

In tal modo viene il R. a distinguere vari livelli energetici, come già si è fatto per gli atomi, e calcola anche l'energia d'estrazione d'una di queste particelle dal nucleo. A parte i dubbi che possano sorgere per i vari parametri che si lasciano indeterminati in questa teoria, altre difficoltà sono rilevate dall'A.

A tale scopo questi calcola, col metodo dedotto dal principio di corrispondenza, la vita media di questi stati quantici. Certamente nel voler calcolare con le leggi dell'elettrodinamica classica l'irradiazione del sistema nucleare, si potrebbe vedere un'estrapolazione troppo grande; ma questa estrapolazione è compatibile con quella del RUTHERFORD che riporta nel nucleo le leggi della quantistica del SOMMERFELD, che sono state trovate poco esatte già per gli atomi stessi.

Il calcolo, condotto, nel modo indicato, per alcuni elementi, dà una vita media troppo piccola, di circa 10^{-13} secondi, quando si pensi alla vita media di taluni elementi radioattivi, che può essere di migliaia di anni. - G. GENTILE

Su i termini accentati del calcio - GENTILE G. (pag. 910) — In questo lavoro l'A. calcola la differenza d'energia dei livelli F'' e P'' del *Ca*, trovando un buon accordo con l'esperienza.

Si può dire in poche parole come nascano questi termini speciali: gli atomi alcalino-terrosi hanno due elettroni esterni, che normalmente si trovano in uno stato s ; e mentre uno di essi rimane nello stato fondamentale, l'altro può venire eccitato. Nella sua nuova orbita l'elettrone si può considerare in un campo centrale, poichè nel resto atomico la distribuzione d'elettricità ha simmetria sferica, e quindi non ha importanza l'orientazione dell'orbita di codesto elettrone.

Questo non è più vero quando ambedue gli elettroni esterni si trovano spostati, fuori dell'orbita fondamentale s ; perchè quello che noi possiamo chiamare elettrone luminoso, non sta più in un campo centrale, essendo l'altro elettrone in un'orbita eccitata, che non ha più simmetria sferica. E si vengono perciò a distinguere vari nuovi livelli con le diverse possibili orientazioni delle orbite dei due elettroni; e di questo possiamo renderci facilmente conto con il metodo modellistico. L'A. studia il caso in cui i vettori quantità di moto reale abbiano i valori $l_1 = 2$, $l_2 = 1$ e cerca il caso in cui il sistema si può considerare più stabile (i vettori l paralleli e antiparalleli).

Determinati così anche i numeri quantici magnetici, calcola l'energia di perturbazione — dovuta all'azione che si esercita fra i due elettroni — con i metodi della Quantenmeccanica — come già HEISENBERG aveva fatto per l'Elio.

Trova così: $F'' - P'' = 3730$ numeri d'onda, mentre il valore sperimentale molto prossimo è 3550. Il risultato è abbastanza soddisfacente quando

si pensi che si erano prese, in prima approssimazione, le autofunzioni dell'idrogeno, però con un certo Z efficace, approssimazione quanto mai grossolana. - G. GENTILE

Su un nuovo modello di igrometro a condensazione - MARTINOZZI L. (Vedi *Nuovo Cimento*, Nuova Serie, Anno V, N. 4, 1928, pag. 137)

Su di un nuovo metodo per l'osservazione di piccolissime birifrangenze - TODESCO G. (pag. 394) — Il metodo si fonda sull'uso di una cellula fotoelettrica — opportunamente connessa con una valvola amplificatrice a doppia griglia — destinata a ricevere la luce che, per l'interposizione fra due nicol incrociati della sostanza birifrangente in esame, emerge dal nicol analizzatore.

L'amplificazione della corrente fotoelettrica è realizzata secondo uno schema particolare che permette di raggiungere una elevata sensibilità e costanza di funzionamento. Il catodo della cellula fotoelettrica è unito alla griglia interna del tetrodo mentre la griglia esterna è portata ad un conveniente potenziale positivo. Sul circuito di placca della valvola brigriglia — la cui corrente anodica è compensata con un artificio particolare — è posto il galvanometro le cui indicazioni risultano, sotto certe condizioni, proporzionali alle variazioni dell'intensità luminosa che colpisce la cellula e che son causate dal fenomeno in istudio.

Il metodo, applicato alla constatazione di piccolissime birifrangenze accidentali del vetro compresso, ha permesso di mettere in rilievo un ritardo ottico di $2,510^{-6}$ λ e si è mostrato idoneo a rilevare la birifrangenza magnetica dei liquidi organici con campi assai deboli. - G. TODESCO.

Contributo allo studio dei contatti imperfetti metallici - TODESCO G. e ROSSI B. (pag. 568) — Studio sperimentale del contatto imperfetto metallico acciaio-acciaio (piano e sfera). PELABON ha recentemente mostrato che contatti di questo tipo possono servire alla rettificazione delle correnti oscillanti, come un cristallo o una valvola rettificatrice. Gli AA. hanno tracciato le curve caratteristiche di questi contatti imperfetti metallici servendosi di un apparecchio nel quale il graduale avvicinamento degli elettrodi può essere ottenuto sia meccanicamente che termicamente e che fornisce resistenze di contatto assai stabili comprese fra qualche migliaio e qualche centinaio di migliaia di ohms. Dallo studio fatto risulta che i contatti in parola non seguono la legge di Ohm: la loro resistenza diminuisce quando l'intensità della corrente aumenta. Tale diminuzione di resistenza — perfettamente reversibile nel campo di ogni singola esperienza — diviene irreversibile ogni qualvolta l'intensità di corrente che traversa il contatto supera (in valore assoluto) il valor massimo precedentemente raggiunto nel corso dell'esperienza stessa. Numerose esperienze fatte nell'intento di studiare la proprietà rettificatrice dei contatti imperfetti metallici realizzati, hanno mostrato che, per il passaggio di una corrente anche estremamente poco intensa, i contatti stessi si coerizzano

ed il processo di rettificazione non ha più luogo. Affinchè questo possa sussistere è necessario che il contatto riassuma immediatamente la resistenza originale il che potrà accadere — come è il caso delle esperienze di PELABON — quando gli elettrodi godono di una certa mobilità che consenta la continua interruzione dell'incipiente processo di coerizzazione.

G. TODESCO

Influenza della carica elettrica sulla conduttività di una pellicola - PIERUCCI M. (pag. 400) — L'A. sperimenta su pellicole metalliche ottenute per metallizzazione leggera sopra le pareti interne di lampade ad incandescenza cilindriche dette « a vetrina », in seguito a mesi di funzionamento a tensione normale. Le pellicole presentano allora stabilità sufficiente al fine di stendervi sopra, dopo aver aperta la lampada, gli elettrodi — anelli di lega di Wood — con comunicazione esterna attraverso il vetro.

La lampada viene poi vuotata quanto è possibile, perchè la presenza di gas influisce molto sulla resistenza elettrica della pellicola, e chiusa alla fiamma. Sulla parete esterna della lampada si stende un'armatura di stagnola, in modo da fare un condensatore, di cui la pellicola metallica è l'armatura a terra. Si comunica poi al condensatore una certa carica (Q), applicando all'armatura esterna un potenziale di circa 10.000 volta, e si misura la resistenza elettrica della pellicola con una disposizione Wheatstone. La pellicola cilindrica stesa sarebbe circa un quadrato, con che si eliminano effetti perturbatori di elettrostrizione: la sua resistenza non subisce variazione che per effetto di temperatura, ed il coefficiente di temperatura negativo è dell'ordine di $5 \cdot 10^{-4}$, e per effetto di cariche e scariche. Per cariche positive si ha un aumento di resistenza un po' maggiore di $1 \cdot 10^{-5}$, per cariche negative una diminuzione di circa $1 \cdot 10^{-5}$; il segno di questa variazione è dunque quello previsto dalla teoria.

Chiamando n il numero degli elettroni mandati a terra o richiamati sulla pellicola ($\frac{Q}{e}$), ed N il numero totale degli atomi, nell'ipotesi in media di un elettrone libero per atomo, si avrebbe dal calcolo, per lo spessore della pellicola di circa $5 \cdot 10^{-7}$, l'aumento o diminuzione relativa della sua resistenza di circa $1,2 \cdot 10^{-5}$ per carica positiva o negativa, che è appunto il valore sperimentale dell'A. Tale spessore è d'accordo col coefficiente di temperatura trovato dall'A., tenendo presente relazioni, tra lo spessore e quel coefficiente, di molti altri sperimentatori. - G. DALLA NOCE.

Sulle interferenze nelle propagazioni corpuscolari - RONCHI V. (pag. 491) — L'A. partendo dall'ipotesi di una particolare propagazione corpuscolare, tenta di dare una spiegazione di un caso di interferenze luminose, di difficile interpretazione secondo le idee classiche sulla continuità e sulla propagazione dell'energia raggiante. - O. SPECCHIA.

Sopra l'allargamento delle righe spettrali - RASETTI F. (pag. 561) — L'A. si propone di mettere in evidenza la perturbazione prodotta sopra un atomo emittente da parte di atomi vicini uguali, quale causa, tra le altre ben note, dell'allargamento delle righe spettrali, per un fenomeno di risonanza.

Che l'azione tra atomi uguali sia maggiore che l'azione tra atomi diversi, l'A. dimostra dapprima teoricamente tanto colla meccanica classica quanto con quella ondulatoria. Colla prima due oscillatori di frequenze proprie ν_1 e ν_2 , nella stessa direzione, danno un sistema con due frequenze proprie (per moti sinusoidali), radici dell'equazione

$$\begin{vmatrix} 4\pi^2 m(\nu_1^2 - \nu^2) & \alpha \\ \alpha & 4\pi^2 m(\nu_2^2 - \nu^2) \end{vmatrix} = 0.$$

Ivi la variazione della frequenza propria del sistema è proporzionale ad α^2 , per $\nu_1 > \nu_2$, ed è invece proporzionale ad α , per $\nu_1 = \nu_2$. Colla meccanica ondulatoria, scritta l'equazione di SCHRÖDINGER per il sistema dei due oscillatori, si trovano gli autovalori del parametro E , che rappresenta l'energia del sistema, in corrispondenza delle stesse frequenze proprie del sistema, radici dell'equazione superiore.

Sperimentalmente l'A. confronta righe di emissione della serie principale degli alcalini (righe D), che sono righe di assorbimento e quindi per esse l'atomo parte da stato normale, e può essere circondato da atomi uguali di densità sufficiente a dare il fenomeno di risonanza, con righe di altra serie, non di assorbimento (righe $3^2P - 4^2D$), per cui non vi può essere l'effetto di risonanza. Le altre cause di allargamento agendo allo stesso modo, il maggiore allargamento per le D sarebbe di risonanza. Alla temperatura di 300° le righe D e quelle $3^2P - 4^2D$ sono ancora sottili; col crescere della temperatura fino a 440° , quindi della pressione fino ad 1 mm., le D si allargano fino a banda di 20 Å, e le altre righe rimangono ancora sottili. Lo spessore del vapore luminoso assorbendo di più la parte centrale della riga, altera la distribuzione dell'intensità luminosa a favore delle zone lontane dal centro; ma a 10 Å di distanza non si ha certamente più effetto DOPPLER; neppure si hanno più gli effetti degli smorzamenti dell'oscillazione e d'urto, perchè per essi si avrebbe a tal distanza un'intensità trascurabile, come ha dimostrato recentemente R. MINKOWSKY. Da esperienze complementari dell'A. con scariche a grande capacità, nemmeno effetti STARK per campi elettrici molecolari possono spiegare la notevole larghezza delle D . L'A. allora conclude che il fattore predominante per essa è appunto un effetto di risonanza. - G. DALLA NOCE.

Sopra la meccanica ondulatoria di un atomo alcalino nel campo elettrico - RASETTI F. (Nota I pag. 839 e Nota II pag. 1010) — L'A. si serve del noto modello di un atomo alcalino consistente nel rappresentare l'azione del nocciolo sull'elettrone luminoso mediante un potenziale della forma $\frac{e^2}{2} + \frac{h^2 A}{8\pi^2 mer^2}$ in cui A è una costante che si determina empiricamente

e le altre lettere hanno il solito significato. Con questa espressione del potenziale l'A. scrive l'equazione di SCHRÖDINGER e con un calcolo analogo a quello dell'atomo d'idrogeno ne trova gli autovalori e le autofunzioni. Con questi risultati l'A. calcola per il litio i termini S e P che risultano in buon accordo con l'esperienza.

Viene poi considerata l'azione di un campo elettrico d'intensità F . Il calcolo è fatto col metodo delle perturbazioni e l'approssimazione viene spinta fino ai termini in F^2 , poichè negli atomi alcalini a differenza dell'atomo d'idrogeno la perturbazione in prima approssimazione è nulla. In questo modo l'A. può calcolare lo spostamento delle righe per effetto STARK e la costante dielettrica degli elementi considerati. Questi dati si conoscono sperimentalmente solo come ordine di grandezza che però coincide con quello calcolato. - D. GRAFFI

Sopra il calcolo dei termini M per mezzo del potenziale statistico dell'atomo - RASETTI F. (pag. 915) — La teoria statistica di E. FERMI per l'insieme degli elettroni, che circondano il nucleo atomico, considerati come gas nello stato di completa degenerazione, fa prevedere alcune proprietà periodiche dell'atomo, quando tali proprietà sono funzioni regolari del numero atomico, non sovrapponendosi allora oscillazioni, dovute ai particolari della struttura elettronica (tipico esempio: i livelli energetici X). L'A. calcola i termini M_{∞} partendo dal potenziale elettrico nell'interno dell'atomo, dato dalla stessa teoria statistica e li confronta coi valori sperimentali. Nell'equazione di SCHRÖDINGER gli autovalori saranno le energie degli stati quantici dell'elettrone o i termini, essendo la energia potenziale, secondo il risultato del FERMI,

$$V = -\frac{e^2}{r} \left[1 + (Z-1)\varphi\left(\frac{r}{\mu}\right) \right],$$

dove φ è una funzione incognita della distanza r dell'elettrone dal centro, μ una costante del numero atomico Z . Le soluzioni dell'equazione di SCHRÖDINGER, che appartengono agli autovalori, cioè le autofunzioni ψ , per l'atomo idrogenoide allo stato 3_{∞} , sono note in funzione di r : la ψ è zero nel centro, raggiunge un massimo abbastanza acuto e poi tende rapidamente a zero; l'andamento delle ψ dovrà essere sostanzialmente lo stesso anche pel livello M_{∞} . L'A. dà all'energia potenziale una certa forma analitica V' , dipendente da tre costanti, e la pone uguale alla superiore forma V , nel punto in cui ψ ha il suo massimo per lo stato 3_{∞} . Sostituiti i valori delle costanti nell'autovalore E , corrispondente allo stato 3_{∞} , l'A. ottiene un primo valore approssimato del termine cercato. Poi l'A. ricava una seconda approssimazione dalla teoria delle perturbazioni di SCHRÖDINGER, osservando che, quale energia di perturbazione, deve introdursi nella correzione ΔE , la differenza $V - V'$ superiore.

Eseguito il calcolo per l'argento (47), gadolinio (64) e uranio (92), i valori $\sqrt{\frac{V}{R}}$ in funzione di Z risultano, nel grafico, allineati e poco discosti dalla

r

curva sperimentale $\sqrt{\frac{v}{R}}$. Quindi una brillante conferma dell'espressione del potenziale elettrico nell'interno dell'atomo, dedotto dal FERMI mediante la statistica del gas degenero. - G. DALLA NOCE.

Sulla relatività a cinque dimensioni - CARRELLI A. (pag. 566) — Nella teoria di relatività a cinque dimensioni si ha il vantaggio di poter considerare il moto di un punto anche elettrizzato sotto l'azione di forze elettromagnetiche come moto di un punto per geodetiche, ma si ha lo svantaggio di dover introdurre una quinta coordinata x_5 non misurabile. Il momento coniugato p_5 di questa coordinata è la carica elettrica che per la non misurabilità di x_5 risulta costante. Per ricavare qualche informazione sul possibile significato fisico di x_5 , già considerato da taluni come connessa con la rotazione dell'elettrone su sè stesso, l'A. applica alle due grandezze coniugate $x_5 p_5$ la relazione di HEISENBERG $\Delta p_5 \Delta x_5 \propto h$, e poichè p_5 è proporzionale alla carica elettronica e h al momento dell'impulso dell'elettrone ruotante, la quinta coordinata x_5 risulterebbe proporzionale al momento dell'impulso dell'unità di carica. - A. CARRELLI.

Sulla larghezza di alcune righe dello spettro del Hg - CARRELLI A. (pag. 1014) — In questa Nota vengono riassunti i risultati ottenuti nella misura della larghezza di undici righe dello spettro del Hg mediante l'interferometro di FABRY e BUISSON. Dalle misure si ricava quale influenza ha sulla larghezza il numero quantistico azimutale k e il numero quantistico interno j ; inoltre vien messo in evidenza il comportamento della serie anomala mP nella quale al crescere di m si ha un aumento del difetto quantistico, e conseguentemente una diminuzione della larghezza della riga.

A. CARRELLI

Un metodo interferenziale per la misura della suscettibilità magnetica dei liquidi - SPECCHIA O. (pag. 574) — L'A. in questa nota descrive una disposizione sperimentale, che deriva dal metodo del dislivello di QUINCKE, per la misura della suscettibilità magnetica dei liquidi. Dei due vasi comunicanti, quello situato fuori del campo porta una disposizione interferenziale, realizzata in questo modo: nella parte centrale del fondo è praticato un foro circolare chiuso da una lastra di vetro semiargentata; un'altra lastra semiargentata è portata da un disco metallico, la cui posizione rispetto alla prima lastra può essere regolata mediante tre viti. Questo sistema di due superfici semiargentate affacciate, le quali, mediante le tre viti, possono essere rese parallele, costituisce una lamina di FABRY e PEROT; il mezzo interposto essendo l'aria e una lamina liquida di spessore variabile. Le frange all'infinito prodotte dal sistema vengono osservate per trasmissione, la radiazione monocromatica impiegata è la 5460 dell'arco a mercurio. Eccitando il campo, si verifica un movimento del liquido dall'uno all'altro dei due vasi comunicanti, il quale determina, in quello posto fuori del campo, una variazione di li-

vello in un senso o nell'altro, dipendentemente dal segno di γ , alla quale corrisponde il passaggio di un certo numero di frange. È dal computo di queste che si può risalire, conoscendo le costanti dell'apparecchio, l'intensità del campo, e l'indice di rifrazione del liquido, al valore di γ .

O. SPECCHIA

La fase della corrente di saturazione termojonica di un circuito a tensione pulsante - DEI C. (pag. 644) — L'A. prende in considerazione un circuito che ha in serie una valvola termojonica a due elettrodi, una resistenza ohmica, una bobina di autoinduzione ed una f. e. m. pulsante sufficiente perchè la valvola lavori sempre in saturazione.

Tenuta presente l'osservazione di LO SURDO circa la variazione della corrente di saturazione della lampada con l'aumentare della d. d. p. fra placca e filamento, l'A. scrive l'equazione differenziale del circuito e ne ricava le formule che danno i valori dell'intensità di corrente attraverso il circuito stesso (nella fase permanente) e della differenza di fase fra corrente e f. e. m. impressa.

Di queste due formule è stata fatta dall'A. un'accurata verifica sperimentale con un oscillografo a catodo incandescente, misurando direttamente i parametri delle ellissi ottenute sullo schermo fluorescente per la composizione della corrente che percorre il circuito con la f. e. m. impressa.

G. TODESCO

Sui circuiti con valvola termojonica in saturazione derivata su un condensatore - DEI C. (pag. 730) — L'A., continuando lo studio del circuito sopra considerato, suppone ora che in derivazione ai capi della lampada venga posto un condensatore e scrive le equazioni differenziali del circuito tenendo presente la relazione di LO SURDO che lega la corrente di saturazione alla d.d.p. placca e filamento del diodo. La risoluzione del sistema di equazioni in parola, gli consente di scrivere le espressioni dell'intensità di corrente nel ramo principale del circuito e nei due rami derivati (lampada a condensatore) e quella delle differenze di fase che si stabiliscono a regime.

Segue la discussione dei risultati ottenuti in relazione ai diversi valori critici che si possono attribuire alle costanti del circuito. - G. TODESCO.

Sulla emissione elettronica in un tubo a vuoto - TIERI L. e RICCA V. (pag. 720) — Per stabilire la relazione esistente fra la variazione di corrente per il filamento e quella della corrente elettronica di emissione, al variare della differenza di potenziale fra filamento e placca di un triodo Philips miniwatt C 509, gli AA. si servono del ponte di Wheatstone modificato da COX e PIETEMPOL. Le misure portano a confrontare le variazioni ΔI della corrente per il filamento con le variazioni Δi della corrente termojonica, ottenute con potenziale costante di placca e dando al potenziale di griglia incrementi compresi fra 0 e 1 volta, rispetto al potenziale dell'estremo negativo del filamento, metallicamente collegato colla griglia stessa.

Dai diagrammi ottenuti della funzione $\Delta i = \varphi(\Delta I)$, risulta, che al cre-

scere del potenziale di placca, l'immagine geometrica di detta funzione si inclina verso l'asse delle ΔI .

Oltre un certo valore di detto potenziale, l'inclinazione sembra rimanga costante, mentre i diagrammi, al crescere del potenziale di placca tendono a divenire rettilinei.

Facendo poi i diagrammi $\Delta I = f(V_p)$, per vari valori costanti di Δi , si trova che per un dato valore di Δi , ΔI cresce colla tensione anodica fino ad un massimo. Sembra poi che i prolungamenti di tali curve incontrino l'asse delle V_p in un punto diverso dallo zero. Per approfondire tale fenomeno, gli AA. hanno ripetuto le esperienze con opportune modificazioni, collegando metallicamente la griglia colla placca. Non è stato però possibile studiare, neanche in questo caso, la curva in vicinanza dello zero, per difetto di sensibilità. Gli AA. hanno però potuto mettere in evidenza la inversione di ΔI , ed hanno trovato che è $\Delta I = 0$ quando il potenziale di placca passa da -110 volta a 1.4 circa. - C. PIROTTI.

Polarimetria e fotometria fotoelettrica - PERUCCA E. (pag. 733).

— Il metodo fotoelettrico proposto da G. TODESCO per porre in evidenza tracce minime di birifrangenza, potrebbe, secondo l'A., trovare un impiego più adatto come metodo sensibilissimo di zero, capace di sostituire l'occhio nelle misure polarimetriche e fotometriche. Infatti il dispositivo in parola è capace di fissare l'azimut di estinzione dell'analizzatore rispetto al polarizzatore (nicols incrociati) con l'approssimazione di $1,5''$ circa, approssimazione questa che sorpassa quella dei migliori dispositivi polarimetrici a penombra finora esistenti. Col metodo fotoelettrico in parola, oltre il vantaggio di poter svincolare le misure polarimetriche dall'elemento soggettivo, sarebbe possibile conservare la sensibilità anche nel violetto estremo, e con speciali celle fotoelettriche, anche nel rosso.

Quanto si è detto vale anche per le misure fotoelettriche, specie nel caso dei fotometri a prismi polarizzatori.

Quanto alle misure di birifrangenza, il metodo del TODESCO, secondo l'A., potrebbe dare eccellenti risultati, purchè la vibrazione luminosa da analizzare venisse compensata, cioè trasformata in vibrazione rettilinea e la cella fotoelettrica sostituisse l'occhio nella determinazione degli azimut di estinzione o dell'equivalenza delle penombre. Poichè i metodi a penombra sentono un ritardo di fase $\Delta\varphi = 20'' + 1.5 \cdot 10^{-5}$ circa, il metodo del TODESCO, secondo l'A., avrebbe il vantaggio di una maggiore sensibilità.

C. PIROTTI

Su di un fenomeno fotoelettrico constabile cogli audion - Altre constatazioni concernenti il fenomeno degli audion - MAJORANA Q. (pagg. 801 e 877) — Queste Note saranno riunite in un articolo di 1ª Parte, che comparirà prossimamente.

Nuovi contributi allo spettro del bromo nella scarica senza elettrodi - SIRACUSANO N. — Vedi *Nuovo Cimento*, Nuova Serie, Anno V, 1928, N. 7, pag. 273.

Sulla dispersione anomala del Litio e del Mercurio - SEGRE'
E. ed AMALDI E. (pag. 919) — Gli AA. determinano il rapporto tra i numeri degli elettroni di dispersione delle righe di assorbimento del *Li*, 6708 Å e 3232 Å, con misure di dispersione anomala, metodo PUCCANTI, e dispositivo ottico di quarzo del RASETTI (vedi « N. Cimento », 1928, Sunti pag. CLV) e lo trovano di circa 135. Rilevano a proposito che il rapporto delle intensità delle due righe, che essi calcolano partendo dalle autofunzioni date dal RASETTI per i termini del *Li* (vedi questi Sunti pag. CLXXXI), risulterebbe di 2, in disaccordo col loro valore sperimentale del rapporto tra i numeri degli elettroni di dispersione. Questo valore però è dell'ordine dell'analogo rapporto per le prime righe della serie di assorbimento degli altri alcalini, mentre il valore calcolato costituirebbe una singolare anomalia pel *Li*.

Gli AA. determinano, pure con misure di dispersione anomala, il rapporto tra i numeri degli elettroni di dispersione per le righe di assorbimento del *Hg*, 2537 Å e 1849 Å. Data la debolezza delle fotografie delle frangie di dispersione, gli AA. confrontano le ordinate y dei singoli punti di una frangia in funzione dei numeri d'onda, colle ordinate y_1 e y_2 delle due curve teoriche, che rappresentano, a mezzo della formula classica, la dispersione data da un solo elettrone della 2537 e della 1849. Quindi determinano i numeri N_1 ed N_2 proporzionali ai numeri di elettroni di dispersione delle due righe in modo che sia $y = N_1 y_1 + N_2 y_2$. L'ordine di grandezza di quel rapporto è del centesimo. - G. DALLA NOCE.

FISICA-MATEMATICA

Sopra gli integrali generali di alcune equazioni differenziali della Fisica-matematica - WATAGHIN G. (pag. 124) — L'A. considera l'equazione di propagazione delle onde:

$$\Delta_2 f - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

e dimostra che ogni sua soluzione sviluppabile in integrale di FOURIER è soddisfacente ad altre ipotesi si può rappresentare mediante la sovrapposizione di onde piane che si propagano con velocità c , oppure nel caso di $f(x, y, z, t)$ reale, anche mediante un sistema di onde stazionarie.

L'A. poi indica una generalizzazione delle sue formule e deduce come caso particolare alcuni teoremi del WITTAKER.

Lo studio viene poi esteso anche alle equazioni:

$$\begin{aligned}\Delta_2 U + k^2 U &= 0 \\ \Delta_2 V &= 0\end{aligned}$$

per cui è ottenuta la forma generale delle soluzioni sviluppabili in integrali di FOURIER. - D. GRAFFI.

Sulla propagazione delle correnti elettriche stazionarie in un conduttore sottoposto all'azione di un campo magnetico uniforme - FREDA E. (Nota I, pag. 716 e Nota II, pag. 830) — In un conduttore

FREDA E. (Nota I, pag. 716 e Nota II, pag. 830) — In un conduttore omogeneo isotropo sottoposto all'azione di un campo magnetico uniforme $\vec{H}$ parallelo all'asse z il legame fra il vettore densità di corrente $\vec{j}$ e campo elettrico $\vec{F}$ è dato da:

$$j_x = KX \pm \epsilon Y, \quad j_y = KY \mp \epsilon X, \quad j_z = \sigma Z$$

dove j_x, j_y, j_z, X, Y, Z sono rispettivamente le componenti di $\vec{j}$ e $\vec{F}$, ϵ, k e σ sono grandezze dipendenti dal campo e dalla natura del conduttore, il segno $\pm$ si mette a seconda del senso di $\vec{H}$. Se $\vec{H} = 0$, si ha $\epsilon = 0$, $k = \sigma = \sigma_0$ conducibilità del conduttore. Per effetto della relazione ora scritta fra $\vec{j}$ e $\vec{F}$, questi due vettori non hanno in generale per un dato punto la stessa direzione. L'A. indica una costruzione che permette di passare da uno di questi vettori all'altro. Da ciò si deduce che se $\vec{F}$ forma un angolo acuto o ottuso con $\vec{H}$, così avviene di $\vec{j}$ e viceversa, e che $\vec{j}$ e $\vec{F}$ sono paralleli solo se sono paralleli ad $\vec{H}$. Infine dalla costruzione sopra accennata viene dedotta la direzione sulla superficie libera del conduttore lungo la quale deve essere nulla la componente di $\vec{F}$ affinché sia nulla la componente normale di $\vec{j}$ su tale superficie. L'A. ricerca poi sotto quali condizioni le linee di corrente e le superfici equipotenziali rimangono le stesse per qualunque valore di $\vec{H}$ e trova che ciò avviene solo se in ogni punto del conduttore $\vec{j}$ (e quindi $\vec{F}$) è parallelo ad $\vec{H}$ cioè quando la corrente entra o esce per elettrodi di resistenza trascurabile normali ad $\vec{H}$ e la superficie libera del conduttore è parallela ad $\vec{H}$.

Vengono poi ricercate le condizioni per cui la distribuzione delle correnti o dei potenziali rimane la stessa con e senza campo, qualora la corrente entra o esca da elettrodi puntiformi o da elettrodi estesi a resistenza trascurabile. Si trova intanto che in conduttore a tre dimensioni se la corrente entra da elettrodi puntiformi tanto la distribuzione della corrente che quella dei potenziali non può rimanere inalterata con o senza campo magnetico. La distribuzione delle correnti rimane inalterata con e senza campo magnetico solo se la superficie libera è parallela ad $\vec{H}$ e gli elettrodi sono in piani perpendicolari ad $\vec{H}$.

Invece la distribuzione dei potenziali si conserva per ogni valore di $\vec{H}$ solo se le superfici libere sono normali ad $\vec{H}$ e le superfici degli elettrodi di resistenza trascurabile sono parallele ad $\vec{H}$, e viceversa.

L'A. confronta infine i suoi risultati con quelli del VOLTERRA sulla lamina piana sottoposta all'azione di un campo magnetico ad essa perpendicolare e trova che in questo caso valgono per qualunque spessore della lamina i teoremi relativi alla distribuzione senza superfici libere, ma non quelli relativi agli elettrodi puntiformi. - D. GRAFFI.

ASTROFISICA

Contributo alla teoria balistica delle stelle variabili. Nota II. - In questa nota l'A. applica i risultati ottenuti nella precedente nota (pag. 296) a esempi riferentisi a casi concreti. - I. RANZI.

NOTIZIARIO

Cose voltiane.

Solo adesso possiamo mantenere le promesse fatte l'anno scorso di occuparci della guida bibliografica « Alessandro Volta », compilata dal prof. Felice Scolari per incarico della Commissione per l'edizione nazionale delle opere voltiane (Fondazione Leonardo per la cultura italiana, 1927, pp. 688).

Oltre a varie prefazioni, note e l'indice dei nomi e delle cose, la guida contiene una rassegna dei biografi, illustratori e commentatori del Volta, la bibliografia voltiana del dott. Francesco Fossati aggiornata dallo Scolari (297 scritti editi di Alessandro Volta e una trentina attribuiti o relativi a lui). Segue la parte più originale del volume, cioè l'elenco cronologico illustrato dell'epistolario voltiano (1430 lettere del Volta o al Volta o che si riferiscono a lui, in gran parte inedite o pochissimo conosciute). A complemento del carteggio, si è aggiunta la serie dei personaggi voltiani con cenni biografici (che andranno riveduti). La guida si chiude con un'appendice del prof. Francesco Massardi contenente gl'indici dei volumi editi e inediti dell'edizione nazionale brevemente illustrati.

È, come si vede, un libro fondamentale sulla bibliografia voltiana; e l'Autore è tanto più degno di ammirazione in quanto ha dovuto lavorare in condizioni di grave inferiorità, essendo lontano da qualsiasi centro di studi.

Naturalmente, il libro non pretende di essere perfetto e appunto per questo la Commissione voltiana « si augura che il volume serva di sprone agli ammiratori del Volta per darle man forte. L'aiutino essi a correggere le inesattezze, a colmare le lacune, a metterlo sulla via di scovare i documenti sfuggiti alle sue indagini ».

Crediamo che, nell'interesse degli studi voltiani, quest'invito vada accettato e cominciamo a darne (molto modestamente) l'esempio.

Nella nota a pp. 356-57, si afferma, a proposito del famoso « articolo sul galvanismo » del Romagnosi, che alcuni, *con buon fondamento*, fanno risalire al Romagnosi la priorità della scoperta di Oersted. È un errore, che è stato confutato molte volte e in particolare da uno scrittore della *Biblioteca Italiana* (1840, t. 98, pp. 60-63), che pare sia il Belli e da Gilberto Gori (Atti della R. Accademia di Torino, vol. IV, 1868-69, pp. 426-37 e 438-9).

Il Gori riporta l'articolo del Romagnosi dall'*Antologia* di Firenze del 1827. Quest'articolo è identico a quello originale, che è stato pubblicato nel « Ristretto de' Foglietti Universali » di Trento, il 3 agosto 1802. Aggiungeremo che l'articolo è stato pure fedelmente ristampato da G. A. Majocchi negli *Annali di fisica, chimica e matematiche ecc.*, vol. XVI, 1844, pp. 88-91 e da altri.

Dimostrato nella maniera più convincente che l'esperienza fatta dal Romagnosi non ha che vedere con quella di Oersted (basta del resto leggere lo scritto di Romagnosi per convincersene), il Govi prosegue: « Ed ecco perchè il dottissimo giureconsulto, mentre viveva in Milano educando i giovani nelle scienze legali, scrivendo articoli per molti periodici e procurando la maggior diffusione possibile delle sue idee filosofico-giuridiche e de' suoi principi economici (dal 1820 al 1835) non mise mai fuori una sola riga per rivendicare una priorità che egli ben sapeva di non avere sull'illustre fisico di Copenaghen ». E dopo avere affermato che probabilmente l'errore si deve alle parole equivoche usate dall'Aldini per raccontare l'esperienza di Romagnosi, conclude: « Ma il documento originale e completo toglie ogni dubbio e sarebbe un atto sleale da parte di noi Italiani il ripetere per vanità nazionale un falso vanto, mentre così acerbamente si vanno rinfacciando agli stranieri quelle che noi giudichiamo piraterie esercitate da essi sulle nostre glorie paesane ».

Alle stesse conclusioni negative è giunto recentemente Ferdinando Lori nel fascicolo dell' *Energia Elettrica* di cui parleremo più oltre.

Lo Scolari dice poi a p. 492 della Guida che il Cossali fu professore di matematica superiore nell'Università di Pavia dal 1787 al 1805, mentre da ricerche da me eseguite all'Archivio di Stato di Parma risulta che il Cossali fu nominato professore di fisica all'Università di Parma il 1° luglio 1786, che il 4 novembre 1790 alla cattedra di Fisica passò Pietro Sgagnoni e il Cossali fu nominato professore di astronomia, idraulica e meteorologia, finchè l'8 novembre 1804 furono accettate le sue dimissioni ed egli, il 30 novembre dello stesso anno venne dichiarato professore emerito dell'università. Si deve aggiungere che l'importante opera in due volumi del Cossali: *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'algebra* fu pubblicata a Parma (Stamperia Reale, 1797-99), mentre gli *Scritti inediti* furono pubblicati da Baldassare Boncompagni nel 1857 (Roma, Tip. Belle Arti).

A proposito della « legge della dilatazione dei gas di Alessandro Volta » bisogna citare lo studio di Icilio Guareschi con questo titolo pubblicato sul « Supplemento annuale, all'Enciclopedia di Chimica », vol. XXX, 1914.

seb. t.

RIVISTA

LE NUOVE IDEE SULLA DISSOCIAZIONE ELETTROLITICA

Nota del Prof. UGO GRASSI

La teoria della dissociazione elettrolitica di *ARRHENIUS* enunciata nel 1884 faceva rientrare le soluzioni degli elettroliti nel quadro generale della teoria delle soluzioni data da *VAN'T HOFF*. Notoriamente tali soluzioni di elettroliti si comportano anormalmente dal punto di vista della legge per cui le soluzioni di pressione osmotica data contengono in un determinato volume lo stesso numero delle molecole, che conterrebbe un gas ideale alla stessa temperatura ed a pressione uguale a quella osmotica. Ma secondo *ARRHENIUS* un elettrolita consta di molecole neutre e di molecole dissociate in ioni e nel numero totale di molecole si devono contare oltre alle molecole non dissociate gli ioni generati per dissociazione.

Per la riprova quantitativa della bontà della teoria si poteva ricorrere in primo luogo al confronto dei valori del grado di dissociazione α dedotto da misure dirette della pressione osmotica o indirettamente da misure erioscopiche o ebullioscopiche con il valore ricavato a mezzo di determinazioni di conducibilità elettrica.

Le concordanze ottenute in sul principio in tale genere di misure, concordanze a dir vero più qualitative che quantitative, hanno permesso alla teoria di *ARRHENIUS* di affermarsi specialmente nel campo dei cultori della chimica.

Ma la prova sperimentale che è sembrata assai convincente è stata data dall'applicazione della legge di *GULDBERG* e *WAAGE* sull'equilibrio chimico. Se gli ioni liberi in seno alla soluzione nonostante le loro cariche elettriche devono potersi considerare come molecole neutre, sono applicabili alla dissociazione elettrolitica le formule che regolano la dissociazione delle molecole neutre, e perciò il grado di dissociazione α di un elettrolita monovalente (ad esempio *NaCl*) deve essere legata alla diluizione v dalla formula

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} \frac{1}{v} = \text{cost.}$$

Misurando α per via elettrica è risultato che una larghissima quantità di elettroliti seguono con rigore questa legge; e la relativa costante è stata determinata per un grande numero di essi dalla scuola di *OSTWALD* mettendo anche in relazione le variazioni del suo valore con le variazioni di struttura molecolare.

Ma appunto in questa occasione si è rivelata in maniera indubbia una singolare anomalia: tutti senza eccezione gli elettroliti forti, ossia molto dissociati, non seguivano la legge di diluizione quando il loro grado di dissociazione era determinato con misure di conducibilità.

Si sperava da principio che il disaccordo con la teoria dovesse attribuirsi alla poca precisione con cui il valore di $1 - \alpha$ (prossimo a zero per gli elettroliti forti) poteva essere determinato; ma si vide subito che si trattava di una vera e propria anomalia che presentava per tutti gli elettroliti forti lo stesso carattere; inquantochè la espressione

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \frac{1}{v}$$

che avrebbe dovuto mantenersi costante andava regolarmente aumentando con l'aumentare della concentrazione.

Si venne allora a formule empiriche come quella di RUDOLPHI

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \frac{1}{v^{\frac{1}{2}}} = \text{cost.}$$

o quella di VAN'T HOFF

$$\frac{\alpha^3}{(1 - \alpha)^2} \frac{1}{v} = \text{cost.}$$

o quella di RUDOLPHI VAN'T HOFF

$$\frac{\alpha^{\frac{8}{3}}}{1 - \alpha} \frac{1}{v^{\frac{1}{2}}} = \text{cost.}$$

Tutte queste formule credute esatte per qualche tempo sono state poi dovute abbandonare quando si vide che le diverse espressioni non si mantenevano affatto costanti allargando sufficientemente l'intervallo di variazione della v .

Esse mancavano di una sufficiente giustificazione teorica ed anche come formule empiriche soddisfacevano soltanto in intervalli piuttosto ristretti.

JAHN mise in dubbio che la mobilità degli ioni fosse costante e che conseguentemente il rapporto tra la conducibilità equivalente λ di una soluzione ($\lambda = \frac{\text{(somma della mobilità)} \times \text{concentrazione}}{\text{concentrazione molecolare}}$) e λ_{∞} fosse atto a dare una

misura esatta del grado di dissociazione; suppose perciò che convenisse dedurre la concentrazione degli ioni dalla determinazione della forza elettromotrice di pile di concentrazione mediante le formule di NERNST.

Questo tentativo ebbe la sorte degli altri e non potè certo permettere di affermare che la legge di diluizione di OSTWALD fosse verificata per gli elettroliti forti. Fu nella occasione della polemica suscitata da questi lavori che JAHN ebbe la idea di portare una correzione alla espressione del potenziale termodinamico di una soluzione di elettrolita mediante

un termine additivo che doveva esprimere il risultato delle azioni scambievoli di origine elettrostatica tra gli ioni e le molecole e tra gli ioni positivi e negativi; l'idea era eccellente, ma la forma data a questo termine (era un termine di secondo grado rispetto al numero di ioni componenti la soluzione, e nulla giustificava questa cosa) non poteva portare alla soluzione del problema.

È da notare che alcune proprietà che si erano ritenute specifiche di alcuni ioni mostravano un singolare comportamento. Tali ad esempio erano le proprietà catalitiche dell'ione H ; esse per soluzioni di HCl si rivelavano proporzionali piuttosto alla concentrazione molecolare dell'acido; anche l'assorbimento per certe radiazioni luminose, caratteristico per gli ioni a grande diluizione, e proporzionale alla loro concentrazione, per le soluzioni concentrate invece di elettroliti forti si mostra piuttosto come proporzionale alla concentrazione dell'elettrolita come se questo fosse dissociato assai più di quello che non si dovrebbe dedurre da misure di conducibilità; anzi si può dire come se fosse completamente dissociato. Furono queste osservazioni che suggerirono a BJERRUM la idea che gli elettroliti forti fossero pressochè completamente dissociati; ne conseguirebbe che alcune proprietà delle soluzioni sarebbero proporzionali alle concentrazioni molecolari dell'elettrolita; quelle proprietà invece che possono essere influenzate dalle azioni elettrostatiche esercitanti tra gli ioni, come pressione osmotica e sue conseguenze, mobilità elettrolitica ecc., potrebbero determinarsi dalla concentrazione degli ioni o da quella molecolare, identica alla prima perchè l'elettrolita è supposto completamente dissociato, solo tenendo conto per l'appunto di tali azioni mutue.

Questa è l'idea emessa da N. BJERRUM e secondo essa il disaccordo tra la dissociazione α calcolata erroneamente da $\frac{\lambda}{\lambda_{\infty}}$ e quella dedotta da misure osmotiche o crioscopiche od ebullioscopiche deve cessare quando tenuto conto di tali azioni elettrostatiche le formule vengano opportunamente corrette.

In questo indirizzo MILNER seguendo la via indicata dai principi della teoria cinetica dei gas cercò di arrivare ad una formula analoga a quella di VAN DER WAALS che esprimesse la dipendenza della pressione osmotica dalla concentrazione; ma per difficoltà matematiche non risolse neppure esso il problema posto dall'ipotesi enunciata da BJERRUM.

Le teorie che svilupparono in maniera completa la questione sono dovute l'una a GHOSH e l'altra a DEBYE. Sono due teorie che differiscono in un punto fondamentale e che portano conseguentemente a formule distinte.

Teoria di Ghosh. - GHOSH ammette una regolare distribuzione degli ioni in reticolato cubico e quindi calcola la loro distanza mutua a $\frac{1}{\sqrt[3]{c}}$ essendo c la concentrazione totale degli ioni; il lavoro necessario per separare completamente due ioni carichi di E unità elettrostatiche in un

mezzo avente la costante dielettrica D è dato per un elettrolita monovalente da

$$A = \frac{NE^2}{D} \sqrt{\frac{2N}{V}} \quad \left(\begin{array}{l} N = \text{numero d'Avogadro} \\ V = \text{volume occupato da una} \\ \text{molecola di elettrolita} \end{array} \right)$$

e perciò la frazione di ioni che per effetto della loro forza viva riescono a liberarsi dall'attrazione elettrostatica degli altri e possono perciò considerarsi come liberi (agli effetti ad esempio della conduzione elettrica) è:

$$b_0 = e^{-\frac{A}{2RT}}$$

per deboli concentrazioni si avrà

$$b_0 = 1 - \frac{K}{D} \sqrt[3]{C}.$$

La b_0 sostituisce il grado di dissociazione γ della vecchia teoria e chiamasi coefficiente di attività; la formula superiore contiene una legge empirica di WALDEN secondo la quale soluzioni aventi lo stesso grado di dissociazione devono avere uguale il valore di:

$$D\sqrt[3]{V}.$$

Ammissa la invariabilità della mobilità degli ioni, il coefficiente di attività dovrebbe misurarsi anche con

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda_\infty}$$

essendo λ la conducibilità equivalente della soluzione. Non volendo affrontare il problema della determinazione di λ_∞ si può dire che

$$\frac{NE^2}{2RTD} \sqrt[3]{2N} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{V_1}} - \frac{1}{\sqrt[3]{V_2}} \right) = \lg \frac{\lambda_{v_1}}{\lambda_{v_2}}$$

e che in ogni caso

$$\lambda_v = a - b\sqrt[3]{c}$$

che include una formula empirica di KOHLRAUSCH che vale peraltro per concentrazioni piuttosto alte e si mostra in difetto per deboli concentrazioni. Una formula analoga era stata dedotta del resto fin dal 1912 da HERTZ in base a considerazioni cinetiche e pure essa non rappresenta con sufficiente precisione l'andamento della conducibilità a diluizioni relativamente forti.

Per la pressione osmotica si ha pure che in luogo della relazione

$$p_0 v = 2RT$$

che si avrebbe nella ipotesi di dissociazione completa si dovrà avere

$$pv = 2RT - \frac{A}{3}$$

ossia sostituendo

$$\frac{p}{p_0} = 2 \left(1 + \frac{1}{3} g \alpha \right)$$

e non

$$\frac{p}{p_0} = 1 + \alpha$$

come avrebbe voluto la teoria classica della dissociazione.

Teoria di Debye. - In maniera analoga è stato affrontato il problema da DEBYE ma con una ipotesi che differenzia la sua teoria da quella di GHOSH e che, come si è detto, porta a formule che sono diverse. Il punto debole della teoria di GHOSH sta nell'ipotesi di un reticolato cubico formato da coppie a polarità opposta; è più naturale, seguendo anche le indicazioni ottenute sui reticolati cristallini, ammettere che un ione sia contornato da ioni di segno opposto. Associando allora la formula statistica di BOLTZMANN che dà il numero

$$n e^{-\frac{\epsilon \psi}{kT}} dV$$

di ioni positivi presenti nel volume dV dove si ha il potenziale elettrico ψ (ϵ carica elettrica elementare, n numero di ioni per unità di volume) con la equazione di POISSON, si ha che a distanze notevoli da un ione il potenziale elettrico è dato dalla equazione differenziale

$$\Delta \psi = \frac{8\pi n \epsilon}{DkT}$$

nella quale D è la costante dielettrica.

La costante

$$\frac{1}{\kappa} = \sqrt{\frac{DkT}{8\pi n \epsilon^2}}$$

che ha le dimensioni di una lunghezza dà la misura della distanza alla quale dobbiamo allontanarci dal centro dell'ione perchè la densità degli ioni di segno contrario sia ridotta alla frazione $\frac{1}{e}$. Questa è la costante che DEBYE sostituisce alla distanza media di GHOSH e che è fondamentale per tutta la sua teoria.

Da questo risultato DEBYE deduce che se estraessimo dalla massa degli ioni un ione avente la carica ϵ quelli circostanti determinerebbero un potenziale

$$U = -\frac{\epsilon^2}{D} \kappa$$

donde ne risulta che l'energia potenziale dovuta ad N ioni positivi ed altrettanti negativi è:

$$U_e = -\frac{N \epsilon^2 \kappa}{D}.$$

Formula del tutto analoga a quella $U_e = -\frac{e}{D} N \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ data da MILNER, nel citato lavoro, senza alcuna dimostrazione.

Ora è noto che la conoscenza della funzione

$$S - \frac{U + pV}{T} = \Phi$$

o potenziale termodinamico di PLANCK dà modo di discutere tutti gli equilibri che possono osservarsi in un sistema. Ora ammettendo che il potenziale stesso si componga in maniera additiva del potenziale classico che prescinde dalle azioni elettrostatiche e di un termine che rappresenta le azioni elettrostatiche esercitanti tra gli ioni (e ciò corrisponde ad ammettere che le forze elettrostatiche non portino sensibili variazioni alla equazione di stato che lega la pressione esterna ed il volume delle soluzioni) avremo che il termine additivo è

$$\Phi_e = \int \frac{U_e}{T^2} dT.$$

Donde per il potenziale termodinamico in soluzioni diluite la formula

$$Z = \sum N_i (\varphi_i - k \lg c_i) - \sum N_i \frac{e^2 \kappa}{3D}.$$

Ora ricordando che κ è proporzionale alla radice quadrata della concentrazione si vede che il termine additivo non si esprime con potenze intere della concentrazione come avrebbe voluto JAHN; e ciò spiega come JAHN stesso non potesse ottenere un soddisfacente accordo tra le sue formule e l'esperienza.

Dalla teoria di DEBYE risulta che il così detto coefficiente osmotico, ossia il coefficiente per cui si deve moltiplicare la pressione osmotica nella ipotesi della completa dissociazione per avere quella vera è dato da

$$1 - \frac{e^2 \kappa}{6DkT}.$$

I potenziali chimici che si devono considerare secondo GIBBS nella trattazione degli equilibri chimici sono per il solvente

$$\zeta_0 + kT \lg c_0 + v_0 \sum n_i \frac{e^2 \kappa}{6D}$$

essendo v_0 il volume di una molecola di solvente e n_i il numero delle molecole di diversa specie e di ioni disciolti; e per ciascuna di esse è:

$$\zeta_i + kT \lg c_i - \frac{e^2 \kappa}{3D}$$

e l'equilibrio chimico per una variazione di δN_0 molecole di solvente e δN_i molecole o ioni disciolti è dato da:

$$\delta N_0 \left(\zeta_0 + kT \lg c_0 + v_0 \sum n_i \frac{e^2 \kappa}{6D} \right) + \sum \delta N_i \left(\zeta_i + kT \lg c_i - \frac{e^2 \kappa}{3D} \right) = 0.$$

Ciò porta che le concentrazioni c_i sono sostituite nelle formule finali per l'equilibrio dalle concentrazioni $f_i c_i$ essendo i così detti coefficienti di attività definiti da

$$\lg f_i = - \frac{e^2 \kappa}{2DkT}.$$

Se la grandezza degli ioni è così grande da non poterli considerare come puntiformi i secondi membri andrebbero moltiplicati per i fattori

$$\frac{1}{1 + \kappa a_i}$$

in cui a_i è il raggio dell'ione considerato.

Per soluzioni di un elettrolita che si dissocia in $\nu_1 \nu_2 \dots \nu_s$ ioni differenti aventi le rispettive valenze $Z_1 Z_2 \dots Z_s$ si hanno i seguenti risultati:

Il rapporto tra l'abbassamento del punto di congelamento secondo la formula classica nella ipotesi di completa dissociazione e quello invece calcolato in base alle azioni elettrostatiche interioniche è

$$1 - \frac{e^2 \kappa}{6DkT} \frac{\sum \nu z_i^2}{\sum \nu} \left(\kappa^2 = \frac{4\pi e^2}{DkT} \sum \nu_i z_i^2 n_i \right).$$

Per soluzioni concentrate si avrebbe

$$1 - \frac{e^2 \kappa}{6DkT} \frac{\sum \nu_i z_i^2 \sigma}{\sum \nu}$$

essendo

$$\sigma = 1 - \frac{3}{2} \kappa a_i \dots = \frac{3}{(\kappa a)^3} \left[(1 + \kappa a) - \frac{1}{(1 - \kappa a)} - 2 \lg(1 + \kappa a) \right].$$

In parole:

1°) Per soluzioni diluite le deviazioni dell'abbassamento del punto di congelamento dal valore classico sono proporzionali a κ e quindi alla radice quadrata della concentrazione.

2°) Sono proporzionali al fattore

$$\left(\frac{\sum \nu z_i^2}{\sum \nu} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

3°) Sono inversamente proporzionali alla potenza $1/2$, della costante dielettrica del solvente.

R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE DI TORINO

SUNTI DEGLI ATTI

1925-1926

Lo slittamento elastico nelle trasmissioni con cingoli - PISTOLESI E. (pag. 294). — L'A. amplia l'ordinaria trattazione della trasmissione con cingoli considerando il caso in cui le tensioni dei due rami del cingolo sono superiori ai valori limiti. Inoltre, per la determinazione della perdita di velocità per slittamento elastico, abbozza una soluzione esente (secondo l'autore), dalle critiche che si possono fare alla trattazione ordinaria.

Oscillazioni trasversali di una sbarra provocate da moto traslatorio periodico di un'estremità. Influenza degli attriti - ODONE V. (pag. 302). — L'A. studia teoricamente il moto dell'estremo, in un incastro moventesi di dato moto periodico traslatorio, in una direzione normale a uno dei lati della sezione della sbarra. La resistenza del mezzo è supposta, per un elemento qualunque della sbarra, proporzionale alla velocità assoluta dell'elemento stesso; l'isteresi elastica del materiale costituente la sbarra è supposta non trascurabile.

L'A. stabilisce la legge del moto dell'estremo libero relativamente ad assi mobili solidali con l'incastro.

Il problema corrisponde a quello che si presenta in sismologia nello studio dei moti orizzontali del suolo.

Alla soluzione seguono alcune considerazioni sul caso della risonanza, pel quale l'amplificazione del movimento, data dall'estremità libera della sbarra, è notevolissima. Le formule stabilite dall'A. in queste considerazioni possono servire per es. a determinare il coefficiente di isteresi elastica, e suggeriscono la costruzione di un apparecchio per la determinazione dei movimenti vibratorii assoluti a cui sono soggetti gli edifici industriali contenenti macchine a regime periodico. L'A. ha eseguito determinazioni sperimentali di amplificazione per alcune lamine e ha ottenuto risultati concordanti, in prima approssimazione, con le formule stabilite teoricamente.

Slittamento elastico nel rotolamento - PISTOLESI E. (pag. 318). L'A. sottopone ad analisi quantitativa il problema dello slittamento elastico nel rotolamento, che si presenta per es. nel caso delle ruote con pneumatici ed è dovuto alle deformazioni elastiche della ruota nel senso parallelo al moto.

La registrazione automatica dei segnali radiotelegrafici e un nuovo metodo per la eliminazione degli errori di registrazione nelle determinazioni di longitudine - VOCCA PAOLO (Vedi anche « Nuovo Cimento », 1927, pag. 146) — L'A. descrive un *relais microfonico*, basato sul fenomeno di risonanza, applicato alla recezione dei segnali radiotelegrafici su cronografo. L'apparecchio, di grande prontezza e sensibilità, è stato costruito nell'Osservatorio di Pino. Inoltre l'A. descrive come Egli sia riuscito a ottenere la registrazione degli *appulsi stellari* (fatta col micrometro dello strumento meridiano) attraverso gli stessi circuiti di registrazione dei segnali radiotelegrafici. Ciò allo scopo di eliminare gli errori differenziali di registrazione cronografica.

Sulla precisione delle osservazioni di gravità relativa, compensata col metodo del Venturi - SILVA GIOVANNI (pag. 473). — L'A. esamina il procedimento usato dal VENTURI per la compensazione delle sue numerose osservazioni gravimetriche, procedimento adottato anche da altri osservatori italiani e lo paragona con il metodo dovuto al BORRASS, più frequentemente usato all'estero.

Egli dimostra che le correzioni alle durate di oscillazione dei pendoli osservate, quali risultano dal complesso procedimento del VENTURI coincidono con *residui* che si ottengono con calcolo semplicissimo quando si adotta il procedimento del BORRASS; e dimostra inoltre che l'*error medio* della variazione della gravità da una stazione all'altra, al quale si giunge con quel procedimento, coincide con una determinata parte dell'*error medio* a cui conduce il metodo BORRASS.

Il confronto teorico è illustrato da esempi e dati numerici relativi a osservazioni gravimetriche italiane nelle quali è stato adottato il metodo del VENTURI.

1926-1927

Determinazioni crioscopiche sopra soluzioni di gas - GARELLI F. e MONATH E. (pag. 142) — Gli AA. riferiscono sulla prosecuzione delle loro ricerche sperimentali estese ai gas argo ed elio. Dalle loro misure risulta che i gas elio ed argo non si sciolgono alla pressione ordinaria, nei solventi esaminati, in modo apprezzabile.

Su di una rappresentazione geometrica del trascinamento della luce per parte dei mezzi in moto - MAJORANA Q. (pag. 145). (Vedi « Nuovo Cimento », 1927, pag. 160).

Onde stazionarie nei sistemi in moto ed effetto Doppler - VALLE GIORGIO (pag. 185) — L'A., partendo dalle leggi stabilite in precedenti pubblicazioni, relative alla propagazione della luce e in genere delle onde elettromagnetiche, nel vuoto, nella ipotesi dell'etere immobile, fra punti di un sistema in moto a velocità costante, dimostra che fra quei punti si possono produrre onde stazionarie a caratteri particolari (e ciò nonostante il

vento etereo che deve sussistervi). Inoltre dimostra che per quanto riguarda l'effetto DOPPLER la sua teoria, basata su concetti prerelativisti, porta a un risultato concordante con quello della teoria della relatività.

Sulla determinazione delle costanti del geoide mediante misure di gravità - SOMIGLIANA C. (pag. 233) (Vedi « Nuovo Cimento », 1927, pag. CCXXV).

L'occhiale e il cannocchiale del papa Leone X - BOFFITO GIUSEPPE (pag. 555) — In questa Nota l'A., dopo aver discusso della attendibilità o meno di un brano di GIOV. CAM. GLORIOSI (successore immediato di Galilei nella cattedra di matematica dell'Università di Padova), secondo il quale il papa Leone X avrebbe posseduto un cannocchiale, rende noti due documentini inediti che rivelano la sorte che ebbe la lente (o le lenti) di Leone X dopo la morte dell'Augusto possessore.

Conclude ricordando una testimonianza, recentemente pubblicata, secondo la quale, nel 1604 a Middelburg nella Zelanda, sarebbe stato costruito un cannocchiale (antecedentemente quindi a quello di Galilei, 1609) sul modello di uno fabbricato in Italia nel 1590.

Sulla riforma del calendario - PEANO GIUSEPPE (pag. 566). — L'A. riferisce sulla proposta di riforma del Calendario, presentata dal Comitato speciale di studio alla Commissione consultiva delle Comunicazioni e del transito della Società delle Nazioni. La maggioranza degli Enti consultati, compresa l'Accademia delle Scienze di Torino, ha dato voto favorevole per il Calendario perpetuo e per la stabilizzazione della Pasqua.

Sulla rotazione non uniforme di un cilindro illimitato in un fluido viscoso indefinito - FERRARI CARLO (pag. 603). — L'A. si propone di determinare il campo di velocità eccitato dalla rotazione non uniforme di un cilindro di lunghezza illimitata, nel fluido circostante, supponendo aderenza perfetta tra la superficie del corpo ed il fluido stesso ad essa adiacente. La soluzione così trovata viene modificata poi in modo da tener conto di eventuali scorrimenti al contatto del corpo rotante, ed esperienze eseguite dall'ingegnere PASQUALINI sembrano confermare i risultati teorici dell'A.

Sulla determinazione dello schiacciamento terrestre mediante valori della gravità - CASSINIS GINO (pag. 643) — L'A. si propone di trovare la ragione del fatto che lo schiacciamento calcolato, mediante le formule del prof SOMIGLIANA, in funzione dei valori della gravità alle latitudini 0° , 45° , 90° , non coincide col valore ottenuto per altre vie, ivi comprese le misure di gravità attraverso la formula di CLAIRAUT.

Lettere di Alessandro Volta - PATETTA FEDERICO (pag. 712). — L'A. riferisce intorno a undici autografi voltiani a lui pervenuti, in parte dall'archivio del conte Prospero Balbo, in parte per altre vie.

Specialmente importante e interessante è la lettera del 7 gennaio 1767 scritta dal Volta al Beccaria a proposito degli studi sull'elettricità; altre sono notevoli in quanto rispecchiano aspetti morali della grande figura.

1927-1928

Trattazione vettoriale di alcune proprietà delle vibrazioni luminose - ODORE FILIPPO (pag. 71) — L'A. dà un esempio di trattazione vettoriale applicata alla doppia rifrazione ellittica.

Sopra l'applicazione delle lamine prismatiche di Fabry e Perot nella misura dell'indice di rifrazione dei liquidi - SPECCHIA O. (pag. 253) — L'A. prendendo le mosse dalla disposizione sperimentale di WILLIAMS-BRACE per la determinazione degli indici di rifrazione dei liquidi, mediante i fenomeni di interferenza prodotti da lamine sottili prismatiche, descrive un nuovo metodo che presenta su quello di WILLIAMS-BRACE il vantaggio di una grande semplicità. L'A. si giova dei fenomeni di interferenza presentati dalle lamine sottili argentate, osservate per trasmissione, cioè dei fenomeni scoperti e studiati da FABRY e PEROT.

Misure di elettricità atmosferica - ALIVERTI G. e ROSTAGNI A. (pag. 277) — Gli AA. espongono i risultati di misure di corrente verticale, conducibilità e gradiente di potenziale dell'atmosfera in alta montagna. Da essi appare che tali elementi non dipendono in modo essenziale dall'altezza sul mare. Riferiscono inoltre sul confronto tra le determinazioni simultanee di conducibilità atmosferica fatte con due metodi diversi, di WILSON e di GERDIEN. Da tale confronto deducono l'identità tra la corrente registrata dall'apparecchio di WILSON e la corrente verticale totale dell'atmosfera, risolvendo così sperimentalmente una questione più volte dibattuta.

Alcune esperienze su la riflessione metallica - COSSI MARIA (pag. 287) — L'A. riferisce i risultati di misure sulla riflessione metallica, fatte nell'intento di mettere in chiaro certa incongruenza fra i valori dell'indice di rifrazione del metallo dati dalla nota formula della riflessione metallica e quelli calcolati in base alla formula di WHEELER.

Inoltre espone esperienze intese a determinare l'istante in cui vengono alterate la fase e l'azimut della luce ellittica riflessa da un specchio di platino usato come catodo nella elettrolisi di una soluzione di CuSO_4 ; e poi anche nella deposizione di Ni e di Ag .

Sulla distribuzione delle tensioni interne nella zona di massima contrazione di una provetta di acciaio a sezione circolare sperimentata a trazione - ZOIA RAFFAELLO (pag. 349) — L'A., ritenendo priva di fondamento la teoria di FREMONT sulla distribuzione delle tensioni interne nella regione di massima contrazione di una provetta assoggettata a trazione, vuol dimostrare, sperimentalmente e con considerazioni di equi-

librio, l'esistenza di tensioni positive agenti nel piano trasversale normalmente al raggio e, fatte certe ipotesi, formula una legge di variazione per le tensioni radiali.

Azione della luce su certi tipi di audion - MAJORANA QUIRINO (pag. 358). (Vedi questo numero pag. 404).

Determinazione della gravità al polo e all'equatore mediante coppie di valori osservati a varie latitudini - DAINOTTI CECILIA (pag. 365) — L'A. si propone di vedere se le relazioni stabilite recentemente dal prof. SOMIGLIANA, fra i valori della gravità, alla superficie di un geoide considerato come superficie di livello, siano effettivamente verificate dai valori della gravità determinati oramai in gran numero alla superficie terrestre e che corretti opportunamente *si ritiene debbano* rappresentare i valori effettivi della gravità sull'elissoide di riferimento. L'A. calcola i valori della gravità al polo e all'equatore seguendo due metodi diversi nella scelta dei valori da porre nelle due formule. I risultati sono ottimi salvo per pochi valori particolari per i quali l'A. è indotta ad ammettere l'esistenza di una anomalia.

G. ALIVERTI

NOTIZIARIO

Altri scritti su Alessandro Volta.

Degno di stare accanto al volume dello Scolari è quello di CARLO VOLTATTI: *Alessandro Volta nella gloria e nell'intimità* (Milano, Treves, 1927). Ecce il sommario: I. I biografi del Volta e Giulio Cesare Gattoni in particolare; II. Profilo generale di Alessandro Volta; III. Scienza e mente; IV. Relazioni col Gattoni, con Paolo Gamba, con lo Spallanzani e col Barletti; V. Religiosità; VI. Affetti; VII. Condotta politica.

In questo libro, l'autore ha voluto presentare il Volta soprattutto come uomo, rivelandone i tratti umani più caratteristici e ne ha perciò demolito l'immagine come di uno schema di virtù. Egli ha avuto così modo di dimostrare che Volta fu soprattutto una grande mente scientifica e che la religiosità e il senso pratico furono nell'animo di lui due forze assai più decisive delle idee politiche.

Molto bene è illustrato il contrasto politico tra Volta e l'ardente patriotta e scienziato Giovanni Rasoni. Il volume si chiude commentando in questa maniera le parole scritte dal Rasoni nel primo numero del *Conciliatore* (1818): « Nel giornale fondato dal comasco Luigi Porro Lambertenghi per le prime battaglie in difesa e a gloria d'Italia, l'elogio di Alessandro Volta dettato da Giovanni Rasoni assume il valore d'un fausto auspicio, d'una felice propiziazione. Nell'abbraccio ideale nel quale i due grandi ci appaiono uniti, — mentre è sulle loro fronti il raggio della gloria, — nel nome della scienza per il fisico di Como, nel nome della patria per il medico di Parma — bene è raffigurata l'alleanza di tutte le forze spirituali d'Italia, sul punto di dar inizio all'opera immane della nostra redenzione ».

Il bel fascicolo « Nel centenario della morte di Alessandro Volta », pubblicato dal R. Istituto Lombardo (Milano, Hoepli, 1927, V) contiene i discorsi pronunziati nella solenne adunanza in commemorazione del centenario della morte del Volta e alcune note complementari, cioè gli scritti seguenti:

1. *Cenno sull'adunanza commemorativa* (23 giugno 1927);

2. *Discorso introduttivo di L. Berzolari* [Benemerenze voltiane del R. Istituto Lombardo, della Commissione Voltiana, di Giacinto Motta e di Francesco Grassi];

3. CARLO SOMIGLIANA: *Il pensiero scientifico di Alessandro Volta* [« Noi celebriamo con Alessandro Volta il trionfo del metodo sperimentale di ricerca, creazione della genialità italiana. Noi celebriamo con Volta il trionfo della scienza pura, della ricerca obiettiva, serena, disinteressata

della verità fisica e delle leggi naturali. Noi celebriamo infine gl'immensi beneficii che una scienza siffatta è stata in grado di portare alla civiltà ed alla vita umana ».

« Due caratteri essenziali si trovano in tutte le scoperte che segnano i grandi passi che sono stati fatti nella storia delle scienze: la semplicità e la fecondità. Tale è pure la scoperta fondamentale voltiana ».

« Noi possiamo pensare che il Galileo od il Newton dei fenomeni molecolari non è nato ancora. Ma quando sorgerà, un ritorno al rigore del puro metodo galileiano e voltiano avverrà certamente »];

4. FRANCESCO GRASSI: *Leggi del Volta e leggi del Gay-Lussac e del Dalton*;

4-bis. *I lavori del Volta e del Gay-Lussac su la dilatazione di aeriformi per l'azione del calore*;

4-ter. *I lavori del Volta e del Dalton su la tensione dei vapori*.

[L'A. sostiene, com'è ben noto, la priorità del Volta tanto sul Gay-Lussac che sul Dalton. Indipendentemente dalla tesi, che non tutti accettano nella sua integrità, si tratta di studi assai belli, che danno un'immagine compiuta dell'opera dei tre grandi scienziati.

« La nota relativa ai vapori è stata già analizzata nel « Nuovo Cimento » (Novembre 1927), dalla signorina ALIVERTI, alla quale ha risposto l'AMERIO nel fascicolo di gennaio 1928];

5. LUIGI VOLTA: *Alessandro Volta e la meteorologia, specialmente elettrica*.

[« Se il Franklin svelò il mistero poderoso della folgore, il Volta fondò lo studio microscopico delle manifestazioni elettriche dell'aria, anche più notevoli dal punto di vista concettuale; se il De Saussure studiò la meteorologia elettrica delle Alpi con criteri climatologici, il Volta creando il condensatore, fondò l'elettrometria atmosferica e mirò a violare il segreto dell'origine di quello che fu poi col Peltier e con W. Thomson il *campo elettrico terrestre* ».

L'A. parla poi brevemente delle lettere del Volta al Lichtenberg e degli studi del Volta sui temporali, sulla grandine, sulle aurore boreali, sui terremoti, sui parafulmini, sul suo schema di un osservatorio meteorologico. « Accanto agli strumenti strettamente meteorologici, fra i quali non dimentica i primi apparecchi registratori, vuole senz'altro gl'istrumenti magnetici per l'esplorazione elettrica dell'atmosfera. Dopo quasi un secolo e mezzo, questo sogno dell'ammirevole precursore non è ancora del tutto realizzato »];

6. ORESTE MURANI: *La Pila di Volta*.

[Esperienze del Galvani. Principio del contatto del Volta. Legge delle tensioni. La pila. La pila a corona di tazze. Sede della forza elettromotrice. Teoria del contatto e teoria chimica. La corrente elettrica e l'elettrolisi. Sperimenti di Lord Kelvin sulla forza elettromotrice di contatto e discussioni relative. Altre recenti esperienze. La teoria del contatto e il principio della conservazione dell'energia. La forza elettromotrice di contatto e la teoria degli elettroni. Conclusione.

Come si vede dal sommario che abbiamo adesso trascritto, è uno studio molto particolareggiato dell'argomento.

Interessante ci sembra la posizione del Murani rispetto alla teoria chimica. La quale secondo lui interpreta bene anch'essa le esperienze fondamentali del Volta. Tuttavia non sarà possibile dimostrare che essa soltanto è conforme al vero se non dimostrando direttamente che non esiste produzione di elettricità per semplice contatto fra conduttori eterogenei. L'effetto Volta dovrebbe sparire se i due metalli, trovandosi nel vuoto assoluto, fossero sottratti ad ogni azione chimica superficiale. Ma se è vero che un'atmosfera gassosa chimicamente attiva per qualcuno dei due metalli può perturbare il valore del campo elettrico e anche invertirne il senso (e ciò in armonia con la legge delle tensioni di Volta) è pure vero che, nonostante queste perturbazioni, il fenomeno si produce indipendentemente da ogni azione chimica (Esperienze del prof. Perucca).

« Tutte le circostanze, purezza dei metalli, atmosfere gassose che li circondano, le quali influiscono sui valori dell'energia di estrazione W , ottenuti col mezzo termoionico e con quello fotoelettrico, tutto fa riscontro alla mutabilità dell'effetto Volta per le medesime cause. Ma tanto per l'effetto Volta che per la emissione termoionica e fotoelettrica, si è oramai convinti che si tratti di proprietà intrinseche dei metalli, perturbate ma non create da alterazioni chimiche superficiali. Dobbiamo perciò ritenere che quando due metalli sono a intimo contatto, per la diversa attrazione da essi esercitata sugli elettroni (o energia di vincolamento), questi si spostano dall'uno all'altro, ed i due metalli assumono potenziali elettrostatici diversi ».

La teoria del contatto ci appare come un'intuizione geniale e dimostratrice. Integrata coi concetti dell'energetica moderna, è ancora sostanzialmente esatta e s'impone ancora oggi alla nostra riverente ammirazione];

7. *La nuova sede del Cartellario voltiano e la annessa Biblioteca. Notizie storiche.*

8. *Scritti del Volta o che lo riguardano stampati negli « Atti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere ».*

Nella raccolta « Per la scienza e per tre suoi insigni cultori » (Bologna, Zanichelli, 1928) il prof. LAVORO AMADUZZI ha pubblicato una commemorazione di Alessandro Volta, tenuta a Modena, per iniziativa dei locali Circoli Universitari cattolici. Ne riferiamo due giudizi interessanti.

« L'apparecchio (si allude all'elettroscopio condensatore), gli usi di esso e le cure da prendersi perchè le osservazioni riescano comparabili, furono argomento di lettere al Lichtenberg, che Arago nel suo celebre elogio di Volta addita ai giovani cultori della scienza incitandoli a trarne le buone norme nell'arte dello sperimentatore: diffidenza delle prime apparenze e di una eccessiva fantasia che faccia abbandonare la strada lunga, ma sicura, dell'osservazione per correre dietro a fantasmi seducenti; cura attenta dei più minuti particolari. Sia premesso di estendere a tutti gli scritti del Volta questo elogio e questi incitamenti dell'Arago — giudice retto del

Volta come non lo fu interamente del Galilei — aggiungendo il consiglio per i giovani di imitare il Volta anche nella forma di esposizione, la quale, se non raggiunge la perfezione di stile che ammiriamo negli scritti del gran veglio di Arcetri, possiede requisiti impareggiabili di limpidezza e di finezza logica ».

« In generale Alessandro Volta, quale scopritore della pila, si considera come il creatore della elettrodinamica. Non credo esagerato dire, per quello che egli fece nel campo della elettrostatica sperimentale, ma soprattutto per quello che scrisse e sperimentò intorno agli elementi fondamentali dai quali i fatti elettrici dipendono, fornendo così a Gauss e a Green le basi delle note teorie matematiche; non credo esagerato dire che esso è il vero fondatore di tutta la elettrologia quale corpo di scienza, del pari come è l'iniziatore di tutta la corsa trionfale che il XIX secolo fece nel mondo delle applicazioni. Alessandro Volta è in tutta la tecnica elettrica da Lui a noi, ma è anche in tutta la scienza elettrica. Che dico scienza elettrica? Egli è in tutta la Fisica, se le correnti elettroniche vanno considerate, come ora si pensa, l'elemento primo di ogni manifestazione della materia e della energia. Per questo tutti parliamo ora di Lui come ieri si parlò da tutti del più gran Santo d'Italia, Francesco; e par la fisica acquisita all'attenzione generale, come ieri la serafica bontà, come la filosofia all'indomani del Discorso del Metodo di Cartesio ».

Francesco Maria Grimaldi nel pensiero del Righi.

Molto opportunamente il prof. Amaduzzi ha pubblicato nello stesso volume alcune lettere che gli scrisse nel 1919 Augusto Righi intorno a Francesco Maria Grimaldi: lettere ammirevoli per penetrazione e per stile. Per l'intelligenza di certe allusioni del passo che riferiamo più oltre « conviene sapere — dice l'editore — che io scrivendogli attribuivo una certa importanza anche alla celebre frase che si trova nel libro del P. Grimaldi: *Luce aggiunta a luce può produrre oscurità*; non perchè essa fosse conseguenza rigorosa di risultati sperimentali ottenuti dallo stesso Grimaldi, ma perchè essa è di corrente evocazione ad esprimere in modo incisivo i fatti di interferenza e soprattutto perchè attesta una mirabile intuizione ».

Conviene aggiungere che il Righi aveva chiesto o il libro del Grimaldi o la traduzione dei passi più notevoli e che potè avere solamente una traduzione la quale « appare — dice Lui stesso — fatta da uno, che sarà forse un provetto latinista ma non un fisico; giacchè altrimenti avrebbe evitato d'adoperare vocaboli non usati, come accade a chi ricorre al dizionario traducendo di un soggetto che non conosce ».

Per questa ragione, il Righi dichiara nella lettera del 23-9-19 che questa opinione attuale potrà mutare. Si può ammettere senza grandi difficoltà che l'opinione sia invece definitiva, ma è evidente che converrebbe conoscere la traduzione di cui si valse il Righi per poterla confrontare col testo originale.

« Con queste riserve, ecco le mie impressioni. La descrizione delle esperienze, che oggi diconsi di diffrazione mostra senza dubbio che al Grimaldi spetta la priorità. Con esse egli si rivela accurato osservatore diligentissimo. Ma quando tenta spiegarle, e parla di inflessioni di perturbazioni prodotte dagli orli dei fori, divaga e non sempre ragiona rispettando la logica; cosa del resto consueta ai suoi tempi; e come fanno ancora certi così detti filosofi di antico stampo.

Il paragone fra le frangie di diffrazione (che il traduttore chiama *serie di luce*) e le onde alla superficie dell'acqua, non è una antiveggenza, ma solo una casuale coincidenza di vocaboli. Tanto è vero che in più luoghi asserisce poi che la luce è un fluido.

Quanto poi all'esperienza di pretesa interferenza, questa assolutamente non c'entra nell'esperienza dei due forellini. Credo fermamente si tratti di un fenomeno di semplice contrasto. È vero che il Grimaldi tenta di escludere la possibilità di questa interpretazione; ma lo fa con argomenti insufficienti o che non reggono.

Credo poi che ciò si potrà dimostrare sostituendo all'occhio un apparecchio fotoelettrico. All'aprirsi del secondo forellino questo accuserà aumento d'illuminazione anche là dove per contrasto l'occhio giudica che avvenga oscuramento.

Forse si potrebbe fare tale esperienza senza incontrare grandi difficoltà. E sarebbe tale da togliere ogni dubbio.

Sembra poi sia generalmente sfuggita a tutti la modificazione che il Grimaldi fa in ultimo alla sua esperienza. Adoperare un solo forellino, e invece di aprirne un secondo, proietta sul diaframma con uno specchio una luce qualunque. Qui nessuno oserebbe parlare d'interferenza.

Resta indiscutibile che il Grimaldi per primo ha annunciato (ma non realizzato) il fatto, che luce aggiunta a luce possa dare oscurità. La valutazione del relativo merito che gli spetta sarà però molto variamente fatta dalle varie persone.

Ma ripeto infine, che questo che penso ora potrebbe mutare dopo un esame più completo del libro, tradotto che sia (nei punti più importanti) da più persone fra cui un fisico ».

Il primo centenario della legge di Ohm.

Bellissime sono le due pagine in onore di G. G. Ohm che sono state pubblicate (senza nome d'autore) nell'*Energia Elettrica* (1927, pp. 663-4).

Dopo un'analisi penetrante dell'operetta « *Die Galvanische Kette* », l'A. parla della strana ostilità che essa suscitò nel mondo scientifico e poi si ferma sull'ultimo periodo felice della vita del fisico insigne, concludendo così:

« Egli ebbe la soddisfazione di trascorrere gli ultimi anni della vita fra la generale considerazione: tardiva ma giusta ricompensa al Perseguitato che diede la chiave di quella fra le più semplici ma grandiosa legge

della fisica, che può dirsi il principale fondamento di tutta la moderna elettrotecnica ».

Le radiocomunicazioni a fascio.

Con questo titolo, GUGLIELMO MARCONI ha pubblicato (editore Zanichelli) la lezione tenuta l'8 settembre 1927 nell'Università per stranieri di Perugia.

Poichè, secondo il Marconi, un'analisi matematica sicura dei fenomeni da lui giudicati non è ancora possibile, egli si limita a esporre senza ipotesi e senza formule, la soluzione da lui ottenuta del problema di collegare gli antipodi per mezzo delle onde elettromagnetiche. Questa soluzione consiste, com'è noto, nel sistema a fascio a onde corte del quale il Marconi fa la storia, esponendo i vantaggi che le onde corte (cioè quelle comprese tra i 5 e i 100 metri) hanno sulle lunghe (quelle comprese tra i 5.000 e i 30.000 metri) e precisamente: Rilevantissimo numero di servizi indipendenti e non interferenti, potenza limitatissima, grandissima velocità di trasmissione, spesa d'impianto e di esercizio enormemente inferiore a quella richiesta per le stazioni a onde lunghe.

seb. t.

PREMI DI FISICA

Premio Sensales.

Si è riunita recentemente a Roma la Commissione, nominata dalla Regia Accademia dei Lincei, composta dei professori M. Cantone, O. M. Corbino, A. Garbasso, A. Lo Surdo e Q. Majorana, ed ha stabilito il seguente bando di concorso per il terzo premio della « Fondazione Sensales ».

1 - È aperto un concorso fra autori di nazionalità italiana per il terzo premio triennale della Fondazione Sensales, amministrata dalla R. Accademia di Scienze, Lettere e Belle Arti di Palermo.

2 - L'aggiudicazione del Premio Sensales per il triennio 1° gennaio 1929-31 dicembre 1931 spetta, secondo il turno stabilito dalle norme statutarie, alla R. Accademia Nazionale dei Lincei.

3 - La disciplina che per sorte è stata designata a formare oggetto del presente concorso è la fisica e il tema speciale è: « Ricerche teorico-sperimentali sulle onde elettromagnetiche ».

4 - L'ammontare del premio è di L. 27.000 dalle quali dovranno dedursi, secondo l'art. 10 dello Statuto approvato con R. Decreto 26 giugno 1904, L. 1500 per compenso alla Commissione esaminatrice e le spese di stampa della Memoria o delle Memorie premiate.

5 - I lavori inviati a concorso debbono essere inediti.

6 - I concorrenti invieranno i loro titoli alla Segreteria dell'Accademia dei Lincei, che ne rilascerà regolare ricevuta, non oltre il 31 dicembre 1931.

7 - Il concorso sarà giudicato da una Commissione di 5 membri eletti a votazione segreta eletta fra i soci nazionali dell'Accademia dei Lincei.

8 - Il giudizio degli esaminatori sarà dato non oltre l'anno del compiuto triennio.

9 - Al presente concorso non potranno partecipare i Soci Nazionali dell'Accademia dei Lincei.

Premio Righi.

La R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna è stata autorizzata ad amministrare il premio della « Fondazione Righi » per la Fisica. Tale premio sarà triennale, ammonterà ogni volta a circa 9000 lire e sarà conferito al migliore lavoro sperimentale in fisica del triennio.

INDICE DELLA RIVISTA

CARRELLI A. - Le nuove concezioni statistiche	pag.	I
DALLA NOCE G. - Aspetto fisico della gravitazione - Capitolo II - Azione a distanza o di contatto	»	XV
Congresso Internazionale dei Fisici (Como-Pavia-Roma, 11- 20 settembre 1927 - Seguito al resoconto del n. 9, 1927, pag. CXCVI)	»	XXIII
MAYR G. - Sullo stato mesomorfo	»	XXVI
SALA M. - Sulle ombre colorate	»	LVI
CORBINO O. M. - Diagramma rappresentativo degli stati quan- tici e della formazione degli elementi nel sistema periodico	»	LVII
R. Accademia dei Lincei - Sunti dei Rendiconti - 1° seme- stre 1927	»	LXV
STRANEO P. - La teoria dei quanta e i suoi nuovi indirizzi . .	»	LXXV
DALLA NOCE G. - Aspetto fisico della gravitazione - Capi- tolo III - Teorie della gravitazione	»	XCVII
Libri ricevuti - Esercitazioni di Fisica pratica - Dott. GIUSEP- PINA ALIVERTI	»	CXVI
PERSICO E. - Recenti punti di vista sui fondamenti della fisica	»	CXVII
RANZI I. - Una priorità italiana: l'Attinometro a distillazione del Bellani	»	CXXIX
CAMPETTI A. - Lo stato attuale delle conoscenze sugli isotopi	»	CXXXIII
Notiziario - Nuove teorie della meccanica quantistica. L'auto- mobile di Leonardo. L'Annuario dell'Associazione Ottica Italiana	»	CXLIH
RANZI I. - Le aurore polari	»	CXLV
R. Accademia dei Lincei - Sunti dei Rendiconti - 2° seme- stre 1927	»	CLIII
Notiziario - Il Congresso delle Scienze	»	CLX
SPECCHIA O. - Propagazione anomala delle onde (Parte prima)	»	CLXV

R. Accademia dei Lincei - Sunti dei Rendiconti - 2° semestre 1928	pag. CLXXIV
Notiziario - Cose voltiane	» CLXXXVII
GRASSI U. - Le nuove idee sulla dissociazione elettrolitica	» CLXXXIX
R. Accademia delle Scienze di Torino - Sunti degli Atti	» CXCVI
Notiziario - Altri scritti su Alessandro Volta - Francesco Maria Grimaldi nel pensiero del Righi - Il primo centenario di Ohm - Le radiocomunicazioni a fascio	» CCI
Premi di Fisica	» CCVII

PERIODICO DI MATEMATICHE

STORIA - DIDATTICA - FILOSOFIA

ORGANO DELLA SOCIETÀ ITALIANA « MATHESIS »

Direttori: F. ENRIQUES - G. LAZZERI

Redattori: E. BORTOLOTTI - E. DANIELE - A. PERNA - C. ROSATI

Segretario di Redazione: O. CHISINI

Prezzo d'abbonamento annuo: ITALIA L. 25 - ESTERO L. 40

Il « Periodico » si pubblica in cinque fascicoli annuali

Le sette annate complete 1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926 e 1927 dell'attuale serie del
PERIODICO DI MATEMATICHE

sono in vendita complessivamente al prezzo di L. 300

*Non si vendono separatamente le prime tre annate. - Le annate 1924, 1925, 1926 e 1927
costano L. 30 ciascuna*

Esistono fascicoli separati dei cinque volumi a prezzi da convenirsi

Sono in vendita presso la Casa Zanichelli le precedenti serie del « Periodico di
Matematiche » diretto da G. Lazzeri:

Annate 1901 al 1917, ogni annata L. 20

Annata 1918, fascicolo 1 (solo pubblicato) » 5

Esistono ancora numeri separati delle annate suddette, e delle annate 1897, 1898
e 1899, a prezzi da convenirsi

ANNALI DI MATEMATICA PURA ED APPLICATA

GIÀ DIRETTI DA FRANCESCO BRIOSCHI

e continuati dai professori

SALVATORE PINCHERLE in Bologna - TULLIO LEVI-CIVITA in Roma

FRANCESCO SEVERI in Roma

Questo giornale, il più antico periodico scientifico d'Italia, pubblica soltanto
memorie originali, opera di collaboratori italiani e stranieri: esse vengono stampate
in lingua italiana, inglese, francese e tedesca. La pubblicazione è giunta attual-
mente alla quarta serie:

- I. SERIE - Pubblicata a Roma dal 1850 al 1866, constava di 15 volumi (*comple-
tamente esauriti*);
- II. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1867 al 1897, consta di 26 volumi. (Sono esauriti
i volumi I, II, III, IV, XXII, XXIV, XXV, XXVI). I 18 volumi disponibili
costano L. 50 ciascuno. Della I e II Serie venne pubblicato l'Indice Gene-
rale: Prezzo L. 25.
- III. SERIE - Pubblicata a Milano dal 1898 al 1922 consta di 31 volumi, due dei
quali (XX e XXI) furono dedicati alla memoria del matematico Lagrange, in
occasione del centenario della sua morte nel 1913. (*Sono esauriti i volumi I
a XII*). I 19 volumi disponibili costano L. 50 ciascuno.
- IV. SERIE - Si pubblica a Bologna dal Novembre 1923. Sono in vendita i volumi
I, II, III e IV al prezzo di L. 80. Il volume V è in corso di pubblicazione ed
il costo dell'Abbonamento è di L. 80 per l'Estero e L. 50 per l'Italia.

*Esiste qualche copia di fascicoli separati. - A richiesta l'Editore darà
gli schiarimenti necessari.*

" SCIENTIA " RIVISTA INTERNAZIONALE DI SINTESI SCIENTIFICA

Si pubblica ogni mese in fascicoli di circa 100 pagine ciascuno

DIRETTORE: EUGENIO RIGNANO

È L'UNICA RIVISTA italiana a diffusione assolutamente mondiale.

È L'UNICA RIVISTA di sintesi e di unificazione del sapere, che tratti delle questioni fondamentali di tutte le scienze: storia delle scienze, matematica, astronomia, geologia, fisica, chimica, biologia, psicologia e sociologia.

È L'UNICA RIVISTA che a mezzo di inchieste fra i più eminenti scienziati e scrittori di tutti i paesi (*sui principi filosofici delle diverse scienze; sulle questioni astronomiche e fisiche più fondamentali all'ordine del giorno; sul contributo che i diversi paesi hanno dato allo sviluppo di diversi rami del sapere; sulla questione del vitalismo; sulla questione sociale; sulle grandi questioni internazionali sollevate dalla guerra mondiale*), studi tutte le massime questioni che agitano gli ambienti studiosi e intellettuali di tutto il mondo. — « SCIENTIA » pubblica gli articoli nella lingua dei loro autori, e ad ogni fascicolo è unito un *supplemento contenente la traduzione francese di tutti gli articoli non francesi*. Essa è così completamente accessibile anche a chi conosca la sola lingua francese. *Chiedere un fascicolo di saggio gratuito* al Segretario Generale di « SCIENTIA », Milano, inviando, a puro rimborso delle spese di posta e di spedizione, lire due in francobolli.

Segretario generale: Dott. PAOLO BONETTI
Milano (116) — Via A. De Togni N. 12

Abbonamento: Italia e Colonie italiane L. 180 — Francia e Colonie francesi Frs. 200 — Germania G. M. 30 — Inghilterra Sh. 40 — Stati Uniti Doll. 10 — Altri paesi Lire italiane 150

Sono disponibili poche copie delle seguenti annate:

1910, 1911, 1912, 1913, 1914, 1915, 1916. — Lire 60 ciascuna
1921, 1922, 1923, 1924, 1925, 1926, 1927. — Lire 80 ciascuna

Esiste soltanto un esemplare della collezione completa dell'anno 1907 al 1927
PREZZO L. 5000

Inviare il denaro direttamente a Nicola Zanichelli, Editore in Bologna

RETURN TO DESK FROM WHICH BORROWED

PHYSICS LIBRARY

**This publication is due on the LAST DATE
and HOUR stamped below.**

[illegible]

RB 16-20m-8,'57
(C8399s10)4187

General Library
University of California
Berkeley

APR

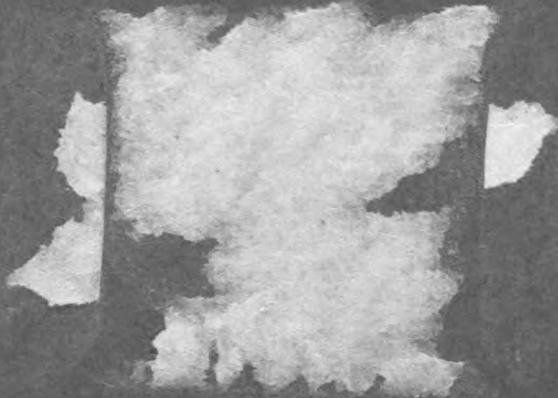
QCI

U.C. BERKELEY LIBRARIES



C032823150

Sec 5
v. 5



-639



